



27. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1987/1988

Aufgaben und Lösungen

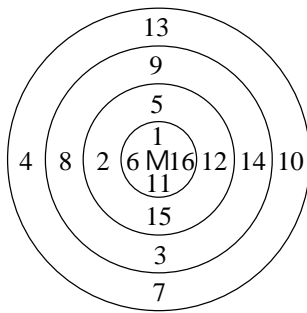




27. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulolympiade) Klasse 6 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 270611:



Vier Kreisscheiben (siehe Abbildung) sind jede für sich um ihren gemeinsamen Mittelpunkt M so zu drehen, daß danach immer vier Zahlen auf je einem Strahl mit dem Anfangspunkt M liegen. Dabei soll die Summe der vier Zahlen auf jedem Strahl 34 betragen.

Gib mindestens eine Möglichkeit solcher Drehungen an!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270612:

In jedes leere Feld des abgebildeten Quadrats (siehe Abbildung) ist eine der Zahlen 2, 3, 4, 5 einzutragen. Dabei soll in keiner Spalte oder Zeile eine dieser Zahlen mehrfach vorkommen. Ferner soll in keiner Spalte oder Zeile neben einer Zahl deren Nachfolger oder Vorgänger stehen.

Gib mindestens zwei solche Eintragungen an!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Hinweis: Es gibt sogar mehr als zwei solche Eintragungen.

1			
	1		
		1	
			1

Aufgabe 270613:

Auf einer Wippe stellt sich heraus:

- (1) Andreas ist leichter als Frank, aber schwerer als Dirk.
- (2) Stefan ist leichter als Andreas, aber schwerer als Dirk.
- (3) Peter ist leichter als Jürgen, aber schwerer als Michael.
- (4) Jürgen ist leichter als Dirk.

Ordne die Jungen nach ihren Gewicht; beginne bei dem schwersten!

Überprüfe, ob bei der von dir angegebenen Reihenfolge alle Aussagen (1) bis (4) wahr sind!



Aufgabe 270614:

Kerstin zerschneidet ein rechteckiges Stück Papier so, daß der Schnitt vom Mittelpunkt einer Rechteckseite zum Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite verläuft. Es entstehen zwei kleinere Rechtecke; Kerstin legt sie genau übereinander, so daß nur noch ein kleineres Rechteck zu sehen ist, das aus zwei Schichten besteht.

Kerstin zerschneidet dieses aus zwei Schichten bestehende Rechteck in gleicher Weise und legt wieder die entstandenen rechteckigen Papierstücke genau übereinander. Entsprechend wird fortgesetzt: übereinanderliegende Rechtecke werden zerschnitten, die entstandenen Papierstücke werden übereinandergelegt. (Natürlich geht das nicht beliebig oft; denn der Papierstapel, der zerschnitten werden soll, wird immer dicker.)

- (1) Nenne die Anzahl der Papierstücke, die nach dem
 - a) zweiten, b) dritten, c) vierten Zerschneiden entstanden sind!
- (2) Angenommen, das Zerschneiden wäre beliebig oft möglich. Warum könnten dann trotzdem niemals nach einem Schnitt genau 160 Papierstücke entstehen?

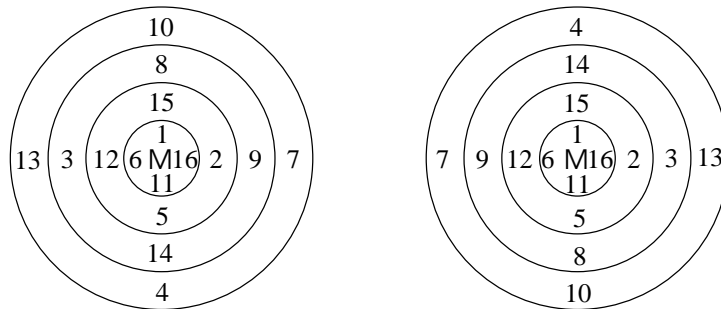


27. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 270611:

Die Abbildung zeigt zwei Möglichkeiten:



Hinweis: Durch systematisches Erfassen aller möglichen Fälle kann man nachweisen, daß dies die einzigen Möglichkeiten sind, abgesehen von einer Drehung der gesamten Figur um einen beliebigen Winkel.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)

Lösung 270612:

Es gibt die folgenden Eintragungen, von denen laut Aufgabenstellung mindestens zwei anzugeben sind:

1	3	5	2
4	1	3	5
2	4	1	3
5	2	4	1

1	3	5	2
4	1	3	5
2	5	1	3
5	2	4	1

1	4	2	5
3	1	4	2
5	3	1	4
2	5	3	1

1	4	2	5
3	1	5	2
5	3	1	4
2	5	3	1

1	4	2	5
4	1	5	2
2	5	1	4
5	2	4	1

1	4	2	5
5	1	4	2
2	5	1	4
4	2	5	1

1	5	2	4
4	1	5	2
2	4	1	5
5	2	4	1

1	5	2	4
5	1	4	2
2	4	1	5
4	2	5	1



Hinweis: wie man durch systematisches Erfassen aller möglichen Fälle nachprüfen kann, gibt es keine weiteren Eintragungen der geforderten Art.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)

Lösung 270613:

Die Reihenfolge lautet:

Frank, Andreas, Stefan, Dirk, Jürgen, Peter, Michael.

Probe:

- zu (1): Frank ist schwerer als Andreas und als Dirk.
- zu (2): Andreas ist schwerer als Stefan, und dieser ist schwerer als Dirk.
- zu (3): Jürgen ist schwerer als Peter, und dieser ist schwerer als Michael.
- zu (4): Dirk ist schwerer als Jürgen.

Hinweis: Man kann auch nachweisen, daß die Reihenfolge der Jungen eindeutig aus den Angaben (1) bis (4) folgt. Den Nachweis kann man so schreiben, daß die Jungen mit den Anfangsbuchstaben ihres Vornamens bezeichnet werden und daß $x > y$ bedeutet: x ist schwerer als y .

- Aus (1) folgt nämlich $A < F, A > D$.
- Aus (2) folgt $S < A, S > D \Rightarrow F > A > S > D$.
- Aus (3) folgt $P < J, P > M$.
- Aus (4) folgt $J < D \Rightarrow D > J > P > M$.

Damit ergibt sich $F > A > S > D > J > P > M$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)

Lösung 270614:

- (1) Die Anzahl ist a) 4, b) 8, c) 16.
- (2) Als weitere Anzahlen nach dem fünften, sechsten, ... Schnitt u.s.w. treten auf: 32, 64, 128, 256, ... und dann noch größere Anzahlen (nämlich jeweils das Doppelte der vorangehenden Anzahl). Daher kommt unter den auftretenden Anzahlen die Zahl 160 nicht vor.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)



Quellenverzeichnis

(31) Broschüre vom Volk und Wissen Verlag (VWV)