



25. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1985/1986

Aufgaben





25. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 251021:

Geben Sie alle Tripel (a, b, c) von ganzen Zahlen a, b, c mit $a \leq b \leq c$ und $a \cdot b \cdot c = 1985$ an!

Aufgabe 251022:

Man zeige, daß für beliebige positive reelle Zahlen a und b die Ungleichung

$$\sqrt{a} + \sqrt{a+3b} < \sqrt{a+b} + \sqrt{a+2b} \quad \text{gilt.}$$

Aufgabe 251023:

Es sei ABC ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basislänge $\overline{AB} = 20$ cm und der Höhenlänge $\overline{CD} = 8$ cm.

Diesem Dreieck soll ein Rechteck $EFGH$ so einbeschrieben werden, daß E und F auf AB , G auf BC und H auf AC liegen und daß dabei der Flächeninhalt des Rechtecks möglichst groß ist.

Beweisen Sie, daß es genau ein Rechteck mit diesen Eigenschaften gibt! Ermitteln Sie die Seitenlängen und den Flächeninhalt dieses Rechtecks!

Aufgabe 251024:

Die Punkte A, B, C, D, E, F, G, H seien im Raum so gelegen, wie es die Abbildung in Zweitafelprojektion zeigt.

Zeichnen Sie in Kavalierperspektive und in Zweitafelprojektion einen zusammenhängenden, ebenflächig begrenzten Körper, der genau diese acht Punkte als Eckpunkte besitzt, der kein Würfel ist, aber aus einem solchen durch *Herausschneiden* eines ebenflächig begrenzten Teilkörpers entstanden ist. Von Körperflächen verdeckte Kanten sind gestrichelt zu zeichnen.

Hinweis: Zwei Körper, die sich nur in einem Punkt oder einer Kante berühren, sollen nicht als zusammenhängend gelten.

Als Lösung genügt ein gezeichnetes Beispiel ohne Begründung.

