



32. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 7
Saison 1992/1993

Aufgaben





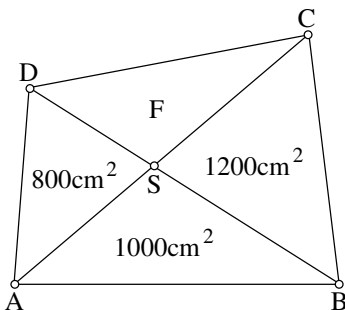
32. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 320731:

- a) Vier rote Kugeln, zwei gelbe Kugeln und eine blaue Kugel sollen so auf zwei Kästen A und B verteilt werden, daß sich in A drei und in B vier Kugeln befinden.
Wieviele derartige Verteilungen gibt es insgesamt?
- b) Jetzt werden gleichfarbige Kugeln durch eine zusätzliche Numerierung voneinander unterschieden. Die Verteilungen unterscheiden sich dann nicht nur darin, wieviele Kugeln der einzelnen Farben in den Kästen A und B sind, sondern auch, welche Nummern sie tragen.
Wieviele solcher Verteilungen gibt es insgesamt?

Aufgabe 320732:



Es sei $ABCD$ ein Viereck, dessen Diagonalen AC und BD sich in einem Punkt S schneiden. Ferner sei vorausgesetzt, daß die Dreiecke ABS , DAS und BCS die Flächeninhalte 1000 cm^2 , 800 cm^2 bzw. 1200 cm^2 haben, so wie dies in der Abbildung angegeben ist.
Weise nach, daß durch diese Voraussetzung der Flächeninhalt F des Dreiecks CDS eindeutig bestimmt ist, und ermittle diesen Flächeninhalt!

Aufgabe 320733:

Es sei ABC ein gleichseitiges Dreieck, sein Umkreismittelpunkt sei M . Auf der Verlängerung von AB über B hinaus liege ein Punkt P derart, daß $BP = 2 \text{ cm}$ gilt. Auf der Verlängerung von BC über C hinaus liege ein Punkt Q mit $CQ = 2 \text{ cm}$, und auf der Verlängerung von CA über A hinaus liege ein Punkt R mit $AR = 2 \text{ cm}$.

Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen, unabhängig von der Seitenlänge des Dreiecks ABC , stets die beiden folgenden Aussagen a) und b) gelten!

- a) Das Dreieck PQR ist gleichseitig.
b) Es ist $MP \cong MQ \cong MR$.

Aufgabe 320734:

Ermittle die Anzahl aller derjenigen sechsstelligen natürlichen Zahlen, die durch 5 teilbar sind und deren Quersumme durch 9 teilbar ist!



Aufgabe 320735:

Es sei ABC ein Dreieck, in dem der Innenwinkel $\sphericalangle ACB$ die Größe 32° hat. Auf der Verlängerung von BA über A hinaus liege ein Punkt D derart, daß $\overline{AD} = \overline{AC}$ gilt; auf der Verlängerung von AB über B hinaus liege ein Punkt E derart, daß $\overline{BE} = \overline{BC}$ gilt.

Beweise, daß durch diese Voraussetzungen, unabhängig von den sonstigen Eigenschaften des Dreiecks ABC , die Größe des Winkels $\sphericalangle DCE$ eindeutig bestimmt ist; ermittle diese Winkelgröße!

Aufgabe 320736:

Über ein Schwimmbecken wurden folgende Angaben gemacht:

Das Becken kann durch zwei getrennte Wasserleitungen gefüllt werden. Aus der zweiten Leitung strömen in jeder Minute 50 Kubikmeter mehr heraus als aus der ersten. Um das Becken vollständig zu füllen, werden 48 Minuten gebraucht, wenn beide Leitungen gleichzeitig geöffnet sind; dagegen 2 Stunden, wenn nur die erste Leitung geöffnet ist.

Untersuche, ob das Volumen des Beckens durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist! Wenn das der Fall ist, so ermittle dieses Volumen!