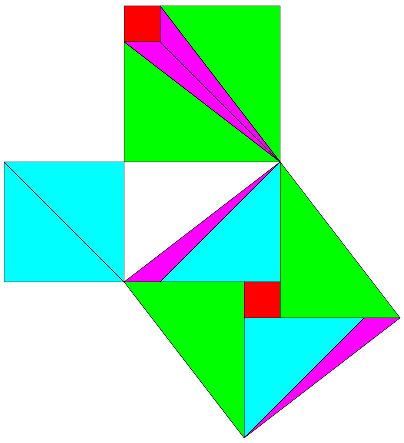
30. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 8
Saison 1990/1991

Aufgaben



30. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 300811:

Axel läßt Jörg mit einem roten, einem blauen und einem gelben Würfel würfeln. Ohne daß er die geworfenen Augenzahlen sieht, sagt er dann:

> "Verdopple die Augenzahl des roten Würfels, addiere dazu die Zahl 8 und multipliziere die Summe mit 50! Merke dir das Resultat! Addiere nun zur Augenzahl des blauen Würfels die Zahl 10 und multipliziere die Summe mit 10! Bilde dann zum Schluß die Summe aus dem gerade erhaltenen Produkt, dem vorher gemerkten Resultat und der Augenzahl des gelben Würfels. Wenn Du mir diese Summe nennst, kann ich Dir von jedem der drei Würfel die geworfene Augenzahl nennen."

a) Wähle drei mögliche Augenzahlen und führe die angegebenen Berechnungen aus!

b) Beschreibe, wie man von der am Ende der Berechnungen genannten Summe zu den Augenzahlen kommen kann! Erkläre, warum man nach deiner Beschreibung stets die richtigen Augenzahlen findet!

Aufgabe 300812:

Im Mathematikunterricht wird zur Berechnung des Flächeninhalts eines Drachenvierecks folgende Formel benutzt: $A = \frac{e \cdot f}{2}$. Dabei bedeuten e bzw. f die Längen der beiden Diagonalen des Drachenvierecks.

Rolf behauptet, daß diese Formel für jedes Viereck gilt, dessen Diagonalen senkrecht aufeinander stehen. Hat er recht?

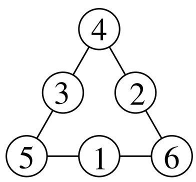
Aufgabe 300813:

In einer Ebene seien sieben Punkte so gegeben, daß keine drei von ihnen auf einer gemeinsamen Geraden liegen.

Ermittle die Anzahl aller derjenigen Dreiecke, deren Ecken drei der gegebenen Punkte sind!

Aufgabe 300814:

a) In das Schema des Bildes a) sind die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 so einzutragen, daß jede der drei "Seitensummen" $5+1+6$, $6+2+4$, $4+3+5$ den Wert $S = 12$ hat.

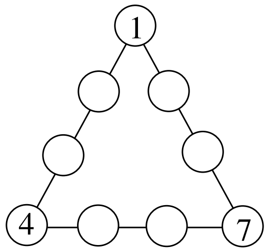


Untersuche, ob eine solche Eintragung der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 auch mit $S = 9$ möglich ist, ebenso auch mit $S = 10$ und $S = 11$!

Gib jedesmal, wenn das der Fall ist, je eine derartige Eintragung an!

b) In das Schema des Bildes b) sollen außer den bereits eingetragenen "Eckenzahlen" 1, 4, 7 die Zahlen 2, 3, 5, 6, 8, 9 so eingetragen werden, daß jede der drei "Seitensummen" den Wert $S = 19$ hat.

Ermittle alle verschiedenen Eintragungen dieser Art! Dabei sollen zwei Eintragungen genau dann als verschieden gelten, wenn in einer dieser beiden Eintragungen mindestens eine der Zahlen 2, 3, 5, 6, 8, 9 einer anderen Dreiecksseite angehört als in der anderen Eintragung.



c) Im Bild b) beträgt die "Eckensumme" $E = 1 + 4 + 7 = 12$. Ermittle alle diejenigen Werte E, die als "Eckensumme" auftreten können, wenn man die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 so in das Schema einträgt, daß die drei Seitensummen den Wert S haben! Begründe, daß es für andere Werte E keine solche Eintragung geben kann!