



34. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 8
Saison 1994/1995

Aufgaben





34. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 340811:

Anja, Bernd und Christina haben am gleichen Tag Geburtstag.

An diesem Tag sagt Anja zu Christina: " $\frac{3}{4}$ deines Alters sind ebenso viele Jahre wie $\frac{2}{3}$ meines Alters."

Bernd sagt zu Christina: " $\frac{3}{4}$ deines Alters sind ebenso viele Jahre wie die Hälfte meines Alters."

Christina sagt: "Die Summe unserer drei Altersangaben in Jahren ausgedrückt, beträgt 58."

Zeige, daß durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist, wie alt Anja, Bernd und Christina sind! Nenne diese drei Altersangaben!

Aufgabe 340812:

Eine dreistellige natürliche Zahl werde genau dann "symmetrisch" genannt, wenn ihre Hunderterziffer gleich ihrer Einerziffer ist.

- Bilde alle diejenigen dreistelligen symmetrischen Zahlen, in denen nur Ziffern 0, 1, 2 vorkommen (jede eventuell auch mehrfach oder gar nicht)! Eine Begründung wird nicht verlangt.
- Bilde alle diejenigen dreistelligen symmetrischen Zahlen, die durch 6 teilbar sind und in denen nur die Ziffern 2, 5, 8 vorkommen! Beweise, daß genau die von Dir angegebenen Zahlen die geforderten sind!
- Ermittle die Anzahl aller dreistelligen symmetrischen Zahlen!
- Ermittle die Summe aller dreistelligen symmetrischen Zahlen!

Aufgabe 340813:

Zeichne zwei Kreise k_1 und k_2 mit gemeinsamem Mittelpunkt M ! Zeichne dann zwei Geraden g und h , die durch M gehen! Einen der Schnittpunkte von k_1 mit g bezeichne mit A , einen der Schnittpunkte von k_2 mit h bezeichne mit B ! Weiterhin bezeichne mit C denjenigen Schnittpunkt von k_2 mit g , für den M zwischen A und C liegt; und bezeichne mit D denjenigen Schnittpunkt von k_1 mit h , für den M zwischen B und D liegt!

Untersuche, ob für so konstruierte Punkte A, B, C, D stets eine der Aussagen $\overline{AB} < \overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AB} > \overline{CD}$ gilt! Wenn das für eine dieser Aussagen der Fall ist, beweise dies!

Aufgabe 340814:

An einer Analog-Uhr (einer Uhr mit Minutenzeiger und Stundenzeiger) kann man den Winkel zwischen den Zeigern so messen, daß man die Gradzahl angibt, um die man den Minutenzeiger im Uhrzeigersinn drehen müßte, bis er den (hierbei unbeweglich gedachten) Stundenzeiger erreicht.



Neben einer solchen Uhr, von der wir voraussetzen, daß sie stets genau geht, denken wir eine Digitaluhr betrachtet, die ebenfalls genau geht, d.h.: Wir setzen voraus, daß sich ihre Stunden-, Minuten- und Sekundenanzeige stets zu Beginn jeder Sekunde auf die richtige Zahlenangabe einstellt.

- a) Welche Zahlen zeigt die Digitaluhr zu allen denjenigen Zeitpunkten zwischen 9.30 Uhr und 12.30 Uhr, in denen die beiden Zeiger der Analog- Uhr genau aufeinander zu liegen kommen?
- b) Wie viele Minuten nach 9.30 Uhr bilden die beiden Zeiger der Analog-Uhr erstmals einen ebenso großen Winkel miteinander wie 9.30 Uhr?

Hinweis: Fällt ein Zusammenhang mit den Ergebnissen der Aufgabe a) auf?

- c) Welche Zahlen zeigt die Digitaluhr zu allen denjenigen Zeitpunkten zwischen 3 Uhr und 6 Uhr, in denen die beiden Zeiger der Analog-Uhr einen Winkel von 30° miteinander bilden?