34. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Saison 1994/1995

Aufgaben und Lösungen

34. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 340611:

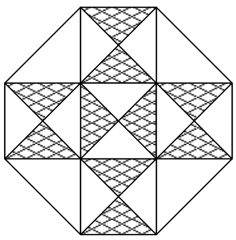
Herr Eilig fuhr auf der Autobahn eine Strecke von 475 Kilometern. Er legte diese Strecke in 3 Stunden und 10 Minuten zurück und verbrauchte dabei 57 Liter Benzin.

a) Wie groß war seine durchschnittliche Geschwindigkeit?

b) Wieviel Benzin hatte er im Durchschnitt für je 100 km verbraucht?

c) Wäre er stattdessen mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 120 km/h gefahren, so hätte er für je 100 km nur 8 Liter verbraucht. Welche Strecke hätte er bei der Durchschnittsgeschwindigkeit 120 km/h mit dem gesparten Benzin noch fahren können?

Aufgabe 340612:



Das Fliesenmuster in der Abbildung wurde aus 14 weißen und 10 gemusterten dreieckigen Fliesen zusammengesetzt. Man kann darin mehrere Quadrate und Dreiecke finden, die jeweils aus mehr als einer Fliese zusammengesetzt sind.

Wie viele solcher Quadrate lassen sich insgesamt finden?

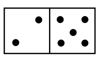
Aufgabe 340613:

Nach einem Wandertag wurden die Kinder gefragt, welche Erfrischungen sie sich gekauft hatten. Es hatte Cola, Hamburger und Popcorn gegeben. Die Befragung ergab das folgende Ergebnis:

Jeder der Teilnehmer hatte wenigstens eine der drei Waren gekauft. Von ihnen genau 22 mindestens Cola, genau 14 mindestens einen Hamburger und genau 13 wenigstens Popcorn. Mindestens Cola und Hamburger kauften genau 10 Teilnehmer, mindestens Cola und Popcorn genau 4 und genau 5 wenigstens Hamburger und Popcorn. Alle drei Waren gleichzeitig wurden nur von 2 Teilnehmern gekauft.

Weise nach, daß durch diese Angaben die Anzahl der Teilnehmer eindeutig bestimmt ist! Berechne diese Anzahl!

Aufgabe 340614:

a) Zu einem Dominospiel mit den Zahlen von 0 bis 6 gehören 28 Steine. Jede Zusammenstellung von zwei der Zahlen kommt auf einem dieser Steine vor. Die Abbildung zeigt als Beispiel den Stein mit den Zahlen 2 und 5:  Nenne alle Steine eines Dominospiels!

b) Aus vier geeignet ausgewählten Steinen eines Dominospiels kann man ein ”Fenster” wie in Abb. b) legen, und zwar so, daß auf jeder der vier ”Seiten” des Fensters dieselbe Summe auftritt (im Beispiel beträgt diese ”Seitensumme” 9).

Nenne je ein Beispiel für ein Fenster mit der Seitensumme 10, eines mit der Seitensumme 11 und eines mit der Seitensumme 12! Eine Begründung wird nicht verlangt.

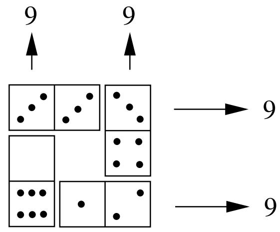


Abb. b)

34. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 6
Lösungen

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Lösung 340611:

a) Da Herr Eilig für 475 Kilometer 3 Stunden und 10 Minuten, d.h. 19 mal 10 Minuten brauchte, fuhr er in je 10 Minuten durchschnittlich $475 : 19 = 25$ Kilometer, in jeder Stunde also $6 \cdot 25 = 150$ Kilometer; d.h., seine durchschnittliche Geschwindigkeit betrug 150 km/h.

b) Da er für die $475 = 25 \cdot 19$ Kilometer $57 = 3 \cdot 19$ Liter Benzin brauchte, waren es für je 25 Kilometer durchschnittlich 3 Liter, also für je 100 Kilometer viermal so viel, d.h. 12 Liter.

c) Hätte er für je 100 Kilometer nur 8 Liter gebraucht, so hätte er in je 100 Kilometern noch 4 Liter übrig behalten. Da das die Hälfte von 8 Litern ist, hätte er zu der insgesamt gefahrenen Strecke von 475 Kilometern zusätzlich noch eine halb so lange Strecke fahren können. Wegen $475 = 474 + 1$ und $474 : 2 = 237$ sind das 237 Kilometer und ein halber Kilometer (500 Meter).

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340612:
Es gibt genau

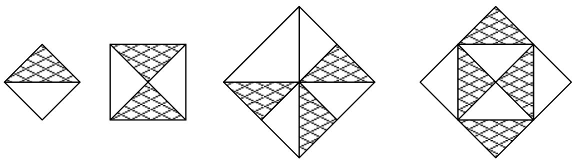
4 Quadrate aus je zwei Fliesen,

5 Quadrate aus je vier Fliesen,

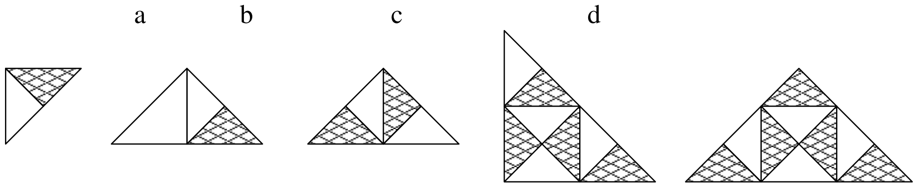
4 Quadrate aus je sieben Fliesen,

1 Quadrat aus acht Fliesen

(siehe die Beispiele Abb. a, b, c, d), also insgesamt 14 Quadrate der gesuchten Art.



a b c d



e f g h i

Es gibt genau

20 Dreiecke aus je zwei Fliesen,

8 Dreiecke aus je drei Fliesen,

8 Dreiecke aus je vier Fliesen,

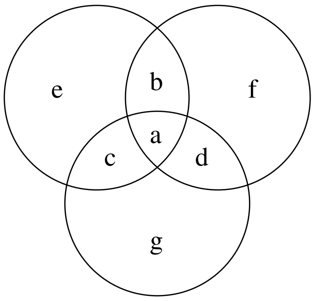
4 Dreiecke aus je acht Fliesen,

4 Dreiecke aus je neun Fliesen

(siehe die Beispiele Abb. e, f, g, h, i), also insgesamt 44 Dreiecke der gesuchten Art.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340613:



Für die Anzahl t aller Teilnehmer und für die in der Abbildung dargestellten Anzahlen gilt nach den Angaben

$$a+b+c+d+e+f+g=t, \quad (1)$$
$$a+b+c+e=22, \quad (2)$$
$$a+b+d+f=4, \quad (3)$$
$$a+c+d+g=13, \quad (4)$$
$$a+b=10, \quad (5)$$
$$a+c=4, \quad (6)$$
$$a+d=5, \quad (7)$$
$$a=2. \quad (8)$$

Aus (5) und (8) folgt $b=8$
aus (6) und (8) folgt $c=2$
aus (7) und (8) folgt $d=3$
aus (2) und (8), (9), (10) folgt $e=10$
aus (3) und (8), (9), (ll) folgt $f=1$
aus (4) und (8), (10), (ll) folgt $g=6$

Damit folgt aus (1) und (8) - (14), daß die Anzahl t eindeutig bestimmt ist; sie beträgt $t=32$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

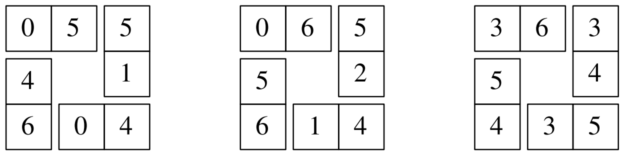
Lösung 340614:

a) Alle Steine eines Dominospiels sind

$$\begin{array}{rrrrrrr}
(0{,}0), & (0{,}1), & (0{,}2), & (0{,}3), & (0{,}4), & (0{,}5), & (0{,}6),\\
 & (1{,}1), & (1{,}2), & (1{,}3), & (1{,}4), & (1{,}5), & (1{,}6),\\
 & & (2{,}2), & (2{,}3), & (2{,}4), & (2{,}5), & (2{,}6),\\
 & & & (3{,}3), & (3{,}4), & (3{,}5), & (3{,}6),\\
 & & & & (4{,}4), & (4{,}5), & (4{,}6),\\
 & & & & & (5{,}5), & (5{,}6),\\
 & & & & & & (6{,}6).
\end{array}$$

Es genügt eine Angabe wie z.B. in der obigen Ziffernschreibweise; eine zeichnerische Wiedergabe mit Punktsymbolen wird nicht vom Schüler verlangt.

b) Beispiele der verlangten Art zeigen die Abbildungen.



Bemerkung: Die obigen Beispiele erfüllen sogar die Bedingung, daß alle drei Fenster gleichzeitig mit Steinen eines Dominospiels gelegt werden können. Das Erfüllen dieser zusätzlichen Bedingung wird nicht vom Schüler verlangt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Quellenverzeichnis

(25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission