

XVI. Olympiade Junger Mathematiker
der Deutschen Demokratischen Republik
2. Stufe (Kreisolympiade)
Olympiadeklasse 6

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

160621

Ludwig sagt: "Ich kann die Lesernzahl 58125 der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha" als Ergebnis der Additionsaufgabe

$$\begin{array}{r} \text{ALPHA} \\ + \text{HEI} \\ + \text{FER} \\ \hline 58125 \end{array}$$

erhalten, indem ich für die Buchstaben Ziffern (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) einsetze, und zwar für gleiche Buchstaben gleiche Ziffern, für verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern, und wenn ich noch weiß, daß $I < R$ ist und die Ziffern EHPL in dieser Reihenfolge hintereinandergelesen die Zahl 1976 ergeben.

Welche Ziffern sind für die Buchstaben einzusetzen, damit alle diese Angaben zutreffen?

Überprüfe, ob die ermittelte Einsetzung alle Forderungen erfüllt, und ob es noch andere derartige Eintragungen gibt!

160622

In einem Pionierlager wurden in vier Räumen 65 Thälmann-Pioniere untergebracht. Der eine Raum hat 68 m^2 Bodenfläche, der zweite 76 m^2 , der dritte 64 m^2 und der vierte 52 m^2 . Die Pioniere wurden so untergebracht, daß auf jeden von ihnen die gleiche Anzahl von Quadratmetern Bodenfläche kam.

Ermittle für jeden der vier Räume die Anzahl der Thälmann-Pioniere, die jeweils untergebracht wurden!

A 6

160623

Die abgebildete schraffierte Fläche besteht aus einer Rechteckfläche, aus der eine quadratische Fläche herausgeschnitten wurde. Die schraffierte Fläche hat einen Flächeninhalt von 44 cm^2 .

Aus den in der Abb. A 623 angegebenen Maßen (in mm) ist die Seitenlänge a (in mm) des herausgeschnittenen Quadrats zu berechnen.

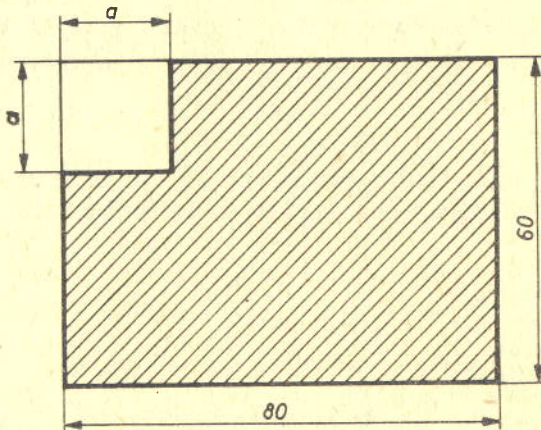


Abb. A 623

160624

Ein Kraftfuttermischung für Zuchteber ist aus Haferschrot, Weizenkleie, Gerstenschrot, Mineralstoffen und Wasser zusammengesetzt, und zwar ist die Hälfte des Gemischs Haferschrot,

$\frac{1}{10}$ des Gemischs ist Weizenkleie,

$\frac{1}{4}$ des Gemischs ist Gerstenschrot,

$\frac{1}{100}$ des Gemischs sind Mineralstoffe,

der Rest ist Wasser.

Berechne (in kg) den Anteil an Wasser, den 35 kg dieses Kraftfuttermischung enthalten!

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

160621) Lösung:10 Punkte

Wenn bei einer Einsetzung alle Angaben zutreffen, so folgt aus den Angaben über die Zehntausenderziffer, daß $A = 5$ ist. Aus den Angaben über die Einerziffer folgt daher $I + R = 10$. Von den möglichen Darstellungen der 10 als Summe von zwei verschiedenen einstelligen Zahlen

$$10 = 1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6$$

scheiden diejenigen aus, in denen die Ziffern schon für andere Buchstaben als I und R eingesetzt wurden, also $E = 1$, $H = 9$, $P = 7$, $L = 6$. Daher verbleibt nur die Darstellung $10 = 2 + 8$. Wegen $I < R$ ist also $I = 2$, $R = 8$. Da bei der Addition der Zehnerziffern eine Zehnerübertragung von genau 1 auftritt, ergibt sich aus den Angaben über die Hunderterziffern $T = 4$.

Also kann nur die Einsetzung ALPHA HEITER
56795 912418

alle Forderungen erfüllen. Sie erfüllt diese Forderungen; denn die für verschiedene Buchstaben eingesetzten Ziffern sind sämtlich verschieden, es gilt $EHPL = 1976$ und $I < R$, und die

$$\begin{array}{r} \text{Addition} \quad 56 \ 795 \\ \quad \quad \quad + \ 912 \\ \quad \quad \quad \underline{+ \ 418} \\ \quad \quad \quad 58 \ 125 \end{array}$$

ergibt die Summe 58 125.

160622) Lösung:10 Punkte

Wegen $68 + 76 + 64 + 52 = 260$ besitzen ^{die} vier Räume eine Gesamtbodenfläche von 260 m^2 . Wegen $260 : 65 = 4$ standen für jeden Pionier laut Aufgabe 4 m^2 Bodenfläche zur Verfügung. Daher er-

L 6

gab sich wegen $68 : 4 = 17$, $76 : 4 = 19$, $64 : 4 = 16$ sowie $52 : 4 = 13$ folgende Belegung:

Im ersten Raum:	17 Thälmann-Pioniere,
im zweiten Raum:	19 Thälmann-Pioniere,
im dritten Raum:	16 Thälmann-Pioniere,
im vierten Raum:	13 Thälmann-Pioniere,
<hr/>	
zusammen also:	65 Thälmann-Pioniere.

160623) Lösung:

10 Punkte

Wegen $80 \cdot 60 = 4800$ beträgt der Flächeninhalt des großen Rechtecks $4800 \text{ mm}^2 = 48 \text{ cm}^2$. Für den Flächeninhalt des herausgeschnittenen Quadrats verbleiben wegen $48 - 44 = 4$ somit 4 cm^2 . Also beträgt seine Seitenlänge $a = 2 \text{ cm}$, da 2 die einzige natürliche Zahl ist, die mit sich selbst multipliziert 4 ergibt.

Die Seitenlänge a des herausgeschnittenen Quadrats beträgt somit $a = 20 \text{ mm}$.

160624) Lösung:

10 Punkte

Laut Aufgabe enthalten 35 kg des in der Aufgabe genannten Gemischs wegen $\frac{1}{2} \cdot 35 = 17,5$ genau 17,5 kg Haferschrot, wegen $\frac{1}{10} \cdot 35 = 3,5$ genau 3,5 kg Weizenkleie, wegen $\frac{1}{4} \cdot 35 = 8,75$ genau 8,75 kg Gerstenschrot, wegen $\frac{1}{100} \cdot 35 = 0,35$ genau 0,35 kg Mineralstoffe. Das sind wegen $17,5 + 3,5 + 8,75 + 0,35 = 30,1$ insgesamt 30,1 kg. Wegen $35 - 30,1 = 4,9$ verbleiben mithin genau 4,9 kg Wasser als Wasseranteil dieses Kraftfuttermischs.