

XVIII. Olympiade Junger Mathematiker
der Deutschen Demokratischen Republik

2. Stufe (Kreisolympiade)

Olympiadeklasse 7

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

180721

An einer Schule unterrichten die drei Lehrer, Schulze, Ufer und Krause, in den Fächern Deutsch, Russisch, Geschichte, Mathematik, Physik und Biologie. Es sei folgendes bekannt:

- (1) Jeder dieser drei Lehrer unterrichtet in genau zwei dieser sechs Fächer, und jedes dieser sechs Fächer wird von genau einem dieser drei Lehrer unterrichtet.
- (2) Sowohl der Lehrer für Biologie als auch der Lehrer für Physik sind älter als Herr Schulze.
- (3) In ihrer Freizeit spielen der Lehrer für Russisch, der Lehrer für Mathematik und Herr Schulze gern Skat. Dabei gewinnt Herr Krause öfter als der Lehrer für Biologie und der Lehrer für Russisch.

Weise nach, daß man aus diesen Angaben die Verteilung der drei Lehrer auf die Fächer eindeutig ermitteln kann, und gibt diese Verteilung an!

180722

Von einem Bruch wird gefordert, daß er die beiden folgenden Eigenschaften (1), (2) hat. Ermittle alle Brüche, die diese Forderung erfüllen!

- (1) Der Bruch stellt die gleiche gebrochene Zahl dar wie $0,4$.
- (2) Die Summe aus dem Zähler und dem Nenner dieses Bruches ist eine zweistellige Quadratzahl.

A 7

180723

In einem Kreis k mit dem Mittelpunkt M sei ein Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel CD$ so gelegen, daß die Eckpunkte A, B, C, D auf der Peripherie des Kreises k liegen und AB Durchmesser von k ist. Außerdem sei $\sphericalangle MAC = 36^\circ$. Beweise, daß dann $\sphericalangle CMD = 36^\circ$ ist!

180724

Über sechs Punkte A, B, C, D, E, F wird folgendes vorausgesetzt:

$\triangle ABC$ ist ein rechtwinkliges Dreieck mit B als Scheitel des rechten Winkels. D ist ein (innerer) Punkt der Strecke AB ; E ist ein (innerer) Punkt der Strecke BC ; F ist ein (innerer) Punkt der Strecke DB . Die Dreiecke ABC, DEC, DFE und FBE sind sämtlich einander flächeninhaltsgleich. Ferner gilt $\overline{FB} = 15 \text{ cm}$ und $\overline{BE} = 20 \text{ cm}$.

Ermittle unter diesen Voraussetzungen die Länge der Strecke AD !