



**12. Mathematik Olympiade**  
**1. Stufe (Schulolympiade)**  
**Klasse 6**  
**Saison 1972/1973**

Aufgaben und Lösungen





## 12. Mathematik-Olympiade

### 1. Stufe (Schulolympiade)

#### Klasse 6

#### Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

#### Aufgabe 120611:

Von 30 Schülern einer Klasse lesen regelmäßig 20 Schüler die Zeitschrift "Fröhlichsein und Singen" (Frösi), 12 Schüler die mathematische Schülerzeitschrift "alpha" und 6 Schüler weder "Frösi" noch "alpha".

Ermittle die Anzahl aller Schüler dieser Klasse, die beide Zeitschriften lesen!

#### Aufgabe 120612:

Ein Betrieb will unter Verwendung des gleichen Uhrwerks Uhren verschiedener Ausführung herstellen. Zu diesem Zwecke stehen sechs verschiedene Gehäuseausführungen, vier verschiedene Ausführungen von Zifferblättern und drei verschiedene Zeigerausführungen zur Verfügung.

Gib die Anzahl aller verschiedenen Ausführungen von Uhren an, die sich unter diesen Umständen herstellen lassen!

#### Aufgabe 120613:

In einem Raum mit einer rechteckigen Bodenfläche von 11 m Breite und 36 m Länge stehen 6 Maschinen mit Standflächen von folgendem Flächeninhalt:

Maschine A: $15 \text{ m}^2$	Maschine D: $60 \text{ m}^2$
Maschine B: $5 \text{ m}^2$	Maschine E: $18 \text{ m}^2$
Maschine C: $18 \text{ m}^2$	Maschine F: $50 \text{ m}^2$

Für die Lagerung und Bereitstellung der zu bearbeitenden Werkstücke werden an den Maschinen weitere Flächen mit folgendem Flächeninhalt benötigt:

An der Maschine A: $14 \text{ m}^2$	An der Maschine D: $21 \text{ m}^2$
An der Maschine B: $6 \text{ m}^2$	An der Maschine E: $13 \text{ m}^2$
An der Maschine C: $15 \text{ m}^2$	An der Maschine F: $17 \text{ m}^2$

Die restliche Bodenfläche soll für Transportwege genutzt werden.

- Berechne (in  $\text{m}^2$ ) den Flächeninhalt der Bodenfläche, die für Transportwege zur Verfügung steht!
- Wir nehmen an, daß die Anordnung der Maschinen und der Lagerplätze es gestattet, die Transportwege aus Rechteckflächen von gleicher Breite zusammzusetzen. Die Summe der Längen dieser Rechteckflächen wollen wir dann als "Gesamtlänge der Transportwege" bezeichnen.

Wie breit sind diese Transportwege, wenn sie eine Gesamtlänge von 48 m besitzen?

#### Aufgabe 120614:

Eine Strecke von 168 m Länge soll in drei Teilstrecken geteilt werden, deren Längen der Reihe nach mit  $a$ ,  $b$ ,  $c$  bezeichnet seien. Dabei soll die zweite Teilstrecke dreimal so lang wie die erste und die dritte Teilstrecke



viermal so lang wie die erste sein.

Ermittle alle Möglichkeiten, die Längen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  der Teilstrecken so anzugeben, daß eine Teilung mit diesen Eigenschaften entsteht!



12. Mathematik-Olympiade  
1. Stufe (Schulolympiade)  
Klasse 6  
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 120611:

Die Anzahl der Schüler, die beide Zeitschriften lesen, sei  $x$ .

Dann lesen genau  $(20 - x)$  Schüler "Frösi" aber nicht "alpha", ferner genau  $(12 - x)$  Schüler "alpha", aber nicht "Frösi". Daher gilt

$$x + (20 - x) + (12 - x) + 6 = 30,$$

woraus  $38 - x = 30$ , also  $x = 8$  folgt.

*Hinweis:* Da aus der Aufgabenstellung die Existenz einer Anzahl  $x$  mit allen geforderten Eigenschaften entnommen werden kann, ist eine Probe nicht zu einer vollständigen Lösung erforderlich.

*Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)*

Lösung 120612:

Jedes der sechs Gehäuse muß mit einem der vier Zifferblätter ausgestattet werden. Das ergibt genau  $6 \cdot 4 = 24$  verschiedene Möglichkeiten einer Ausstattung mit Gehäuse und Zifferblatt. Jede dieser Möglichkeiten muß mit je einer der drei verschiedenen Zeigerausführungen verbunden werden. Das gibt insgesamt genau  $24 \cdot 3 = 72$  verschiedene Ausführungsmöglichkeiten.

*Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)*

Lösung 120613:

- Der Flächeninhalt der Standfläche für die Maschinen beträgt  $166 \text{ m}^2$ , derjenige der Fläche für die Lagerung der Werkstücke  $86 \text{ m}^2$ , der Flächeninhalt der gesamten Bodenfläche wegen  $11 \cdot 36 = 396$  insgesamt  $396 \text{ m}^2$ . Mithin verbleiben wegen  $396 - 166 - 86 = 144$  für die Transportwege  $144 \text{ m}^2$ .
- Die Breite der Transportwege betrage  $x \text{ m}$ . Dann gilt  $48 \cdot x = 144$ , woraus man  $x = 144 : 48$ , also  $x = 3$  erhält. Dann beträgt die gesuchte Breite  $3 \text{ m}$ .

*Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)*

Lösung 120614:

Angenommen, die Längen  $a, b, c$  haben die geforderten Eigenschaften. Dann gilt:

$$\begin{aligned} a + b + c &= 168 \text{ m, ferner} \\ b &= 3a \text{ sowie} \\ c &= 4a. \end{aligned}$$



Daraus folgt:

$$a + 3a + 4a = 168 \text{ m, also}$$

$$8a = 168 \text{ m, woraus man}$$

$$a = 21 \text{ m, also}$$

$$b = 63 \text{ m und } c = 84 \text{ m erhält.}$$

Deshalb können nur diese Längen die gestellten Bedingungen erfüllen. Wegen  $63 \text{ m} = 3 \cdot 21 \text{ m}$ ,  $84 \text{ m} = 4 \cdot 21 \text{ m}$  und  $21 \text{ m} + 63 \text{ m} + 84 \text{ m} = 168 \text{ m}$  haben sie die geforderten Eigenschaften tatsächlich.

*Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)*



---

## Quellenverzeichnis

- (13) "a+b = b+a" - Heft 52, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 5/6 - Dokumentation I.-XII. Olympiade (1961-1972), Mathematischer Lesebogen vom Rat des Stadtbezirks Leipzig Südost, Abteilung Volksbildung, J. Lehmann und W. Unze, 1973.