



32. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Regionale)
Klasse 7
Saison 1992/1993

Aufgaben





32. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 320721:

In einer Diskussion werden drei verschiedene Aufgabenstellungen betrachtet:

- Die Zahl 231 soll als Produkt dargestellt werden. Jeder Faktor soll eine Primzahl sein.
- Die Zahl 231 soll als Produkt aus genau drei Faktoren dargestellt werden. Jeder Faktor soll eine natürliche Zahl sein. Je zwei der Faktoren sollen voneinander verschieden sein.
- Dieselbe Aufgabe wie b) wird mit 462 statt 231 gestellt.

Gib zu a), b) und c) jeweils alle verschiedenen Darstellungen an! Dabei gelten Darstellungen, die sich nur durch die Reihenfolge der Faktoren unterscheiden, nicht als verschieden. Begründe, daß du alle gesuchten Darstellungen angegeben hast!

Aufgabe 320722:

$ABCD$ sei ein Quadrat, sein Flächeninhalt betrage 25 cm^2 . Ein Punkt E liege so auf der Verlängerung der Diagonalen AC über C hinaus, daß die Strecke AE doppelt so lang wie die Strecke AC ist.

Ermittle unter diesen Voraussetzungen den Flächeninhalt des Vierecks $ABED$!

Aufgabe 320723:

Es sei ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei B und mit $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$. Die Mittelsenkrechte von AC schneide AC in M und AB in E .

- Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen die Winkel $\sphericalangle MEA$ und $\sphericalangle MCB$ einander gleichgroß sind!
- Ein Punkt D liege so auf der Geraden durch E und M , daß AC den Winkel $\sphericalangle DAB$ halbiert.
Beweise, daß das Viereck $ABCD$ dann ein Trapez sein muß!

Aufgabe 320724:

In einem Hallenbad befindet sich auch ein Planschbecken für Kinder. Es kann durch eine Warmwasserleitung und eine Kaltwasserleitung bis zu einer markierten Höhe gefüllt werden. Würde man nur die Warmwasserleitung betreiben, so würde es $12 \frac{1}{2}$ Minuten dauern, bis der Wasserspiegel diese Höhe erreicht. Nur mit der Kaltwasserleitung würde man 10 Minuten dazu brauchen.

Um eine vorgesehene Wassertemperatur zu erreichen, wurde zunächst $2 \frac{1}{2}$ Minuten lang aus beiden Leitungen Wasser eingelassen; dann wurde die Warmwasserleitung geschlossen.

Berechne die Zeit, die danach noch gebraucht wurde, um allein mit der Kaltwasserleitung den Rest des Beckens bis zur markierten Höhe zu füllen!