12. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Saison 1972/1973

Aufgaben und Lösungen

12. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 121011:

Zeichnen Sie in schräger Parallelprojektion vier ebenflächig begrenzte Körper mit jeweils genau 6 Ecken, von denen der erste genau 5, der zweite genau 6, der dritte genau 7 und der vierte genau 8 Flächen besitzt!

Ermitteln Sie jeweils für diese Körper die Anzahl aller Kanten!

Aufgabe 121012:

In einem rechtwinkligen kartesischen Koordinatensystem sei eine Parabel durch die Gleichung $y = x^2$ gegeben.

Geben Sie eine Gleichung derjenigen Geraden an, die nicht parallel zur y-Achse verläuft und mit der Parabel genau einen Punkt P mit der Abszisse 3 gemeinsam hat!

Aufgabe 121013:

Gegeben seien zwei Strecken mit den Längen a und b.

Konstruieren Sie eine Strecke der Länge $\frac{a \cdot b}{a+b}$!

Aufgabe 121014:

In einem alten Lehrbuch wird in einer Aufgabe über folgenden Handel berichtet:

Ein Bauer wollte bei einem Viehhändler mehrere Tiere kaufen. Der Viehhändler verlangte für jedes den gleichen Preis. Dem Bauern gelang es, diesen Preis um genau so viel Prozent des geforderten Preises herunterzuhandeln, wie er (in Groschen) betragen sollte.

Er bezahlte jetzt 21 Groschen pro Tier. Bei dem ursprünglichen Preis hätte sein Geld genau für 3 Tiere gereicht. Jetzt konnte er mehr Tiere kaufen, wobei er sein Geld vollständig ausgab.

Wie viele Tiere konnte der Bauer insgesamt kaufen?

12. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 121011:

Aufgeschrieben von Unbekannt – Quelle: (12)

Lösung 121012:

Aufgeschrieben von Unbekannt – Quelle: (12)

Lösung 121013:

Aufgeschrieben von Unbekannt – Quelle: (12)

Lösung 121014:

Der ursprüngliche Preis p_1 wird um $p_1\% = \frac{p_1}{100}$ gesenkt. Also ist der neue Preis p_2 gleich $p_2 = p_1 - p_1 \cdot \frac{p_1}{100} = p_1 - \frac{p_1^2}{100}$. Da p_2 21 Groschen beträgt, gilt:

$$\begin{aligned} -\frac{p_1^2}{100} + p_1 &= 21 \\ p_1^2 - 100 \cdot p_1 + 2100 &= 0 \\ p_1^2 - 100 \cdot p_1 + 2500 &= 400 \\ (p_1 - 50)^2 &= 400 \\ p_1 &= 50 \pm 20 \end{aligned}$$

Also war der ursprüngliche Preis p_1 30 oder 70 Groschen. Zu diesem ursprünglichen Preis konnte der Bauer genau drei Tiere kaufen. Zu 21 Groschen kann er n Tiere kaufen, wobei er jeweils sein ganzes Geld ausgibt. Also gilt: $3 \cdot p_1 = 21 \cdot n \Leftrightarrow n = \frac{p_1}{7}$. Da n eine natürliche Zahl ist, muss p_1 durch 7 teilbar sein. Dies gilt für 70, aber nicht für 30 Groschen. Also betrug der ursprüngliche Preis 70 Groschen. Der Bauer kann nun 10 Tiere kaufen.

Probe: ursprünglicher Preis pro Tier: $p_1 = 70$ Groschen; der Bauer hatte ursprünglich Geld für genau drei Tiere, damit hatte er $3 \cdot p_1 = 3 \cdot 70 = 210$ Groschen bei sich. Der neue Preis pro Tier war 70 Groschen minus 70% von 70 Groschen, also $70 - 0,7 \cdot 70 = 70 - 49 = 21$ Groschen. Wenn ein Tier 21 Groschen kostet und 210 Groschen vorhanden sind, können also genau 10 Tiere gekauft werden.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel, gelöst von Annika Heckel

Quellenverzeichnis

(12) Buch: Neue Mathematik-Olympiade-Aufgaben von Engel/Pirl, 1990, Aulis-Verlag