



32. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 8
Saison 1992/1993

Aufgaben





32. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 320821:

Herr Schulz, der in diesem Jahrhundert geboren wurde, stellt fest, daß er an seinem Geburtstag im Jahr 1992 ein Lebensalter erreicht, das (in Jahren gerechnet) gleich dem Vierfachen der Quersumme der Jahreszahl seines Geburtsjahres ist.

Untersuche, ob es genau ein Jahr gibt, mit dem als Geburtsjahr die Feststellung von Herrn Schulz zutrifft! Ist das der Fall, so nenne diese Jahreszahl!

Aufgabe 320822:

Auf einer Kreislinie k um einen Punkt M seien drei Punkte A, B, C so gelegen, daß $MA \perp MB$ sowie $\overline{BC} = \overline{MB}$ gilt und daß sich die Strecken AC und MB in einem Punkt S schneiden.

Untersuche, ob durch diese Voraussetzungen die Größe des Winkels $\sphericalangle BSC$ eindeutig bestimmt ist! Wenn das der Fall ist, dann gib diese Größe an!

Aufgabe 320823:

Es sei $ABCD$ ein Tangentenviereck, sein Umfang sei u , der Radius seines Inkreises sei r .

Zeige, daß bereits durch die alleinige Vorgabe von u und r der Flächeninhalt von $ABCD$ eindeutig bestimmt ist; ermittle diesen Flächeninhalt in Abhängigkeit von u und r !

Hinweis: Ein Viereck $ABCD$ ist genau dann ein Tangentenviereck, wenn es einen Kreis enthält, der jede Seite von $ABCD$ in einem Punkt zwischen den Endpunkten dieser Seite berührt. Dieser Kreis heißt dann der Inkreis von $ABCD$.

Aufgabe 320824:

In der linken Waagschale einer gleicharmigen Waage stehen drei Kerzen, in der rechten steht eine Kerze. Die vier Kerzen sind so beschaffen, daß jede von ihnen während je einer Stunde Brenndauer die gleiche Masse verliert wie jede andere von ihnen. Jede der drei linken Kerzen würde zum vollständigen Herunterbrennen 9 Stunden brauchen, die rechte Kerze 12 Stunden.

Die vier Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Wie lange danach ist die Waage erstmals im Gleichgewicht?