32. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 9
Saison 1992/1993

Aufgaben

32. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 320921:

Ein *pythagoreisches Zahlentripel* $(a; b; c)$ besteht aus drei von 0 verschiedenen natürlichen Zahlen a, b, c, für die $a^2 + b^2 = c^2$ gilt.

a) Geben Sie drei verschiedene Tripel $(a; b; c)$ mit $a \leq b$ an und bestätigen Sie, daß es pythagoreische Zahlentripel sind!

b) Warum gibt es kein pythagoreisches Zahlentripel mit $a = b$?

Aufgabe 320922:

In der Ebene seine vier paarweise verschiedene Geraden gegeben.

a) Welches ist die größtmögliche Anzahl derjenigen Punkte, die Schnittpunkt von (jeweils mindestens) zwei der gegebenen Geraden sind?

b) Stellen Sie fest, welche der Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 als Anzahl solcher Schnittpunkte möglich ist und welche nicht!

Aufgabe 320923:

Beim Tanken eines Oldtimers mit Zweitaktmotor, der ein Öl-Kraftstoff-Gemisch von 1 : 50 benötigt, wurden zunächst versehentlich 7 Liter Kraftstoff ohne Öl getankt.

Wieviel Liter Gemisch mit dem noch lieferbaren Verhältnis 1 : 33 müssen nun hinzugetankt werden, damit sich das richtige Mischungsverhältnis von 1 : 50 ergibt? Die gesuchte Literzahl ist auf eine Stelle nach dem Komma genau zu ermitteln.

Aufgabe 320924:

Auf einer Geraden g seien A, B, C drei Punkte; B liege zwischen A und C. Über der Strecke AC sei nach einer Seite von g das gleichseitige Dreieck ACP errichtet, über die Strecken AB und BC nach der anderen Seite von g die gleichseitigen Dreiecke ABQ und BCR.

Beweisen Sie, daß unter diesen Voraussetzungen (bei jeder Wahl der Streckenlängen $\overline{AB} = a$ und $\overline{BC} = b$) die Mittelpunkte L, M bzw. N der Dreiecke ACP, ABQ und BCR stets die Ecken eines ebenfalls gleichseitigen Dreiecks sind!