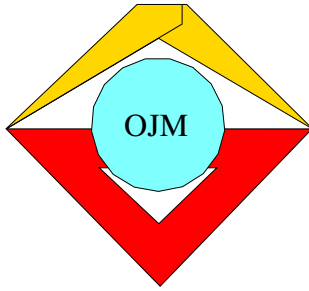




**26. Mathematik Olympiade**  
**3. Stufe (Bezirksolympiade)**  
**Klasse 7**  
**Saison 1986/1987**

Aufgaben





26. Mathematik-Olympiade  
3. Stufe (Bezirksolympiade)  
Klasse 7  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 260731:

Herr Anders fuhr mit seinem Pkw auf der Autobahn mit einer Geschwindigkeit von  $100 \frac{km}{h}$  an einer Tankstelle ( $A$ ) vorbei. Nach einer weiteren Fahrstrecke von 175 km mußte Herr Anders den Benzinbehälter auf Reserve stellen. Da die nächste Tankstelle ( $B$ ) von dieser Stelle aus auf der Autobahn noch 45 km entfernt liegt, verringerte Herr Anders seine Geschwindigkeit auf  $60 \frac{km}{h}$ , um weniger Benzin zu verbrauchen.

Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit legte Herr Anders die Strecke zwischen  $A$  und  $B$  zurück?

(Der kurze Bremsweg, auf dem die Geschwindigkeit von  $100 \frac{km}{h}$  auf  $60 \frac{km}{h}$  herabgesetzt wurde, soll in der Rechnung nicht berücksichtigt werden, da er die gesuchte Durchschnittsgeschwindigkeit nur unwesentlich beeinflusst.)

Aufgabe 260732:

Über die Feriengäste in einem Ferienheim ist folgendes bekannt:

Die Anzahl der Mädchen ist gleich der Hälfte der Anzahl derjenigen Feriengäste, die keine Mädchen sind.

Die Anzahl der Jungen ist gleich einem Drittel der Anzahl derjenigen Feriengäste, die keine Jungen sind.

Die Anzahl der Frauen ist gleich einem Viertel der Anzahl derjenigen Feriengäste, die keine Frauen sind.

Außer diesen Mädchen, Jungen und Frauen sind in diesem Ferienheim als Feriengäste noch genau 26 Männer.

Untersuche, ob sich aus diesen Angaben eindeutig die Anzahlen der Mädchen, Jungen und Frauen ergeben! Wenn dies der Fall ist, gib diese Anzahlen an!

Aufgabe 260733:

Es sei  $ABC$  ein spitzwinkliges Dreieck; sein Umkreis  $k$  habe den Mittelpunkt  $M$ . Der Strahl aus  $A$  durch  $M$  schneide  $k$  in  $D$ , der Strahl aus  $B$  durch  $M$  schneide  $k$  in  $E$ , der Strahl aus  $C$  durch  $M$  schneide  $k$  in  $F$ .

Ermittle das Verhältnis der Flächeninhalte des Sechsecks  $AFBDC E$  und des Dreiecks  $ABC$ !

Aufgabe 260734:

Ermittle alle diejenigen Paare  $(m; n)$  natürlicher Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen!

- (1)  $m$  und  $n$  sind dreistellige Zahlen.
- (2) Es gilt  $m - n = 889$ .



(3) Für die Quersumme  $Q(m)$  und  $Q(n)$  von  $m$  und  $n$  gilt  $Q(m) - Q(n) = 25$ .

Aufgabe 260735:

Bekanntlich haben in jedem gleichseitigen Dreieck die drei Seitenhalbierenden, die zugleich auch die drei Winkelhalbierenden und die drei Höhen sind, einen gemeinsamen Schnittpunkt.

Gibt es Dreiecke  $ABC$ , die nicht gleichseitig sind und bei denen wenigstens die Seitenhalbierende von  $BC$ , die Winkelhalbierende von  $\sphericalangle ABC$  und die zur Seite  $AB$  senkrechte Höhe einen gemeinsamen Schnittpunkt haben? Wenn es solche Dreiecke gibt, so konstruiere ein derartiges Dreieck und beschreibe deine Konstruktion! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 260736:

Es sei  $ABCDEFGH$  ein Würfel mit  $AE \parallel BF \parallel CG \parallel DH$ ; dabei sei  $EFGH$  eine Seitenfläche des Würfels; der Schnittpunkt ihrer Diagonalen  $EG$  und  $FH$  sei  $S$ .

- a) Beweise, daß der Winkel  $\sphericalangle ESA$  kein rechter Winkel ist!
- b) Beweise, daß der Winkel  $\sphericalangle DSE$  ein rechter Winkel ist!