

XVIII. Olympiade Junger Mathematiker
der Deutschen Demokratischen Republik
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Olympiadeklasse 7 - 1. Tag -

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

180731

In einem Spezialistenlager für Junge Mathematiker führt Dirk eine Knobelaufgabe vor. Er stellt auf einen Tisch in eine Reihe - für die Zuschauer von links nach rechts - fünf Gefäße auf: eine Flasche, einen Krug, eine Tasse, einen Becher und eine Kanne. Sie sind, nicht notwendig in dieser Reihenfolge, mit je einem der Getränke Tee, Kaffee, Milch, Limonade und Most gefüllt. Den Zuschauern ist nicht bekannt, welches Gefäß welche Flüssigkeit enthält.

Dirk sagt: "Stelle ich die Kanne - wobei ich die anderen Gefäße unverändert stehen lasse - so zwischen zwei der anderen Gefäße, daß unmittelbar links neben ihr das Gefäß mit Tee und unmittelbar rechts neben ihr das Gefäß mit Milch steht, so stehen Milchgefäß und Limonadengefäß unmittelbar nebeneinander, und außerdem steht dann das Gefäß mit Kaffee als mittleres in der Reihe der fünf Gefäße. Findet nun heraus, womit die einzelnen Gefäße gefüllt sind!"

Untersuche, ob allein aus diesen Angaben ermittelt werden kann, welche Getränke sich in jedem der fünf Gefäße befinden. Gib alle mit Dirks Angaben übereinstimmenden Möglichkeiten einer Verteilung der Getränke auf die Gefäße an!

A 7;I

180732

Definition: Berührt ein Kreis k eine Seite s eines Dreiecks D und Verlängerungen der beiden anderen Seiten von D , so heißt k "Ankreis des Dreiecks D (an die Seite s)".

Aufgabe: Beweise folgenden Satz:

"Ist k Ankreis eines Dreiecks ABC an die Seite BC und ist M_a der Mittelpunkt von k , so hängt die Größe des Winkels $\sphericalangle BM_aC$ nur von der Größe α des Winkels $\sphericalangle CAB$ ab."

Zum Beweis ermittle eine Formel für die Größe des Winkels $\sphericalangle BM_aC$ in Abhängigkeit von α !

180733

Gegeben seien ein Winkel, dessen Größe kleiner als 180° ist, und ein Punkt P im Innern dieses Winkels. Der Scheitel des Winkels sei A .

Konstruiere eine Gerade g , die durch den Punkt P geht und die die Schenkel des Winkels so in Punkten $B \neq A$ bzw. $D \neq A$ schneidet, daß P der Mittelpunkt von BD ist!

Beschreibe und begründe deine Konstruktion!

Stelle fest, ob es genau eine Gerade gibt, die die Bedingungen der Aufgabe erfüllt!

XVIII. Olympiade Junger Mathematiker
der Deutschen Demokratischen Republik
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Olympiadeklasse 7 - 2. Tag -

180734

In einem Behälter befinden sich genau 25 kg einer 4 %igen wässrigen Lösung, d. h., 4 % dieser Lösung bestehen aus der gelösten Substanz, der Rest besteht aus Wasser.

Wieviel Prozent des Wassers sind dieser Lösung zu entziehen, damit eine neue Lösung entsteht, deren Wasseranteil nur noch 90 % beträgt?

180735

In einem Dreieck ABC sei u die Länge des Umfangs, und r sei die Länge des Umkreisradius.

Beweise, daß dann die Ungleichung $r > \frac{u}{6}$ gilt!

180736

Ermittle alle rationalen Zahlen a mit folgender Eigenschaft:

Das Produkt ^{aus} der Zahl a und ihrem absoluten Betrag ist gleich der Summe aus der Zahl a und ihrem absoluten Betrag.