



26. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Saison 1986/1987

Aufgaben





26. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 261011:

Auf welche Ziffer endet die Zahl

$$z = 4444^{4444^{44}} ?$$

Aufgabe 261012:

Martin erzählt seinem Freund Jörg, er habe ein Parallelogramm $ABCD$ gezeichnet, bei dem das von B auf die Gerade durch A und D gefällte Lot BE durch den Schnittpunkt S verläuft, den die Mittelsenkrechte s von AB mit der Winkelhalbierenden w des Winkels $\sphericalangle BAD$ hat. Jörg behauptet, daß sich allein aus diesen Angaben die Größe des Winkels $\sphericalangle CBA$ ermitteln läßt.

Untersuchen Sie, ob Jörgs Behauptung wahr ist! Ist das der Fall, so ermitteln Sie die Größe des Winkels $\sphericalangle CBA$!

Aufgabe 261013:

Man denke sich durch den Mittelpunkt einer Kugel drei (nicht notwendig voneinander verschiedene) Ebenen gelegt.

In wie viele Teilflächen kann die Kugeloberfläche durch solche Ebenen zerlegt werden? Nehmen Sie eine Fallunterscheidung vor, um alle Möglichkeiten für die gesuchte Anzahl von Teilflächen zu erhalten!

Aufgabe 261014:

Jürgen behauptet, daß es ein Positionssystem mit der Basis m gibt, in dem die folgende Rechnung richtig ist:

$$\begin{array}{r} 7 \ 0 \ 1 \cdot \ 3 \ 4 \\ \hline 2 \ 5 \ 0 \ 3 \\ 3 \ 4 \ 0 \ 4 \\ \hline 3 \ 0 \ 4 \ 3 \ 4 \end{array}$$

Ermitteln Sie alle natürlichen Zahlen m , für die das zutrifft!

Hinweis : In einem Positionssystem mit der Basis m gibt es genau die Ziffern $0, 1, \dots, m - 2, m - 1$. Jede natürliche Zahl wird als Summe von Produkten aus jeweils einer Potenz von m mit einer der Ziffern dargestellt; dabei werden die Potenzen nach fallenden Exponenten geordnet. Geschrieben wird dann die Folge der Ziffern, so wie es für $m = 10$ bei der dekadischen Schreibweise natürlicher Zahlen bekannt ist.