



12. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1972/1973

Aufgaben und Lösungen





12. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 120511:

Auf einer Geburtstagsfeier stellt Rainer seinen Gästen folgende - schon im Altertum bekannte - Knobelaufgabe:

Eine Schnecke beginnt am Anfang eines Tages vom Erdboden aus eine 10 m hohe Mauer emporzukriechen. In der folgenden Zeit kriecht sie während der ersten 12 Stunden je eines Tages um 5 m höher und gleitet während der restlichen 12 Stunden des gleichen Tages jeweils um 4 m nach unten.

Nach wieviel Stunden hat sie erstmals die gesamte Mauerhöhe erreicht?

Aufgabe 120512:

Heinz, Gerd und Jochen haben sich in einem Zeltlager für Thälmann-Pioniere kennengelernt. Von diesen drei Jungen ist folgendes bekannt:

- (1) Mindestens zwei von ihnen spielen Tischtennis, mindestens zwei Fußball.
- (2) Einer von ihnen wohnt in Berlin, einer in Leipzig und einer in Rostock. Keiner von ihnen wohnt gleichzeitig in zwei dieser Orte.
- (3) Nur Heinz und der Berliner sind Tischtennispieler.
- (4) Nur Gerd und der Leipziger sind Fußballspieler.
- (5) Jochen, der Handball spielt, ist älter als der Leipziger.
- (6) Keiner der Tischtennispieler spielt auch Handball.
- (7) Der Handballspieler ist nicht der älteste der drei Jungen.

Gib von jedem der drei Jungen an, wo er wohnt und welche der drei Sportarten er betreibt! Wer ist der älteste und wer der jüngste der drei Jungen?

Aufgabe 120513:

Von einem Bahnhof wurden mit zwei LKW Kartoffeln abtransportiert, und zwar insgesamt 170 t. Der erste LKW, der bei jeder Fahrt mit 4 t Kartoffeln beladen wurde, führte insgesamt 20 Fahrten aus.

Wieviel Fahrten führte der zweite LKW insgesamt aus, wenn er bei jeder Fahrt mit 5 t der Kartoffeln beladen wurde, die der erste LKW nicht abtransportiert hatte?

Aufgabe 120514:

Erklärung: Mit der Schreibweise einer "fortlaufenden Ungleichung" $a < b < c < d$ drückt man aus, daß die drei Ungleichungen $a < b$, $b < c$ und $c < d$ gelten. Es gelten dann auch die Ungleichungen $a < c$, $a < d$ und



$b < d$.

Aufgabe:

Es seien w, x, y, z vier natürliche Zahlen, für die folgende Ungleichungen gelten:

(1) $z > x$

(2) $z < w$

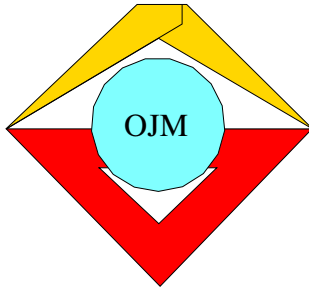
(3) $w > x$

(4) $x < y$

(5) $y > w$

(6) $z < y$

Stelle fest, ob sich alle diese Ungleichungen in Form einer fortlaufenden Ungleichung schreiben lassen!



12. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 120511:

Nach 12 Stunden hat die Schnecke 5 m Mauerhöhe erreicht. Nach 24 Stunden ist sie nur noch bei 1 m Mauerhöhe.

Nach weiteren 12 Stunden sind 36 Stunden vergangen. Die Schnecke ist an diesem Tag an ihrem höchsten Punkt - bei einer Mauerhöhe von 6 m.

24 Stunden später (nach 60 Stunden) ist sie bei 7 m.

24 Stunden später (nach 84 Stunden) ist sie bei 8 m.

24 Stunden später (nach 108 Stunden) ist sie bei 9 m.

24 Stunden später (nach 132 Stunden) ist sie bei 10 m.

Die Schnecke hat also nach 132 Stunden erstmals die gesamte Mauerhöhe erreicht.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 120512:

Aus (2) und (4) folgt, daß Gerd nicht in Leipzig wohnt.

Aus (2) und (5) folgt, daß Jochen nicht in Leipzig wohnt. Folglich wohnt Heinz in Leipzig. Also spielen nach (4) Gerd und Heinz Fußball.

Aus (5) und (6) folgt, daß Jochen kein Tischtennispieler ist und folglich, daß Heinz und Gerd Tischtennis spielen. Damit kann die Frage nach den Sportarten schon beantwortet werden: Heinz und Gerd spielen sowohl Fußball als auch Tischtennis; Jochen ist der Handballspieler.

Damit und nach (3) muß Gerd der Berliner sein. Demzufolge wohnt Jochen in Rostock, und wie bereits bekannt, wohnt Heinz in Leipzig.

Nach (5) ist Jochen älter als der Leipziger (Heinz), während nach (6) der Handballer (Jochen) nicht der Ältteste ist. Damit ergibt sich die Reihenfolge Gerd - Jochen - Heinz, d.h. Gerd ist der Ältteste und Heinz der Jüngste.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 120513:

Wenn der erste LKW 20 Fahrten zu je 4 t durchführte, so hat er insgesamt 80 t Kartoffeln transportiert. Für den 2. LKW blieben damit $170 \text{ t} - 80 \text{ t} = 90 \text{ t}$. Da der 2. LKW pro Fahrt 5 t transportieren konnte, ergeben sich $90 : 5 = 18$ Fahrten.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 120514:

Zunächst werden alle Aussagen so geschrieben, daß dasselbe Relationszeichen vorkommt:

(1) $z > x$

(2) $w > z$

(3) $w > x$

(4) $y > x$

(5) $y > w$

(6) $y > z$

Faßt man nun die 5., 2. und 1. Ungleichung in dieser Reihenfolge zusammen, dann erhält man die Beziehung:

$$y > w > z > x.$$

Alle weiteren Aussage sind durch diese "fortlaufende Ungleichung" ebenfalls erfüllt.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel