



32. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 8
Saison 1992/1993

Aufgaben





32. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 320831:

Sind a, b, c die Hunderter-, Zehner- bzw. Einerziffern einer dreistelligen natürlichen Zahl, so sei diese Zahl kurz durch \overline{abc} bezeichnet. Ebenso sei jeweils eine zweistellige Zahl mit Zehner- bzw. Einerziffer b und c durch \overline{bc} bezeichnet.

Ermittle alle diejenigen a, b, c , für die \overline{abc} eine dreistellige und \overline{bc} eine zweistellige Zahl ist, so daß die Gleichung $\overline{abc} = (\overline{bc})^b$ gilt!

Aufgabe 320832:

Um einen Behälter mit Wasser füllen zu können, soll eine Anzahl Röhren angelegt werden. Durch jede Röhre soll das Wasser gleichmäßig strömen (d.h. in gleichen Zeiten gleichviel Wasser). In einer Stunde soll durch jede Röhre die gleiche Wassermenge zuströmen wie durch jede andere Röhre.

Für die Anzahl der Röhren gibt es drei Vorschläge. Nach dem zweiten Vorschlag, zwei Röhren weniger als beim ersten Vorschlag zu nehmen, würde das Füllen des Behälters zwei Stunden länger dauern als beim ersten. Nach dem dritten Vorschlag, vier Röhren mehr als beim ersten Vorschlag zu nehmen, würde das Füllen des Behälters zwei Stunden kürzer dauern als beim ersten.

Ermittle aus diesen Angaben die Anzahl der Röhren und die Zeit zum Füllen des Behälters beim ersten Vorschlag!

Aufgabe 320833:

Beweise die beiden folgenden Aussagen (a) und (b) für jedes spitzwinklige Dreieck ABC mit einem im Innern des Dreiecks gelegenen Punkt P ! Dabei seien folgende Bezeichnungen verwendet:

Winkel	Größe
$\sphericalangle PBA$	δ
$\sphericalangle PCA$	δ'

Winkel	Größe
$\sphericalangle PCB$	ϵ
$\sphericalangle PAB$	ϵ'

Winkel	Größe
$\sphericalangle PAC$	φ
$\sphericalangle PBC$	φ'

- a) Wenn $\delta = \delta'$ und $\epsilon = \epsilon'$ und $\varphi = \varphi'$ gelten, dann ist P der Höhenschnittpunkt des Dreieck ABC .
- b) Wenn P der Höhenschnittpunkt des Dreiecks ABC ist dann gelten die Gleichungen $\delta = \delta'$ und $\epsilon = \epsilon'$ und $\varphi = \varphi'$.



Aufgabe 320834:

Ein Radfahrer fuhr mit konstanter Geschwindigkeit über eine 100 m lange Brücke. Als er auf dieser Brücke 40 m zurückgelegt hatte, traf er einen zweiten Radfahrer, der ihm mit gleicher Geschwindigkeit entgegenkam. Ein Auto, das auf derselben Strecke mit der Geschwindigkeit $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ fuhr, begegnete dem zweiten Radfahrer in dem Augenblick, als dieser die Brücke verließ, und es überholte den ersten Radfahrer genau am Ende der Brücke.

Ermittle aus diesen Angaben die Geschwindigkeit der Radfahrer!

Aufgabe 320835:

Beweise, daß für jedes Dreieck ABC die folgende Aussage gilt!

Das Verhältnis des Flächeninhalts des Dreiecks ABC zum Flächeninhalt seines Inkreises ist gleich dem Verhältnis des Umfangs des Dreiecks ABC zum Umfang seines Inkreises.

Hinweis: Als *Inkreis* eines Dreiecks bezeichnet man denjenigen Kreis, der alle drei Seiten dieses Dreiecks von Innen berührt.

Aufgabe 320836:

In der linken Waagschale einer gleicharmigen Waage steht eine Kerze, in der rechten stehen drei Kerzen. Die vier Kerzen sind so beschaffen, daß jede von ihnen während je einer Minute Brenndauer die gleiche Masse verliert wie jede andere von ihnen.

Die linke Kerze würde zum vollständigen Herunterbrennen 84 Minuten brauchen,
von den drei rechten Kerzen die erste 70 Minuten,
die zweite 63 Minuten,
die dritte 35 Minuten.

Die vier Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Wie lange danach ist die Waage erstmals im Gleichgewicht?