



29. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Saison 1989/1990

Aufgaben





29. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 290911:

Für das Quadrieren von zweistelligen Zahlen, die mit der Ziffer 5 enden, gibt es folgende einfache Regel:

Man multipliziere die Ziffer an der Zehnerstelle mit derjenigen Zahl, die um 1 größer ist, und schreibe hinter das Produkt die Ziffern 25.

Beispielsweise zur Berechnung von 25^2 führt die Regel wegen $2 \cdot 3 = 6$ auf das Ergebnis 625.

Beweisen Sie diese Regel!

Aufgabe 290912:

Gibt es unter allen fünfstelligen Zahlen, die sich unter Verwendung genau der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4 schreiben lassen, eine Primzahl?

Aufgabe 290913:

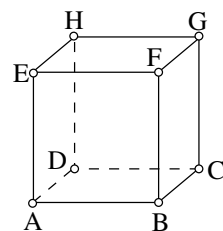
Bei einem Abzählspiel stehen 11 Kinder in einem Kreis. Eines dieser Kinder sagt den Abzählvers auf; dabei wird im Uhrzeigersinn bei jeder Silbe ein Kind weiter gezählt. Auch der Spieler, der den Abzählvers auf sagt, wird in das Abzählen einbezogen. Der Abzählvers hat 15 Silben. Das Kind, auf das die letzte Silbe trifft, verläßt den Kreis; beim nachfolgenden Kind wird das Abzählen wieder mit dem Anfang des Abzählverses fortgesetzt. Dieses Abzählen und Ausscheiden erfolgt so lange, bis nur noch ein Spieler im Kreis ist; dieser Spieler hat gewonnen.

- a) Bei welchem Kind muß der abzählende Spieler beginnen, wenn er selbst gewinnen will? (Um die Antwort zu formulieren, nummeriere man die Kinder und gebe etwa dem abzählenden Spieler die Nummer 1.)
- b) Falls Sie die Möglichkeit haben, an einem (Klein-)Computer zu arbeiten, sollten Sie ein Programm schreiben, mit dem sich Aufgabe a) für Abzählspiele mit k Kindern und einem Abzählvers aus s Silben lösen läßt.

Aufgabe 290914:

Die Eckpunkte eines Würfels seien wie im Bild bezeichnet.

- a) Fertigen Sie mit verdoppelten Streckenlängen, aber gleichen Winkeln eine weitere Zeichnung an, die zunächst nur die Eckpunkte des Würfels wiedergibt! Zeichnen Sie nun die Dreiecksflächen BHA , BHC , BHD , BHE , BHF und BHG (durch Wiedergabe ihrer Seitenkanten) ein! Berücksichtigen Sie dabei die Sichtbarkeitsverhältnisse, indem Streckenteile, die durch mindestens eine davorliegende Dreiecksfläche verdeckt sind, gestrichelt wiedergegeben werden!





Die Seitenflächen und für die Dreiecke nicht benötigten Seitenkanten des Würfels selbst sollen nicht berücksichtigt werden.

(Abschließend können Sie die Anschaulichkeit der Zeichnung noch durch Schraffur oder Farbe erhöhen.)

- b) Beweisen Sie, daß die genannten Dreiecke sämtlich untereinander kongruent sind!