



27. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1987/1988

Aufgaben





27. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 271021:

Das Rechteck in der Abbildung a) soll aus den Teilen der Abbildung b) zusammengesetzt werden. Jedes Teil soll genau einmal verwendet werden; die Teile sind ohne Anwendung von Spiegelungen, nur durch Verschiebungen und Drehungen in die gewünschte Lage zu bringen.

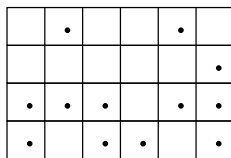


Abbildung a)

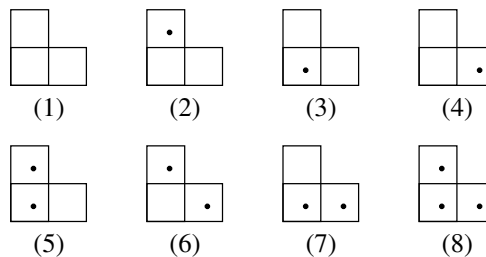


Abbildung b)

Zeichnen Sie zwei verschiedene Zusammensetzungen des Rechteckes, die auf diese Weise entstehen können! Überprüfen Sie darin die Erfüllung der geforderten Bedingungen, indem Sie die (jeweils in die gewünschte Lage gebrachten) Teile durch ihre Nummern kennzeichnen!

Aufgabe 271022:

Ermitteln Sie alle diejenigen natürlichen Zahlen n , für die

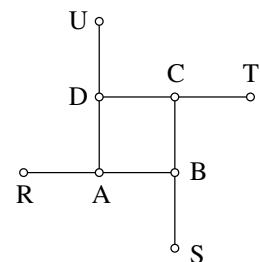
$$\frac{n^4 - 2n^3 - 3n^2 + 7n - 6}{n + 2}$$

eine natürliche Zahl ist!

Aufgabe 271023:

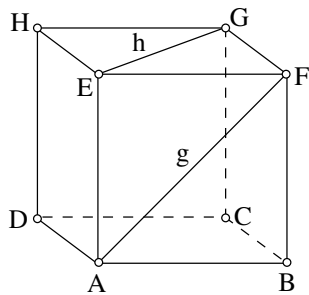
Es sei $ABCD$ ein Quadrat mit gegebener Seitenlänge a , ferner sei x eine beliebig gewählte positive reelle Zahl. Die Quadratseiten seien wie in der Abbildung um Strecken der Länge $x \cdot a$ verlängert bis R, S, T bzw. U .

- Beweisen Sie, daß unter diesen Voraussetzungen stets $RSTU$ ein Quadrat ist!
- Ermitteln Sie alle diejenigen positiven reellen Zahlen x , bei deren Wahl der Flächeninhalt des Quadrates $ABCD$ ein Fünftel des Flächeninhaltes des Quadrates $RSTU$ beträgt!





Aufgabe 271024:



Bei einem Würfel mit gegebener Kantenlänge a seien die Eckpunkte wie in der Abbildung bezeichnet. Die Gerade durch A und F sei g , die Gerade durch E und G sei h .

Ermitteln Sie den Abstand von g und h !

Hinweis: Unter dem *Abstand* zweier windschiefer Geraden g, h versteht man die Länge einer Strecke XY , die so gelegen ist, daß X auf g , Y auf h liegt und daß XY sowohl auf g als auch auf h senkrecht steht.