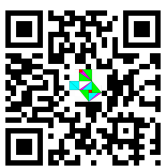
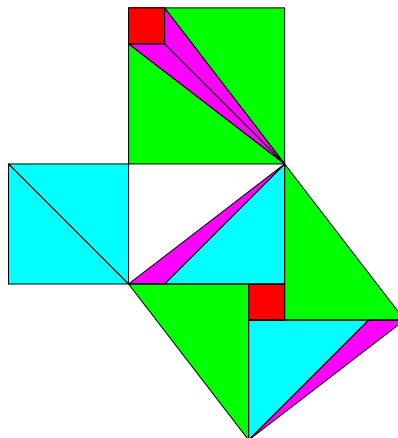
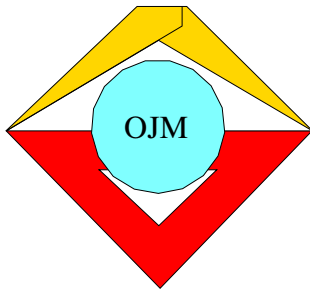




**33. Mathematik Olympiade**  
**4. Stufe (Bundesrunde)**  
**Klasse 8**  
**Saison 1993/1994**

Aufgaben





### 33. Mathematik-Olympiade

#### 4. Stufe (Bundesrunde)

#### Klasse 8

#### Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

#### Aufgabe 330841:

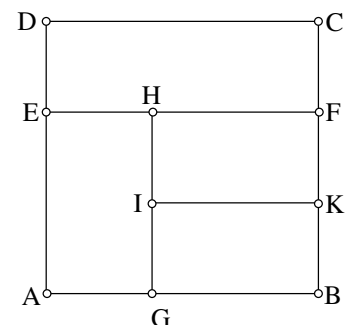
Max arbeitet zur Vorbereitung auf die Mathematik-Olympiade eine Anzahl von Aufgaben durch. Sein Freund Moritz, der ihn fragt, wie viele von diesen Aufgaben er schon gelöst habe und wie viele noch nicht, antwortet er:

”Die Anzahl der gelösten Aufgaben ist um 22 größer als die Anzahl der nicht gelösten Aufgaben. Addiert man zur Anzahl der gelösten Aufgaben die dreifache Anzahl der nicht gelösten Aufgaben, so erhält man eine Zahl, die kleiner als 60 ist. Addiert man aber zur Anzahl der gelösten Aufgaben ein Drittel der Anzahl der nicht gelösten Aufgaben, so ergibt sich eine ganze Zahl, die größer als 30 ist.”

Untersuche, ob durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist, wie viele Aufgaben Max bearbeitet und wie viele er davon gelöst hat! Ist das der Fall, so gib diese Anzahlen an!

#### Aufgabe 330842:

Es sei  $ABCD$  ein Quadrat mit gegebener Seitenlänge  $a$ . Eine Parallele zu  $AB$  schneide die Seiten  $AD$  und  $BC$  in  $E$  bzw.  $F$ , eine Parallele zu  $AD$  schneide die Strecke  $AB$  und  $EF$  in  $G$  bzw.  $H$ , eine Parallele zu  $AB$  schneide die Strecken  $GH$  und  $BC$  in  $I$  bzw.  $K$  (siehe Abbildung).



- a) Außer diesen Voraussetzungen soll die Bedingung erfüllt werden, daß die vier Rechtecke  $EFCD$ ,  $AGHE$ ,  $GBKI$  und  $IKFH$  untereinander flächengleich sind.

Ermittle unter dieser Bedingung den Umfang des Rechtecks  $IKFH$  in Abhängigkeit von  $a$ !

- b) Anstelle der in a) genannten Bedingung soll nun die Bedingung erfüllt werden, daß die vier Rechtecke  $EFCD$ ,  $AGHE$ ,  $GBKI$ ,  $IKFH$  untereinander umfangsgleich sind.

Ermittle unter dieser Bedingung den Flächeninhalt des Rechtecks  $IKFH$  in Abhängigkeit von  $a$ !

#### Aufgabe 330843:

Auf einer Ecke eines Würfels der Kantenlänge 1 cm sitzt eine Ameise. Längs jeder Kante des Würfels ist 1 g Honig verteilt. Die Ameise soll zum Endpunkt derjenigen Körperdiagonale gelangen, an deren Anfangspunkt sie sich befindet. Sie soll hierzu einen Weg von genau 7 cm Länge zurücklegen und dabei genau 7 Gramm Honig naschen.

Ermittle die Anzahl aller Wege, die unter diesen Bedingungen möglich sind!



Aufgabe 330844:

Für ein Dreieck seien folgende Bedingungen gefordert:

- (1) Alle drei Seitenlängen des Dreiecks haben, in Zentimetern gemessen, ganzzahlige Maßzahlen.
- (2) Der Umfang des Dreiecks beträgt 50 cm.

Ermittle die größtmögliche Anzahl von Dreiecken, die diese Forderungen erfüllen und unter denen sich keine zwei zueinander kongruenten Dreiecke befinden!

Aufgabe 330845:

Für jedes rechtwinklige Dreieck  $ABC$  mit dem rechten Winkel bei  $C$  bezeichne  $D$  den Schnittpunkt von  $AB$  mit der Winkelhalbierenden durch  $C$ . Der Abstand, den der Punkt  $D$  von einer der beiden Katheten hat, werde mit  $t$  bezeichnet. Die Längen der Katheten seien  $a$  und  $b$ .

Beweise, daß für jedes rechtwinklige Dreieck mit diesen Bezeichnungen die Gleichung  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{t}$  gilt!

Aufgabe 330846:

Untersuche, ob es ein Paar natürlicher Zahlen größer als Null gibt, deren Produkt genau zehnmal so groß wie ihre Summe ist! Wenn dies der Fall ist, ermittle alle derartigen Zahlenpaare!