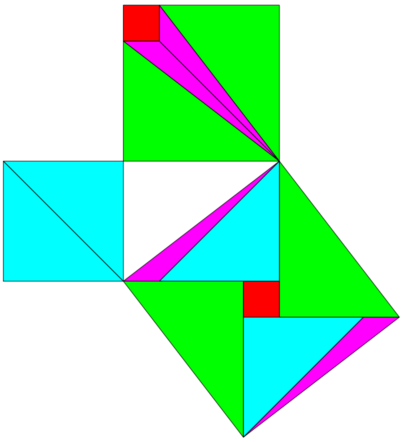
32. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 12
Saison 1992/1993

Aufgaben



32. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 321211:

Man ermittle alle diejenigen Paare $(a; b)$ nicht-negativer ganzer Zahlen a und b, für die das Quadrat ihren Produkts doppelt so groß wie die Summe ihrer Quadrate ist.

Aufgabe 321212:

Man beweise, daß für alle reellen Zahlen $a \geq 3$ die Ungleichung $\sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a+1}$ gilt.

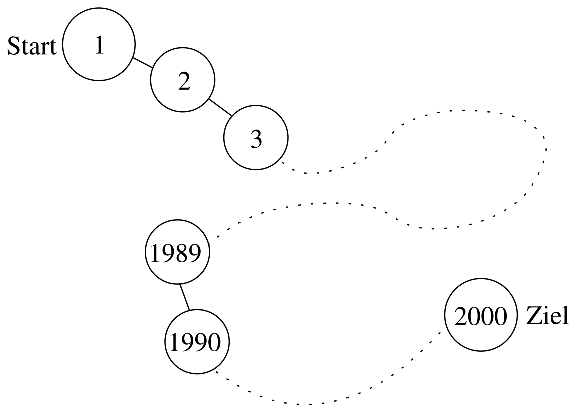
Aufgabe 321213:

Dora und Karla berechnen für verschiedene Flächen jeweils den Quotienten aus Flächeninhalt und Umfang. Sie vermuten: Wählt Dora ein beliebiges gleichschenkliges Dreieck D und Karla den einbeschriebenen Kreis K dieses Dreiecks D, so müssen sich stets einander gleichgroße Quotientenwerte ergeben.

Trifft diese Vermutung zu?

Aufgabe 321214:

Bei einem Würfelspiel *Reise durch Deutschland* sind 2 000 Felder längs der Reiseroute angeordnet (siehe Abbildung). Beim Startfeld 1 beginnend, wird der Spielstein nach jedem Mal Würfeln in Richtung Ziel um die gewürfelte Augenzahl weiterbewegt, Steht der Stein dann genau auf dem Feld 1 990, so erhält der Spieler einen Bonus. Für jedes Feld n mit $1 \leq n \leq 1\,989$ bezeichne $P(n)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein auf dem Feld n stehender Stein im weiteren Verlauf des Spieles diesen Bonus einbringt.



Man ermittle diejenige Zahl n $(1 \leq n \leq 1\,989)$, für die $P(n)$ den größten Wert hat.

Hinweis: Informieren Sie sich gegebenenfalls über den Begriff Wahrscheinlichkeit!