



24. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Saison 1984/1985

Aufgaben und Lösungen





24. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 240521:

Harald will an der Wandzeitung über die rege Freizeitbeschäftigung der Pioniere Marion, Petra und Ruth berichten. Ihm ist bekannt:

- (1) Jedes der drei Mädchen betreibt genau eine der Sportarten Schwimmen, Tischtennis, Volleyball. Jede dieser drei Sportarten wird von einem der drei Mädchen betrieben.
- (2) Marion liest in ihrer Freizeit außerdem gern Abenteuerbücher, die Volleyballspielerin aber nicht.
- (3) Die Volleyballspielerin beschäftigt sich dagegen gern mit Mathematik, sie hat bei der letzten Mathematik-Olympiade mehr Aufgaben richtig gelöst als Petra.
- (4) In der Russisch-Olympiade hat Marion besser abgeschnitten als die Tischtennisspielerin.

Beweise, daß die Verteilung der drei Sportarten auf die drei Mädchen durch die Angaben (1), (2), (3), (4) eindeutig bestimmt ist! Welches Mädchen betreibt welche Sportart?

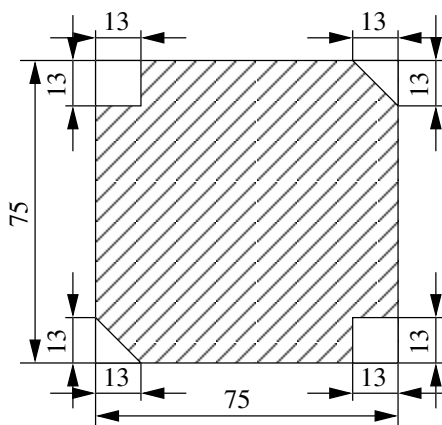
Aufgabe 240522:

In einem metallverarbeitenden VEB werden verschiedene Einzelteile produziert. Dazu werden vier Maschinen eingesetzt; mit jeder Maschine wird eine Sorte dieser Einzelteile hergestellt. Die Ergebnisse einer Schicht waren folgende:

Es wurden insgesamt 4320 Teile hergestellt, und zwar auf der ersten Maschine ein Drittel der 4320 Teile, auf der zweiten Maschine ein Fünftel der 4320 Teile. Auf der dritten Maschine wurden ebenso viele Teile hergestellt wie auf der vierten Maschine.

Berechne für jede der vier Maschinen die Stückzahl der auf dieser Maschine hergestellten Teile!

Aufgabe 240523:



Die abgebildete schraffierte Fläche entsteht aus einem Quadrat, indem man von ihm zwei Dreiecke und zwei Quadrate abschneidet.

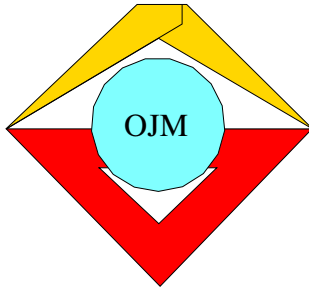
Berechne aus den in Millimeter angegebenen Längen den in Quadratzentimeter gemessenen Flächeninhalt der schraffierten Fläche!



Aufgabe 240524:

Peter berichtet: "Ich habe eine natürliche Zahl aufgeschrieben. Eine zweite natürliche Zahl habe ich aus der ersten durch Anhängen einer Ziffer 0 gebildet. Die Summe der beiden Zahlen beträgt 3 058."

Beweise, daß man aus diesen Angaben eindeutig ermitteln kann, welche Zahl Peter als erste Zahl aufgeschrieben hat! Gib diese Zahl an!



24. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 240521:

Aus (2) und (3) folgt, daß die Volleyballspielerin weder Marion noch Petra ist. Nach (1) ist also

Ruth die Volleyballspielerin

und somit die Tischtennispielerin nicht Ruth. Nach (4) ist sie auch nicht Marion. Also ist

Petra die Tischtennispielerin.

Nochmals wegen (1) verbleibt daher für

Marion die Sportart Schwimmen.

Damit ist bewiesen, daß die Verteilung der Sportarten durch (1), (2), (3), (4) eindeutig bestimmt ist.

Hinweis zur Korrektur: Auch bei anderer Lösungsdarstellung (z.B. mit einer Tabelle) ist nur dann volle Punktzahl zu erteilen, wenn im Lösungstext ersichtlich wird, wie geschlußfolgert wurde.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240522:

Wegen $4320 : 3 = 1440$ wurden auf der ersten Maschine 1440 Teile hergestellt.

Auf der zweiten Maschine wurden 864 Teile produziert; denn es ist $4320 : 5 = 864$.

Wegen $4320 - 1440 - 864 = 2016$ und $2016 : 2 = 1008$ wurden auf der dritten und auf der vierten Maschine je 1008 Teile angefertigt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240523:

Wegen $75^2 = 5625$ beträgt der Flächeninhalt des ursprünglichen Quadrates 5625 mm^2 .

Die beiden abgeschnittenen Dreiecke lassen sich zu einem Quadrat zusammensetzen, das die gleiche Seitenlänge wie die beiden abgeschnittenen Quadrate hat. (Diese Feststellung kann der Anschauung entnommen werden; ein Beweis wird vom Schüler nicht verlangt.) Wegen $13^2 = 169$ beträgt der Flächeninhalt eines solchen Quadrates 169 mm^2 .

Wegen $5625 - 3 \cdot 169 = 5625 - 507 = 5118$ beträgt der Flächeninhalt der schraffierten Fläche daher 5118 mm^2 , das sind $51,18 \text{ cm}^2$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 240524:

Wenn die gesuchte Zahl x lautet, so ist $10 \cdot x$ die durch Anhängen der Ziffer 0 gebildete Zahl. Die Summe beträgt folglich $11 \cdot x$; nach Peters Angabe gilt also $11 \cdot x = 3058$. Wegen $3058 : 11 = 278$ folgt hieraus $x = 278$.

Damit ist bewiesen, daß man aus Peters Angaben die von ihm als erste aufgeschriebene Zahl eindeutig ermitteln kann. Sie lautet 278.

Hinweis zur Korrektur:

1. Die volle Punktzahl ist nur zu erteilen, wenn mit der Ermittlung der gesuchten Zahl auch der Nachweis geführt wird, daß die angegebene Zahl die einzig mögliche ist.
2. Eine Probe ist für eine vollständige Lösung nicht erforderlich, da die Existenz einer Zahl mit allen geforderten Eigenschaften dem Aufgabentext entnommen werden kann.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission