

IX. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
 2. Stufe (Kreisolympiade)
Lösungen und Punktbewertung

Olympiadeklasse 5

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die
 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

5;1) Lösung:

8 Punkte

Bei genau 5 Würfeln sind je zwei gegenüberliegende Würfel-
 flächen verdeckt. Die Summe ihrer Augenzahlen beträgt daher
 $5 \cdot 7 = 35$. Bei dem obersten Würfel ist nur die der Fläche
 mit der Augenzahl 1 gegenüberliegende Fläche verdeckt. Sie
 hat aus dem in der Aufgabe genannten Grunde die Augenzahl
 6. Mithin beträgt die Summe der Augenzahlen aller verdeck-
 ten Flächen $35 + 6 = 41$.

5;2) Lösung:

10 Punkte

Der zweite Kunde kaufte genau 2 m Stoff mehr als der erste;
 denn $5 \text{ m} - 3 \text{ m} = 2 \text{ m}$. Für diese 2 m Stoff hatte er 30.-- M
 zu bezahlen. Jedes Meter Stoff kostete daher die Hälfte
 davon, das sind 15.-- M. Die drei Kunden kauften zusammen
 17 m Stoff; folglich hatten sie insgesamt
 $17 \cdot 15 \text{ M} = 255 \text{ M}$ zu bezahlen.

5;3) Lösung:

10 Punkte

(1) Konstruktion einer Strecke der Länge $2a$,

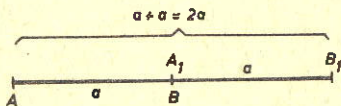
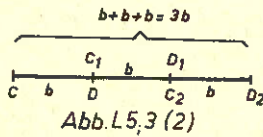
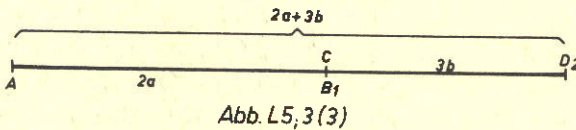


Abb. L5.3 (1)

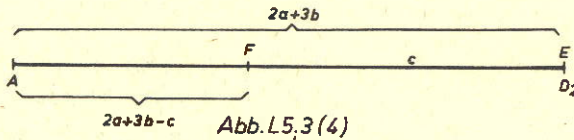
(2) Konstruktion einer Strecke der Länge $3b$:



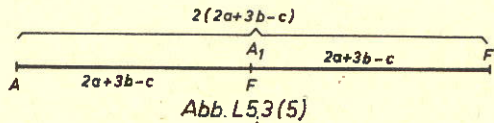
(3) Konstruktion einer Strecke der Länge $2a + 3b$:



(4) Konstruktion einer Strecke der Länge $2a + 3b - c$:



(5) Konstruktion einer Strecke der Länge $2(2a + 3b - c)$:



5;4) Lösung:

12 Punkte

Die Zahlen 3; 5 und 7 sind paarweise teilerfremd.
Daher ist wegen $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ eine Zahl genau dann sowohl durch 3 als auch durch 5 als auch durch 7 teilbar, wenn sie ein ganzzahliges Vielfaches von 105 ist.

Nun gilt

4 · 105 =	420
5 · 105 =	525
6 · 105 =	630
7 · 105 =	735
8 · 105 =	840
9 · 105 =	945
10 · 105 =	1050

Die Bedingungen (b) und (c) werden daher von den Zahlen 525; 630; 735; 840; 945 und nur von diesen erfüllt; denn jedes Vielfache von 105 mit einer kleineren ganzen Zahl als 5 ist kleiner als 500 und jedes Vielfache von 105 mit einer größeren ganzen Zahl als 9 ist größer als 1 000.

Von diesen Zahlen erfüllen 525; 735 und 945 und nur diese auch die Bedingung (a)

Die gesuchten Zahlen sind daher 525; 735 und 945 und nur diese.