

XV. Olympiade Junger Mathematiker  
der Deutschen Demokratischen Republik  
2. Stufe (Kreisolympiade)  
Olympiadeklasse 6

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

150621

Ein sowjetischer Hubschrauber vom Typ Mi-10 kann eine Nutzlast von 15 000 kp befördern. Bei einem Transport von Sperrgut mit drei Hubschraubern dieses Typs wurde der erste Hubschrauber zu  $\frac{1}{3}$ , der zweite zu  $\frac{7}{8}$  und der dritte zu  $\frac{3}{5}$  seiner Tragfähigkeit ausgelastet.

Ermittle das Gesamtgewicht des in diesem Transport von den drei Hubschraubern beförderten Sperrgutes!

150622

Das Wohnschiff "Kuhle Wampe", das im Berliner Stadtbezirk Köpenick ständig vor Anker liegt, beherbergt FDGB-Urlaubsgäste. Aus einem Prospekt ist ersichtlich, daß es insgesamt für 41 Urlauber Plätze bietet und daß diese Plätze sich in Zweibett- und Dreibett-Kabinen aufteilen.

Ermittle alle Möglichkeiten für die Aufteilung der Plätze, die sich mit diesen Angaben vereinbaren lassen.

A 6

150623

Zeichne einen Kreis  $k$  mit dem Mittelpunkt  $M$  und einem Durchmesser von  $6,4$  cm! Trage in diesen Kreis zwei aufeinander senkrecht stehende Durchmesser ein und bezeichne ihre auf  $k$  liegenden vier Endpunkte der Reihe nach entgegen dem Uhrzeigersinn mit  $A, B, C, D$ ! Die Gerade durch  $B$  und  $C$  sei  $g$ , die Gerade durch  $C$  und  $D$  sei  $h$ .

Spiegele den Kreis  $k$  an  $g$  und nenne den Mittelpunkt des gespiegelten Kreises  $M_1$ !

Spiegele den Kreis  $k$  an  $h$  und nenne den Mittelpunkt des gespiegelten Kreises  $M_2$ !

Als Lösung gilt die ausgeführte Konstruktion ohne Beschreibung.

150624

Berechne den Inhalt  $A$  der schraffierten Fläche der in Abb. A 624 dargestellten Figur (die Maße sind der Abb. zu entnehmen)

- a) für  $e = 10$  mm,  
 $f = 15$  mm,  
 $g = 50$  mm,  
 $h = 70$  mm,

- b) allgemein, indem du eine Formel für  $A$  herleitest, in der nur die Variablen  $e, f, g, h$  auftreten!

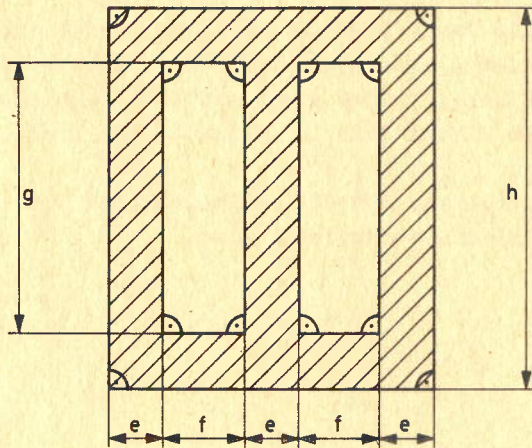


Abb. A 624



Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

150621) Lösung:8 Punkte

Der erste Hubschrauber beförderte  $\frac{1}{3}$  von 15 000 kp, das sind

5000 kp. Der zweite beförderte  $\frac{7}{8}$  von 15 000 kp, wegen

$\frac{1}{8} \cdot 15\,000 = 1875$  sind das 13 125 kp; der dritte beförderte

$\frac{3}{5}$  von 15 000 kp, wegen  $\frac{2}{5} \cdot 15\,000 = 6\,000$  also 9000 kp.

Das beförderte Sperrgut hatte somit wegen  $5000 + 13\,125 + 9000 = 27\,125$  ein Gesamtgewicht von 27 125 kp.

150622) Lösung:10 Punkte

Die Anzahl der Dreibett-Kabinen muß mindestens 1 und kann wegen  $3 \cdot 14 = 42 > 41$  höchstens 13 betragen. Außerdem muß ihre Anzahl ungerade sein, da sonst (bei gerader Anzahl von Drei-Bett-Kabinen) eine gerade Zahl von Plätzen dadurch belegt wären und als Differenz zur ungeraden Zahl 41 mithin eine ungerade Zahl von Betten auftreten würde, die sich nicht ausschließlich auf Zweibett-Kabinen verteilen läßt. Für jede der ungeraden Zahlen von Dreibett-Kabinen von 1 bis 13 gibt es nun jeweils genau eine (zugehörige) Anzahl von Zweibett-Kabinen, wie nachstehende Tabelle ausweist:

| Anzahl der<br>Dreibett-K. | Anzahl der<br>damit vorh.<br>Betten | Anzahl der<br>darüber hinaus<br>vorh. Betten | Anzahl der<br>Zweibett-K. | Gesamt-<br>Plätze |
|---------------------------|-------------------------------------|--|---------------------------|-------------------|
| 1                         | 3                                   | 38   | 19                        | 41                |
| 3                         | 9                                   | 32   | 16                        | 41                |
| 5                         | 15                                  | 26   | 13                        | 41                |
| 7                         | 21                                  | 20   | 10                        | 41                |
| 9                         | 27                                  | 14   | 7                         | 41                |
| 11                        | 33                                  | 8  | 4                         | 41                |
| 13                        | 39                                  | 2  | 1                         | 41                |

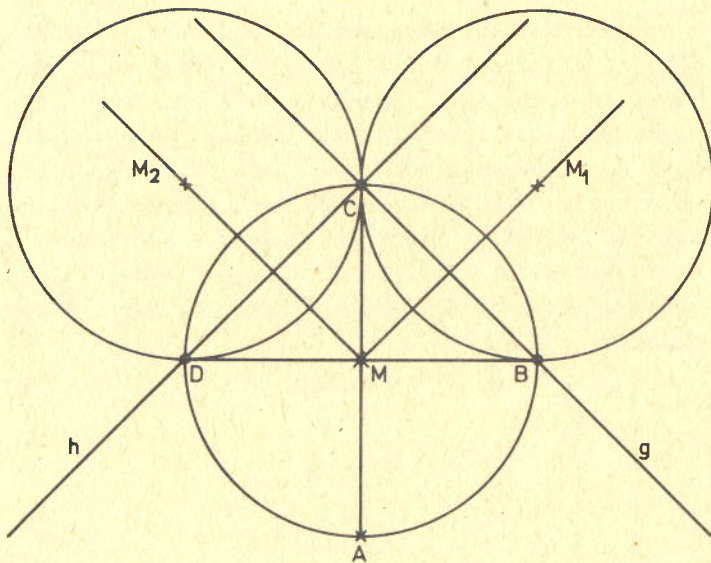
150623) Lösung:10 Punkte

Abb. L 623



- a) Die schraffierte Fläche kann man sich dadurch entstanden denken, daß aus einem Rechteck R zwei Rechtecke S und T herausgeschnitten wurden, wobei wegen  $10 + 15 + 10 + 15 + 10 = 60$  das Rechteck R die Seitenlängen 60 mm und 70 mm hat und jedes der Rechtecke S, T die Seitenlängen 15 mm und 50 mm. Daher ergeben sich für R, S, T wegen  $60 \cdot 70 = 4200$  bzw.  $15 \cdot 50 = 750$  die Flächeninhalte  $4200 \text{ mm}^2$  bzw.  $750 \text{ mm}^2$  bzw.  $750 \text{ mm}^2$ .

Somit hat wegen  $4200 - 750 - 750 = 2700$  die schraffierte Fläche den Flächeninhalt  $A = 2700 \text{ mm}^2$ .

- b) Die Seitenlängen von R sind  $(3e + 2f)$  und  $h$ , die Seitenlängen von jedem der Rechtecke S, T sind  $f$  und  $g$ . Daher hat R den Flächeninhalt  $(3e + 2f)h$ , und jedes der Rechtecke S, T hat den Flächeninhalt  $f \cdot g$ . Also ist  $A = (3e + 2f)h - 2fg$ .

Hinweis: 1. Eine weitere Umformung, etwa

$A = 3eh + 2fh - 2fg = 3eh + 2f(h - g)$ , ist nicht zu einer vollständigen Lösung erforderlich.

2. Man kann auch erst Aufgabe b) lösen und dann Aufgabe a) durch Einsetzen.