



11. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Saison 1971/1972

Aufgaben und Lösungen





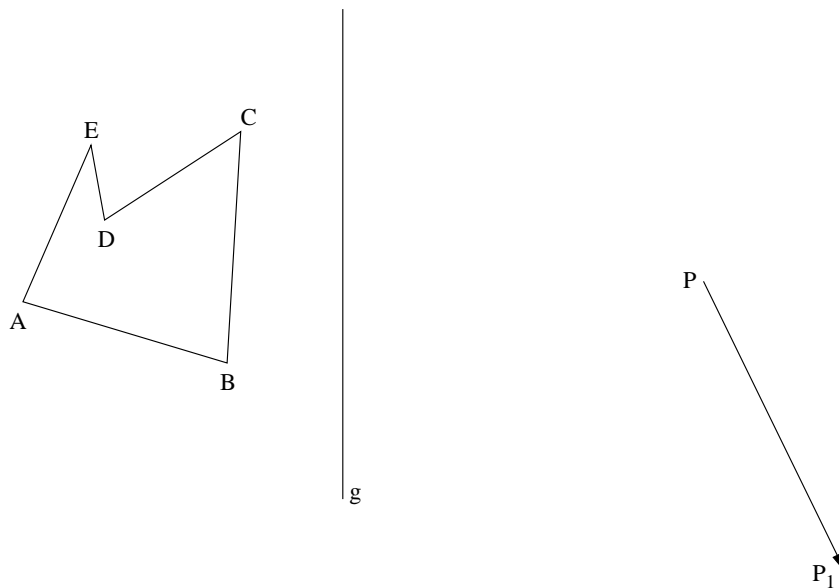
11. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 110621:

Das auf der untenstehenden Zeichnung abgebildete Fünfeck $ABCDE$ soll an der Geraden g gespiegelt werden. Auf das so entstandene Fünfeck $A_1B_1C_1D_1E_1$ ist anschließend die Verschiebung anzuwenden, die durch den Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$ gegeben ist.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck auf dem Arbeitsblatt das dadurch entstehende Fünfeck $A_2B_2C_2D_2E_2$! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



Aufgabe 110622:

Ruth, Marion und Petra verbringen einen Teil ihrer Ferien in einem Pionierlager. Jede von ihnen betreibt genau eine der Sportarten Tischtennis, Volleyball und Schwimmen. Außerdem ist bekannt:

- (1) Marion leiht sich von der Volleyballspielerin gern gute Bücher.
- (2) Die Volleyballspielerin und Petra haben nicht gleichviele Preise bei der Mathematikolympiade errungen.
- (3) Marion geht in eine höhere Klasse als die Tischtennisspielerin.

Welche Sportart treibt jedes der drei Mädchen?



Aufgabe 110623:

Von dem berühmten Mathematiker LEONHARD EULER (1707 bis 1783) stammt folgende Aufgabe:

Zerlege die Zahl 25 so in zwei Summanden, daß der größere Summand 49 mal so groß ist wie der kleinere Summand.

Hinweis: Die Summanden brauchen nicht natürliche Zahlen zu sein.

Aufgabe 110624:

Wenn man ein Drittel von Rainers Spargeld zu einem Fünftel dieses Spargeldes addiert, dann ist die Summe genau 7 Mark mehr als die Hälfte seines Spargeldes.

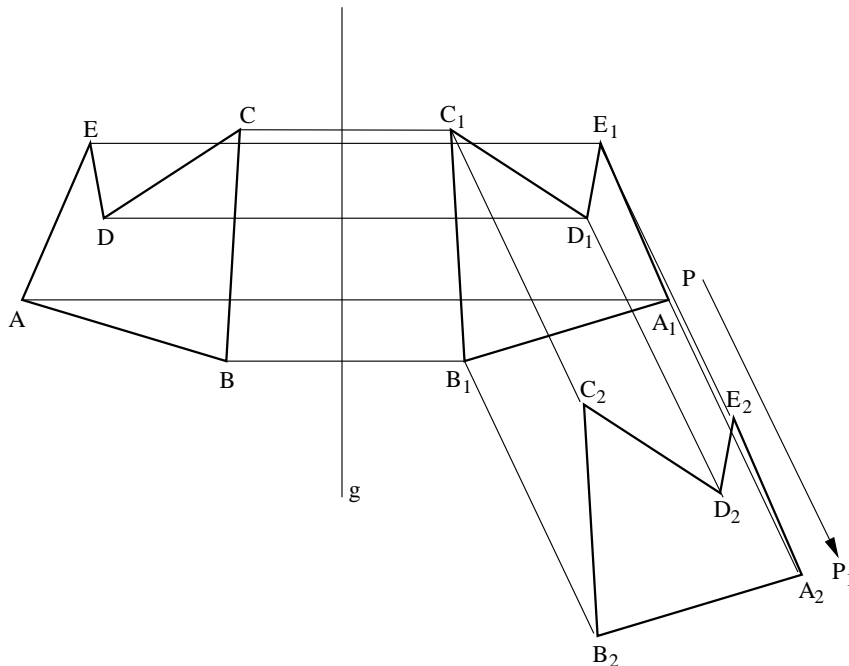
Wieviel Mark hat Rainer hiernach insgesamt gespart?



11. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 110621:



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 110622:

- (4) Wegen der Aussagen (1) und (2) ist die Volleyballspielerin weder Marion noch Petra. Ruth ist also die Volleyballspielerin.
- (5) Da die Tischtennisspielerin wegen (3) nicht Marion und wegen (4) nicht Ruth sein kann, ist Petra die Tischtennisspielerin.
- (6) Aus (4) und (5) ergibt sich: Marion ist die Schwimmerin.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)



Lösung 110623:

Soll der größere Summand das 49fache des kleineren Summanden betragen, so muß die Summe das 50fache des kleineren Summanden sein. Diesen erhält man daher, wenn man die Summe durch 50 dividiert; er lautet somit $25 : 50 = \frac{1}{2}$, und hiernach muß der größere Summand $49 \cdot \frac{1}{2} = \frac{49}{2}$ sein.

In der Tat beträgt die Summe von diesen beiden Summanden (von denen der größere 49 mal so groß ist wie der kleinere) $\frac{1}{2} + \frac{49}{2} = 25$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

Lösung 110624:

Laut Aufgabe besitzt Rainer Spargeld. Dessen Betrag sei x Mark. Dann gilt

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{x}{2} + 7.$$

Hieraus folgt nach Multiplikation mit 30 weiter $10x + 6x = 15x + 210$ und daraus $x = 210$. Also hat Rainer insgesamt 210 Mark gespart.

Anderer Lösungsweg: Wegen $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15} = \frac{16}{30}$ und $\frac{1}{2} = \frac{15}{30}$ sind $\frac{16}{30}$ von Rainers Spargeld genau 7 Mark mehr als $\frac{15}{30}$ dieses Geldes. Also stellen 7 Mark genau $\frac{1}{30}$ seines Spargeldes dar. Er hat mithin insgesamt 30 mal so viel gespart. Das sind genau 210 Mark.

Hinweis: Da der Aufgabentext bereits die Existenz einer Geldsumme mit den angegebenen Eigenschaften vorgibt, ist zur vollständigen Lösung keine "Probe" erforderlich.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)



Quellenverzeichnis

- (13) "a+b = b+a" - Heft 52, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 5/6 - Dokumentation I.-XII. Olympiade (1961-1972), Mathematischer Lesebogen vom Rat des Stadtbezirks Leipzig Südost, Abteilung Volksbildung, J. Lehmann und W. Unze, 1973.