

**III. Olympiade****der Jungen Mathematiker der DDR 1964**2. Stufe (*Kreisolympiade*)**Klasse 10***Aufgabe 1*

- a) Beweisen Sie, daß die Zahl  $2^{256} - 1$  keine Primzahl ist!
- b) Geben Sie mindestens drei Primfaktoren dieser Zahl an!

*Aufgabe 2*

In einem Dreieck sei die Seite  $a$  größer als die Seite  $b$ .

Die zu diesen Seiten gehörenden Höhen seien  $h_a$  und  $h_b$ .

- a) Es ist zu beweisen, daß stets  
$$a + h_a \geq b + h_b$$
 ist!
- b) Wann gilt das Gleichheitszeichen?

*Aufgabe 3*

Gegeben ist ein Trapez mit den parallelen Seiten  $a$  und  $b$ . Die Mittelpunkte seiner Diagonalen seien  $P$  und  $Q$ .

Berechnen Sie die Länge der Strecke  $\overline{PQ}$ !

#### *Aufgabe 4*

In einem Kreiskegel, dessen Achsenschnitt ein gleichseitiges Dreieck ist, befindet sich eine Kugel, die den Mantel des Kegels berührt und deren Mittelpunkt die Höhe des Kegels im Verhältnis 1 : 2 (von der Spitze aus) teilt. Der Durchmesser der Grundfläche des Kegels sei  $a$ .

Wie groß ist der Radius der Kugel?

#### *Aufgabe 5*

Durch welche Zahlen ist das Produkt dreier beliebiger, aber aufeinanderfolgender positiver ganzer Zahlen teilbar, deren Summe ungerade ist?