7. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1967/1968

Aufgaben und Lösungen

7. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

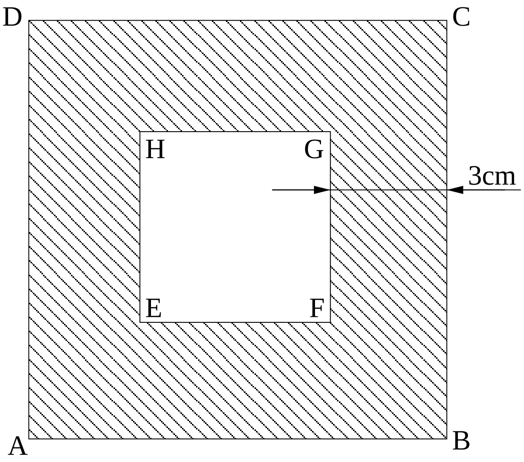
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 070611:

Zu einem Straßenbahnhof einer gewissen Großstadt gehören insgesamt 83 Straßenbahnwagen. Davon sind genau 46 Anhänger. Zu einem gewissen Zeitpunkt befinden sich insgesamt 8 Triebwagen mit je zwei Anhängern und 23 Triebwagen mit je einem Anhänger im Einsatz.

Welches ist die Anzahl aller Triebwagen und Anhänger, die sich zu diesem Zeitpunkt nicht im Einsatz befinden?

Aufgabe 070612:



Die Abbildung stellt zwei Quadrate $ABCD$, $EFGH$ dar. Sie sind so gelegen, daß die vier Diagonalen AC, BD, EG und FH einander in genau einem Punkt schneiden, und daß $AB \parallel EF$ gilt.

Die Differenz der Flächeninhalte der beiden Quadrate $ABCD$ und $EFGH$ beträgt $96\,\text{cm}^2$.

Berechne die Längen der Strecken BC und GH!

Aufgabe 070613:

In einem Speicher wurden insgesamt 2170 kg Getreide gelagert. Es waren genau 11 Sack Weizen zu je 80 kg, 6 Sack Gerste und 12 Sack Mais. Jeder Sack Gerste enthielt 5 kg mehr als jeder Sack Mais.

Wieviel Kilogramm Mais wurden im Speicher gelagert?

Aufgabe 070614:

Unter der Fakultät einer natürlichen Zahl $n \geq 2$ (geschrieben $n!$) verstehen wir das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis n.

Es gilt zum Beispiel:

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$
$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

Ermittle, auf welche Ziffer die Summe $s = 3! + 4! + 5! + 6! + 7! + 8! + 9! + 10!$ endet!

7. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 070611:

Es gibt a Anhänger und t Triebwagen: $a + t = 46 + t = 83$. Das heißt, daß es in der Stadt 37 Triebwagen gibt. Zu dem gegebenem Zeitpunkt befinden sich $8 + 23 = 31$ Triebwagen und $16 + 23 = 39$ Anhänger im Einsatz. Folglich sind zu diesem Zeitpunkt $46 - 39 = 7$ Anhänger und $37 - 31 = 6$ Triebwagen nicht im Einsatz.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 070612:

Da es sich um Quadrate handelt, gilt für die Strecken $a = AB = BC = CD = DA$ sowie $b = EF = FG = GH = HE$. Außerdem gilt mit der Angabe der Breite der schraffierten Fläche von 3 cm, daß $a = b + 6$ cm. Damit kann man den Flächeninhalt der Quadrate angeben mit (Angaben in cm^2):

$$\begin{aligned} A_{klein} &= b^2 \\ A_{gross} &= a^2 = (b+6)^2 = b^2 + 12b + 36 = A_{klein} + 12b + 36 \\ A_{gross} - A_{klein} &= 12b + 36 \\ 96 &= 12b + 36 \\ b &= 5 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich: $GH = b = 5$ cm sowie $BC = a = b + 6$ cm $= 11$ cm.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 070613:

Von 2170 kg sind $11 \cdot 80$ kg $= 880$ kg abzuziehen, um auf das Gewicht von Gerste und Mais zusammen zu kommen. Das heißt, Gerste (g kg) und Mais (m kg) zusammen ergaben $(2170 - 880)$ kg $= 1290$ kg. Betrachtet man noch, daß $g = m + 5$, dann ergibt sich (in Kilogramm):

$$\begin{aligned} 6g + 12m &= 1290 \\ 6 \cdot (m+5) + 12m &= 1290 \\ 18m + 30 &= 1290 \\ 18m &= 1260 \\ m &= 70 \\ g &= 75. \end{aligned}$$

In jedem Sack Mais befanden sich also 70 kg, was bei 12 Säcken ein Gesamtgewicht von $12 \cdot 70$ kg $= 840$ kg ist.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 070614:

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ endet auf 6
$4! = 3! \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$ endet auf 4
5! und höhere Fakultäten enden immer auf 0, weil in ihnen die Faktoren 2 und 5 vorkommen und folglich ein Faktor $2 \cdot 5 = 10$ ist und damit die letzte Ziffer Null sein muß.

Die Summe s ergibt somit eine letzte Ziffer gleich der von $4 + 6 = 10$, also Null.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel