1. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Saison 1961/1962

Aufgaben und Lösungen

1. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 010621:

Bei einem Probeflug auf der Strecke Moskau–Mirny (sowjetische Südpolarstation) überquerten zwei sowjetische Flugzeuge vom Typ „AN-10" und „IL-18" Europa, Asien, Australien, die Antarktis, den Indischen Ozean und den Stillen Ozean. Die AN-10 legte die gewaltige Strecke von 25 300 km in 48 h und 7 min, die IL-18 in 44 h und 36 min zurück.

Welche Strecke überflogen die beiden Flugzeuge durchschnittlich in 1 Stunde?

Aufgabe 010622:

Eine Expedition legte am ersten Tage $\frac{2}{5}$ des Weges, am zweiten Tage $\frac{1}{3}$ des Weges und am dritten Tag die restlichen 1 000 km zurück.

a) Welche Strecken wurden an den beiden ersten Tagen zurückgelegt?

b) Wie groß war die Gesamtstrecke?

Aufgabe 010623:

Auf einer Wanderung sagt Rudolf: „Die Entfernung von hier bis Neustadt ist größer als 5 km." Emil sagt: „Die Entfernung bis Neustadt ist kleiner als 5 km." Robert sagt: „Einer von beiden hat recht."

Nun wissen wir, daß Robert eine falsche Aussage gemacht hat. Wie groß ist die Entfernung tatsächlich?

Aufgabe 010624:

Zeichne einen beliebigen Winkel und nenne seinen Scheitelpunkt A! Wähle auf einem der beiden Schenkel einen beliebigen Punkt und nenne ihn P! Konstruiere nun auf dem anderen Schenkel einen Punkt X so, daß $PX = AX$ ist! Begründe die Konstruktion!

1. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 010621:

Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist die geflogene Strecke geteilt durch die dafür benötigte Zeit. Für die AN-10 ermittelt man $25\,300\text{ km} : 48\frac{7}{60}\text{ h} = 525{,}8\text{ km/h}$, für die IL-18 dagegen $25\,300\text{ km} : 44\frac{36}{60}\text{ h} = 567{,}3\text{ km/h}$. Die Maschinen flogen also durchschnittlich rund 526 km bzw. 567 km in einer Stunde.

Bemerkung: Zum einfacheren Rechnen kann man die Flugzeit auch erst in Minuten umrechnen (man erhält 2 887 Minuten bzw. 2 676 Minuten), dann die geflogene Strecke pro Minute ausrechnen (8,763 km/min bzw. 9,454 km/min) und schließlich die Zahlenwerte mit 60 multiplizieren, um das gewünschte Ergebnis in km/h zu erhalten.

Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier

Lösung 010622:

An den ersten beiden Tagen wurden $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$ des Weges zurückgelegt. Die 1 000 km des letzten Tages entsprechen also $\frac{4}{15}$ des gesamten Weges. Damit entsprechen $\frac{1}{15}$ des Weges 250 km.

a) Am ersten Tag wurden $6 \cdot 250\text{ km} = 1\,500\text{ km}$ und am zweiten Tag $5 \cdot 250\text{ km} = 1\,250\text{ km}$ zurückgelegt.

b) Zusammen ergibt das eine Gesamtstrecke von 3 750 km.

Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier

Lösung 010623:

Roberts Aussage war falsch. Die Möglichkeit, dass Rudolf *und* Emil Recht haben, besteht nicht, weil sich die Aussagen der beiden widersprechen. Deshalb hat keiner von beiden Recht. Das bedeutet, dass die Entfernung bis Neustadt weder größer noch kleiner als 5 km war. Sie betrug demnach genau 5 km.

Aufgeschrieben und gelöst von Rainer Biallas

Lösung 010624:

(Bild) Man konstruiere die Mittelsenkrechte zur Strecke AP. Alle auf ihr liegenden Punkte haben einen gleich großen Abstand zu A und P, dies folgt aus der Kongruenz (SWS) der Dreiecke AMX und PMX. Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten mit dem anderen Schenkel des Winkels ist daher der gesuchte Punkt X.

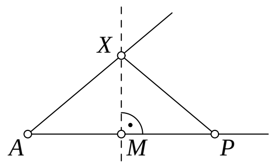

Bild 1:

Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier