33. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Saison 1993/1994

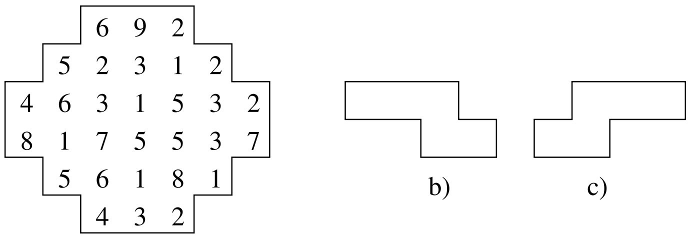
Aufgaben

33. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 330611:

Zerlege die Figur aus Abb. a) so in Teilstücke, daß jedes Teilstück die Gestalt von Abb. b) oder von Abb. c) hat und daß auf jedem Teilstück die Summe der Zahlen 20 beträgt!



a) b) c)

Aufgabe 330612:

Zwei Zahlen sollen die Summe 2 028 haben. Dividiert man die erste Zahl durch 28, so soll sich dasselbe ergeben wie bei Division der zweiten Zahl durch 128.

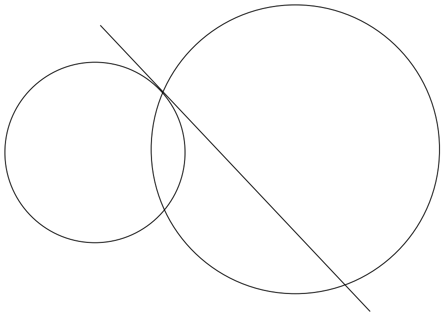
Zeige, daß die beiden Zahlen durch diese Forderungen eindeutig bestimmt sind; finde sie und bestätige, daß sie die Forderungen erfüllen!

Aufgabe 330613:

Karin zeichnet zwei Kreise, die sich in zwei verschiedenen Punkten schneiden. Dann zeichnet sie eine Gerade und zählt an der entstandenen Figur,

1. wieviele Punkte es gibt, die als gemeinsamer Punkt (Schnitt- oder Berührungspunkt) von mindestens zwei der drei gezeichneten Linien vorkommen,
2. wieviele Gebiete es gibt, die von Teilen der Linien vollständig eingeschlossen werden und in ihrem Innern frei von anderen Linienteilen sind.

Die Abbildung zeigt als Beispiel eine Figur mit 3 Punkten und 4 Gebieten.



Zeichne Figuren mit

a) 2 Punkten, 4 Gebieten;

b) 4 Punkten, 4 Gebieten;

c) 4 Punkten, 5 Gebieten!

Anregung: Stelle fest, welche Punkt- und Gebietszahlen überhaupt möglich sind! Was ändert sich, wenn auch Kreise zugelassen werden, die sich berühren?

Aufgabe 330614:

Ist n eine natürliche Zahl, so bezeichnet man das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis n mit dem Zeichen $n!$ (gelesen: "n - Fakultät"). Beispielsweise ist $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

Wie lauten die letzten drei Ziffern der Zahl, die sich beim Ausrechnen von

$$1! + 2! + 3! + 4! + ... + 99! + 100!$$

ergeben würde?