27. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Saison 1987/1988

Aufgaben

27. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 271211:

Man ermittle alle diejenigen Paare (x, y) reeller Zahlen x, y, die das folgende Gleichungssystem (1), (2) erfüllen:

$$x + xy + y = -1 \quad (1)$$
$$x^2 + y^2 = 5! \quad (2)$$

Aufgabe 271212:

Man ermittle alle diejenigen zweistelligen und alle diejenigen dreistelligen natürlichen Zahlen, bei denen das Produkt der Ziffern doppelt so groß ist wie die Quersumme!

Aufgabe 271213:

Es seien wie üblich a, b, c die Seitenlängen eines beliebigen Dreiecks.

Man untersuche, ob für jedes Dreieck die Ungleichung $a^2 + b^2 + c^2 < 2\,(ab + ac + bc)$ gilt!

Aufgabe 271214:

Man ermittle den Rest, den die Summe $s = 1^5 + 2^5 + 3^5 + ... + 1\,987^5$ bei Division durch 25 läßt!