30. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 7
Saison 1990/1991

Aufgaben

30. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 300721:

Über die Schüler einer Schulklasse werden folgende Aussagen gemacht:

(1) Genau 10 Schüler gehören einer Arbeitsgemeinschaft an.

(2) Genau 8 Schüler gehören einer Sportgemeinschaft an.

(3) Genau 5 Schüler gehören weder einer Arbeitsgemeinschaft noch einer Sportgemeinschaft an.

Gib eine

a) möglichst kleine,

b) möglichst große

Schülerzahl der Schulklasse an, bei der die drei Aussagen wahr sein können! Begründe deine Angaben!

Aufgabe 300722:

a) Ermittle unter den natürlichen Zahlen a, die größer als 100 und kleiner als 1 000 sind, alle diejenigen, die die folgenden Bedingungen (1), (2), (3) erfüllen!

  (1) a hat genau zwei voneinander verschiedene natürliche Zahlen als Teiler.
  (2) a läßt sowohl bei Division durch 11 den Rest 2 als auch bei Division durch 13 den Rest 2.
  (3) a ist eine ungerade Zahl.

b) Stelle für jede der drei Bedingungen (1), (2), (3) fest, ob sich am Ergebnis der Aufgabe (a) etwas ändert, wenn man diese Bedingung wegläßt und nur jeweils die beiden anderen Bedingungen fordert!

Aufgabe 300723:

a) Ein an der gesamten Oberfläche gefärbter Holzwürfel soll in gleich große Teilwürfel zersägt werden. Dabei wird gefordert, daß mindestens 40 dieser Teilwürfel völlig ungefärbt sind.

   Ermittle die kleinstmögliche Anzahl der Teilwürfel, in die der gesamte Holzwürfel zu zerlegen ist, damit diese Forderung erfüllt wird!

b) Aus 40 so erhaltenen ungefärbten Teilwürfeln soll ein Quader (ohne freibleibende Hohlräume im Innern) zusammengesetzt werden; dabei soll jeder dieser 40 Teilwürfel verwendet werden.

   Ermittle das Volumen dieses Quaders, wenn bekannt ist, daß der ursprüngliche Holzwürfel ein Volumen von 27 dm^3 hatte!

Aufgabe 300724:

In einem Dreieck ABC seien BD bzw. CE die Winkelhalbierenden der Innenwinkel $\sphericalangle ABC$ bzw. $\sphericalangle ACB$, und S sei der Schnittpunkt von BD mit CE.

a) Beweise: Wird ferner vorausgesetzt, daß der Innenwinkel $\sphericalangle BAC$ die Größe $\alpha = 60°$ hat, so folgt, daß dann auch stets der Winkel $\sphericalangle BSE$ die Größe $60°$ hat!

b) Ermittle eine Formel, mit der sich zu beliebig vorgegebener Größe α des Innenwinkels $\sphericalangle BAC$ die Größe des Winkels $\sphericalangle BSE$ ergibt!