2. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Saison 1962/1963

Aufgaben und Lösungen

2. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 020711:

In Berlin werden beim Aufbau des Stadtzentrums die neuen Wohnhäuser in der Karl-Marx-Allee mit Fliesen verkleidet. Eine Fliese hat folgende Abmessungen:

Länge $l = 29,5$ cm,
Breite $b = 12,0$ cm.

a) Berechne die Fläche einer Fliese!

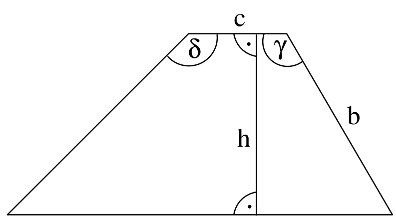
b) Wieviel Fliesen benötigt man für eine Fläche von 10,62 m Breite und 11,16 m Länge?

Die Fliesen dürfen dabei nicht zerteilt werden. Die Fugen bleiben unberücksichtigt.

Aufgabe 020712:

Gabriele hat im Unterrichtstag in der sozialistischen Produktion das abgebildete Werkstück hergestellt. Rolf will feststellen, ob sie in der Lage ist, mit Hilfe der von ihm ermittelten Maße, die auf der Abbildung sichtbare Fläche zu berechnen.
Wie groß ist die Fläche?

$$\begin{aligned} b &= 60\,\text{mm} \\ c &= 34\,\text{mm} \\ h &= 52\,\text{mm} \\ \gamma &= 120^\circ \\ \delta &= 135^\circ \end{aligned}$$

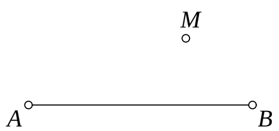


Aufgabe 020713:

Es ist zu beweisen, daß ein Dreieck, in dem zwei Höhen gleich lang sind, stets gleichschenklig ist.

Aufgabe 020714:

Gegeben ist eine Strecke AB und außerhalb von ihr ein Punkt M.



a) Konstruiere ein Dreieck ABC, in dem AB eine Seite und M der Schnittpunkt der Höhen ist!

b) Konstruiere ein Dreieck ABC, in dem AB eine Seite und M der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ist! Beschreibe die Konstruktionen und begründe sie!

Aufgabe 020715:

Die Summe von 9 aufeinanderfolgenden natürlichen (positiven ganzen) Zahlen beträgt 396. Wie lauten die Zahlen?

Aufgabe 020716:

In einem Haus mit 28 Fenstern sollen einige fehlende Fensterläden beschafft werden, so daß an jedem Fenster 2 Läden vorhanden sind. Einige Fenster haben noch 2 Läden, bei der gleichen Anzahl von Fenstern fehlen beide, der Rest hat je einen Laden.

Wieviel neue Fensterläden braucht man? Begründe die Antwort!

2. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

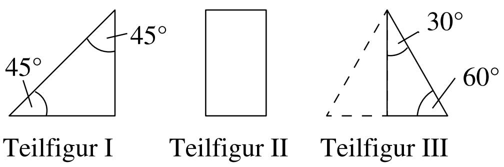
Lösung 020711:

a) Die Fläche einer Fliese ist $b \cdot l = 29,5\text{ cm} \cdot 12,0\text{ cm} = 354\text{ cm}^2$.

b) Damit man die Fliesen nicht zu zerteilen braucht, muss man die Fliesen der Länge nach aneinander legen, um die Breite der Wand aufzufüllen. Dann benötigt man $93 \cdot 36 = 3\,348$ Fliesen.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 020712:



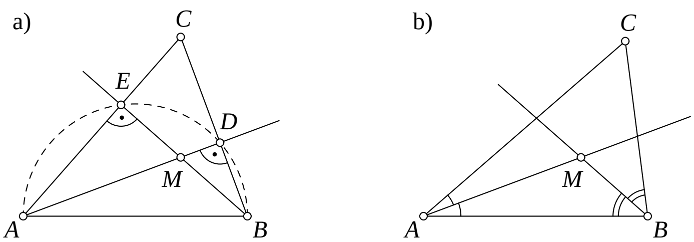
$$F_I = \frac{52\text{ mm} \cdot 52\text{ mm}}{2} = 1\,352\text{ mm}^2$$
$$F_{II} = 34\text{ mm} \cdot 52\text{ mm} = 1\,768\text{ mm}^2$$
$$F_{III} = \frac{30\text{ mm} \cdot 52\text{ mm}}{2} = 780\text{ mm}^2$$
$$F = F_I + F_{II} + F_{III} = 3\,900\text{ mm}^2$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (14)

Lösung 020713:
Aus der Kongruenz von Teildreiecken, z.B. nach (s,w,w) oder nach (s,s,w) und daraus Winkelgleichheit ableiten.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (14)

Lösung 020714:



a) Zuerst zeichnet man die Geraden AM und BM ein. Auf diesen liegen die Höhen h_a und h_b des Dreiecks. Dann fällt man von A und B aus das Lot auf die jeweils andere Gerade. Da die Lote senkrecht zu den Höhen stehen und je ein Eckpunkt des Dreiecks auf ihnen liegt, sind sie die beiden anderen Seiten. Ihr Schnittpunkt ist der Punkt C.

b) Man beginnt mit denselben Geraden. Dann trägt man aber die Winkel $\sphericalangle MAB$ und $\sphericalangle MBA$ nochmals in A und B an, so daß man die vollen Winkel des Dreiecks an diesen Eckpunkten erhält. Damit hat man die zwei fehlenden Seiten und deren Schnittpunkt als dritten Eckpunkt C.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 020715:

$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) + (n+5) + (n+6) + (n+7) + (n+8) = 9n + 36 = 396$, damit folgt $9n = 360$ und $n = 40$. Die Zahlen sind also 40 bis 48.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Lösung 020716:

Man kann (in Gedanken) von jedem Fenster, das noch zwei Läden hat, einen an einem Fenster anbringen, das keinen Laden mehr hat (schließlich ist die Anzahl dieser beiden „Arten“ von Fenstern gleich!). Dann hätte jedes Fenster einen Fensterladen, überall würde einer fehlen. Also braucht man 28 neue Fensterläden.

Aufgeschrieben von Carsten Balleier – Quelle: (14)

Quellenverzeichnis

(14) "a+b = b+a" - Heft 60, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 7 - Dokumentation I.-XVII. Olympiade (1961-1978), Mathematischer Lesebogen vom Bezirkskabinett für außerunterrichtliche Tätigkeit, Rat des Bezirkes Leipzig, J. Lehmann, 1978.