

XI. Olympiade Junger Mathematiker der DDR  
 2. Stufe (Kreisolympiade)  
 Olympiadeklasse 6

Achtung: Alle Aussagen sind stets zu beweisen. Dies bedeutet insbesondere, daß die in einer Lösung unbewiesen verwendeten Sachverhalte anzugeben sind. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

6/II/1) Das auf dem beiliegenden Arbeitsblatt abgebildete Fünfeck ABCDE soll an der Geraden  $g$  gespiegelt werden. Auf das so entstandene Fünfeck  $A_1B_1C_1D_1E_1$  ist anschließend die Verschiebung anzuwenden, die durch den Verschiebungspfeil  $\overrightarrow{PP_1}$  gegeben ist.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck auf dem Arbeitsblatt das dadurch entstehende Fünfeck  $A_2B_2C_2D_2E_2$ ! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

6/II/2) Ruth, Marion und Petra verbringen einen Teil ihrer Ferien in einem Pionierlager. Jede von ihnen betreibt genau eine der Sportarten Tischtennis, Volleyball und Schwimmen.

Außerdem ist bekannt:

- (1) Marion leiht sich von der Volleyballspielerin gern gute Bücher.
- (2) Die Volleyballspielerin und Petra haben nicht gleichviele Preise bei der Mathematikolympiade errungen.
- (3) Marion geht in eine höhere Klasse als die Tischtennisspielerin.

Welche Sportart treibt jedes der drei Mädchen?

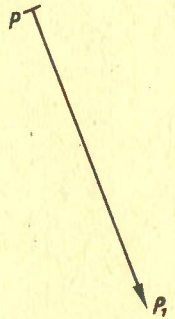
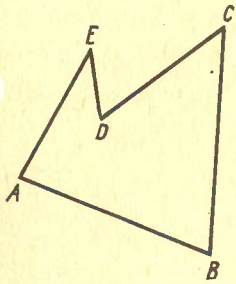
6/II/3) Von dem berühmten Mathematiker Leonhard Euler  
(1707 bis 1783) stammt folgende Aufgabe:

Zerlege die Zahl 25 so in zwei Summanden, daß der größere Summand 49 mal so groß ist wie der kleinere Summand.

Hinweis: Die Summanden brauchen nicht natürliche Zahlen zu sein.

6/II/4) Wenn man ein Drittel von Rainers Spargeld zu einem Fünftel dieses Spargeldes addiert, dann ist die Summe genau 7 Mark mehr als die Hälfte seines Spargeldes.

Wieviel Mark hat Rainer hiernach insgesamt gespart?



XI. Olympiade Junger Mathematiker der DDR  
 2. Stufe (Kreisolympiade)  
Lösungen und Punktbewertung  
 Olympiadeklasse 6

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die  
 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe

6/II/1) Lösung:

8 Punkte

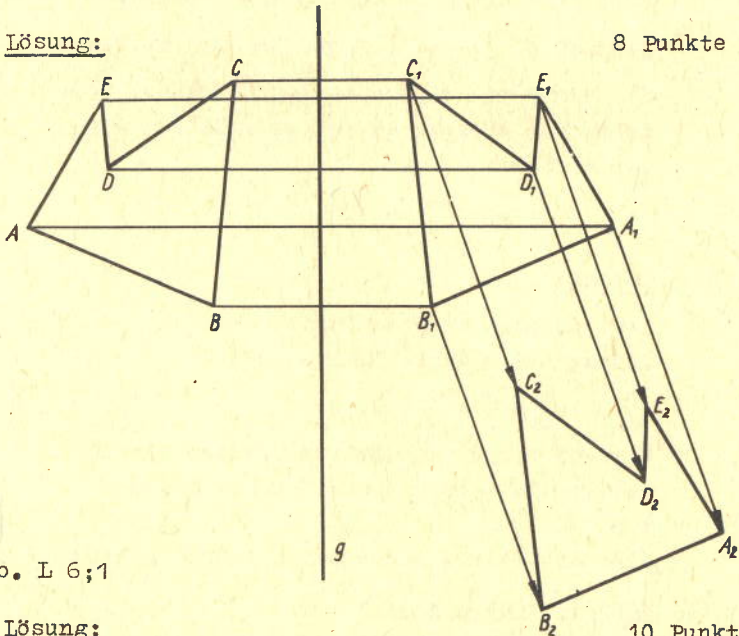


Abb. L 6;1

6/II/2) Lösung:

10 Punkte

- (4) Wegen der Aussagen (1) und (2) ist die Volleyballspielerin weder Marion noch Petra. Ruth ist also die Volleyballspielerin.
- (5) Da die Tischtennisspielerin wegen (3) nicht Marion und wegen (4) nicht Ruth sein kann, ist Petra die Tischtennisspielerin.
- (6) Aus (4) und (5) ergibt sich: Marion ist die Schwimmerin.

6/II/3) Lösung:

10 Punkte

Soll der größere Summand das 49fache des kleineren Summanden betragen, so muß die Summe das 50fache des kleineren Summanden sein. Diesen erhält man daher, wenn man die Summe durch 50 dividiert; er lautet somit  $25 : 50 = \frac{1}{2}$ , und hiernach muß der größere Summand  $49 \cdot \frac{1}{2} = \frac{49}{2}$  sein. In der Tat beträgt die Summe von diesen beiden Summanden (von denen der größere 49 mal so groß ist wie der kleinere)

$$\frac{1}{2} + \frac{49}{2} = 25.$$

6/II/4) Lösung:

12 Punkte

Laut Aufgabe besitzt Rainer Spargeld. Dessen Betrag sei  $x$  Mark. Dann gilt

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{x}{2} + 7.$$

Hieraus folgt nach Multiplikation mit 30 weiter  $10x + 6x = 15x + 210$  und daraus  $x = 210$ .

Also hat Rainer insgesamt 210 Mark gespart.

Anderer Lösungsweg:

Wegen  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15} = \frac{16}{30}$  und  $\frac{1}{2} = \frac{15}{30}$  sind  $\frac{16}{30}$

von Rainers Spargeld genau 7 Mark mehr als  $\frac{15}{30}$  dieses Geldes.

Also stellen 7 Mark genau  $\frac{1}{30}$  seines Spargeldes dar. Er hat mithin insgesamt 30 mal so viel gespart. Das sind genau 210 Mark.

Hinweis:

Da der Aufgabentext bereits die Existenz einer Geldsumme mit den angegebenen Eigenschaften vorgibt, ist zur vollständigen Lösung keine "Probe" erforderlich.