3. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Saison 1963/1964

Aufgaben und Lösungen

3. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 030621:

Schallwellen legen in der Luft in einer Sekunde eine Strecke von rund 340 m zurück, die Rundfunkwellen dagegen rund 300 000 km. Wer hört einen vor dem Mikrophon sprechenden Redner früher,

a) ein Zuhörer in der ersten Reihe im Saal, der 2 m vom Redner entfernt sitzt, oder

b) ein Rundfunkhörer, der die Sendung in einer Entfernung von 1 000 km mit Kopfhörern abhört?

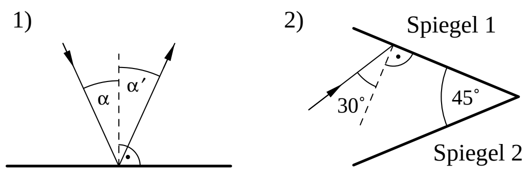
Begründe deine Antwort.

Aufgabe 030622:

Fällt ein Lichtstrahl auf einen ebenen Spiegel, so wird er so reflektiert, daß der Einfallswinkel α und der Reflexionswinkel α' gleich groß sind (Abb. siehe unten).

a) Konstruiere den Verlauf eines Lichtstrahls, der auf den in der Abbildung 2) dargestellten Winkelspiegel unter einem Einfallswinkel von 30° fällt!

b) Welchen Winkel bildet der auf den Spiegel 1 einfallende Strahl mit dem vom Spiegel 2 reflektierten?



Aufgabe 030623:

Gegeben seien zwei Punkte A und B, deren Abstand 10 cm beträgt. Du hast als Hilfsmittel nur ein Lineal von 8 cm Länge (ohne Zentimetereinteilung) und einen Zirkel zur Verfügung. Zeichne die Gerade, die durch A und B geht, und begründe die Konstruktion!

Aufgabe 030624:

Wieviel Streichhölzer von je 5 cm Länge werden gebraucht, um eine quadratische Fläche von 1 m^2 in gleichgroße Quadrate aufzuteilen, die von je vier Streichhölzern begrenzt werden. (Dabei dürfen zwei benachbarte Quadrate nur durch ein Streichholz getrennt werden.)

3. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

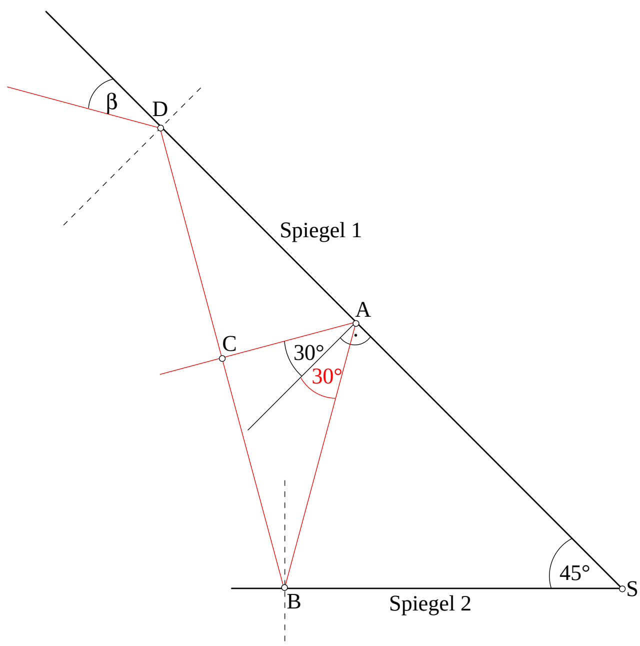
Lösung 030621:

Da die Schallwellen für eine Strecke von 2 m rund $\frac{1}{170}$ Sekunde benötigen, die Rundfunkwellen aber für 1 000 km nur $\frac{1}{300}$ Sekunde brauchen, hört der Rundfunkhörer den Redner etwas früher.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 030622:

a) Die folgende Zeichnung stellt in roter Farbe den Verlauf des Lichtstrahles dar. Eine weitere Reflexion tritt nicht auf, da der bei D reflektierte Lichtstrahl nicht mehr auf den Spiegel 2 trifft.



Die kann man wie folgt beweisen: Der Einfallswinkel bei A beträgt 30°, also auch der Reflexionswinkel, und damit ist der Winkel $\sphericalangle BAS = 60°$. Nun ergibt sich nach Innenwinkelsummensatz im Dreieck ΔBAS für den Winkel $\sphericalangle ABS$:

$$\sphericalangle ABS = 180° - 45° - 60° = 75°.$$

Der Einfallswinkel ergibt sich als Ergänzung zu 90°, also ist der Winkel $\sphericalangle ABC = 2 \cdot 15° = 30°$ als Summe von Einfalls- und Reflexionswinkel. Im Dreieck ΔBSD gilt dann:

$$\begin{aligned} \sphericalangle BDS &= 180° - \sphericalangle ASB - \sphericalangle ABS - \sphericalangle ABC \\ &= 180° - 45° - 75° - 30° \\ &= 30°. \end{aligned}$$

Damit beträgt auch $\beta = 30°$. Dieser Winkel ist kleiner als $\sphericalangle BSD$, weshalb der letzte Lichtstrahl den Spiegel 1 nicht mehr treffen wird.

b) Gesucht ist Winkel $\sphericalangle BCA$. Nach Innenwinkelsummensatz im Dreieck ΔABC ergibt sich:

$$\begin{aligned}\sphericalangle BCA &= 180° - \sphericalangle BAC - \sphericalangle ABC \\ &= 180° - 2 \cdot 30° - 30° \\ &= 90°.\end{aligned}$$

Der gesuchte Winkel ist also ein rechter Winkel.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030623:

Man schlägt um A und um B Kreise mit gleichem Radius, der etwas größer als 5 cm sein muß. Die beiden Schnittpunkte dieser Kreise werden durch das Lineal miteinander verbunden und die so entstandene Strecke mit Zirkel und Lineal halbiert. Dann ist der Halbierungspunkt auch der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$, und diese läßt sich nunmehr mit dem Lineal zeichnen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 030624:

Man erhält insgesamt 400 Quadrate. In jeder horizontalen Reihe liegen 20 Streichhölzer, also gibt es zusammen $20 \cdot 21 = 420$ horizontal liegende Streichhölzer. In jeder vertikalen Reihe liegen ebenfalls 20 Streichhölzer, also gibt es zusammen $20 \cdot 21 = 420$ vertikal liegende Streichhölzer. Daher werden insgesamt 840 Streichhölzer benötigt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Quellenverzeichnis

(13) "a+b = b+a" - Heft 52, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 5/6 - Dokumentation I.-XII. Olympiade (1961-1972), Mathematischer Lesebogen vom Rat des Stadtbezirks Leipzig Südost, Abteilung Volksbildung, J. Lehmann und W. Unze, 1973.