

XXI. Olympiade Junger Mathematiker
der Deutschen Demokratischen Republik
2. Stufe (Kreisolympiade)
Olympiadeklasse 6

Achtung: Bis auf solche Fakten, die aus dem Schulunterricht oder den Arbeitsgemeinschaften bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen präzise formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg (einschließlich Nebenrechnungen, Konstruktionen, Hilfslinien) muß deutlich erkennbar sein. Die Gedankengänge und Schlüsse sind in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzulegen.

210621

Ein Güterzug fährt von einer Station A (Kilometer 0) zu einer Station B (Kilometer 60). Beim Kilometer 15 hält der Zug 30 Minuten lang; in der übrigen Zeit fährt er mit der gleichbleibenden Geschwindigkeit von 45 Kilometern je Stunde. Um 9.30 Uhr fährt der Zug in A ab.

Lege eine Tabelle an, aus der zu ersehen ist, bei welchem Kilometer sich der Zug zu den Uhrzeiten alle 10 Minuten nach der Abfahrt (9.40 Uhr, 9.50 Uhr, 10.00 Uhr-usw.) befindet! Begründe diese Kilometerangaben!

210622

Fritz findet in einem alten Lehrbuch in einer Aufgabe fünfstelligen natürliche Zahlen abgedruckt. Bei einer dieser Zahlen sind die an der Einer- und die an der Zehnerstelle stehenden Ziffern nicht mehr lesbar. Wenn man für diese beiden unlesbaren Ziffern jeweils ein Sternchen (*) setzt, dann hat die Zahl die Form 418**.

Außerdem meint Fritz, aus dem Aufgabentext entnehmen zu können, daß sich die fünfstelligen Zahl ohne Rest sowohl durch 6 als auch durch 7 und durch 9 teilen läßt.

Untersuche, ob es eine fünfstelligen Zahl gibt, die als die betreffende Zahl in dem Lehrbuch gestanden haben könnte und alle genannten Teilbarkeitseigenschaften hat! Nenne diese Zahl! Gibt es außer ihr noch andere derartige Zahlen?

210623

Im Laufe eines Jahres ist in einem Möbelwerk die Zahl der hergestellten Tische monatlich um 10 angewachsen. Im Laufe des ganzen Jahres wurden 1920 Tische hergestellt.

- a) Wieviel Tische wurden im Monat Juni hergestellt?
- b) Wieviel Tische wurden im Monat Dezember hergestellt?

210624

Spiegele die Figur ABCD auf dem Arbeitsblatt nacheinander an den gegebenen Geraden c und d! Eine Beschreibung der Konstruktion ist nicht erforderlich.

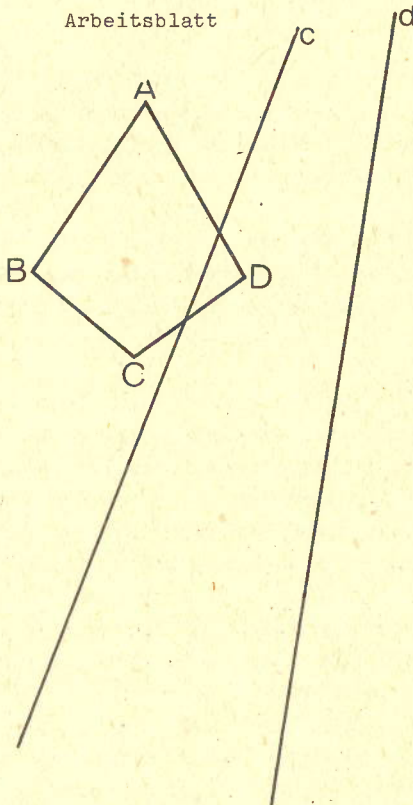


Abb. A 210624

XXI. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
 2. Stufe (Kreisolympiade)
Lösungen und Punktbewertung
 Olympiadeklasse 6

Achtung: Die Bemerkungen im Vorspann zu den Lösungen für die 1. Stufe gelten auch für die 2. Stufe.

210621) Lösung: 8 Punkte

Bei der Geschwindigkeit von 45 Kilometern je Stunde legt der Zug jeweils in 10 Minuten ein Sechstel der Strecke 45 km zurück, das sind (wegen $45:6 = 7\frac{1}{2}$) jeweils $7\frac{1}{2}$ km. Berücksichtigt man noch die Wartezeit, so ergibt sich folgende Tabelle:

Uhr-zeit	9.40	9.50	10.00	10.10	10.20	10.30	10.40	10.50	11.00	11.10	11
Kilo-meter	$7\frac{1}{2}$	15	15	15	15	$22\frac{1}{2}$	30	$37\frac{1}{2}$	45	$52\frac{1}{2}$	

210622) Lösung: 10 Punkte

Angenommen, es gibt eine solche Zahl. Dann folgt: Die Zahl ist durch 6 teilbar, also gerade; ihre Einerziffer lautet mithin 0, 2, 4, 6 oder 8. Die Zahl ist ferner durch 9 teilbar; dasselbe gilt folglich für ihre Quersumme. Diese ist um $4+1+8$, d.h. um 13 größer als die Summe aus ihrer Zehner- und ihrer Einerziffer. Setzt man der Reihe nach für die Einerziffer 0, 2, 4, 6, 8, dann ergibt sich für die Zehnerziffer jeweils der in der folgenden Tabelle angegebene Wert:

<u>Einerziffer</u>	<u>Summe aus 13 und der Einerziffer</u>	<u>Zehnerziffer</u>
0	13	5
2	15	3
4	17	1
6	19	8
8	21	6

Also kann die gesuchte Zahl nur eine der Zahlen 41850, 41832, 41814, 41886, 41868 sein. Von diesen ist nur 41832 durch 7 teilbar.

Daher kann nur diese Zahl an der angegebenen Stelle im Lehrbuch gestanden haben; denn sie hat als einzige alle verlangten Teil-

barkeitseigenschaften und ist von der Form 418**, wie in der Aufgabe angegeben.

210623) Lösung:

10 Punkte

In dem Betrieb wurden im Februar 10, im März 20,..., im Juni 50,..., im Dezember 110 Tische mehr hergestellt als im Monat Januar. Wegen

$$10+20+30+40+50+60+70+80+90+100+110 = 660$$

sind das insgesamt 660 Tische mehr, als wenn die Produktionssteigerung nicht erfolgt wäre, d.h. in allen 12 Monaten gleich viele Tische hergestellt worden wären, ebensoviele wie im Januar.

Wegen $1920 - 660 = 1260$ und $1260 : 12 = 105$ wurden im Januar somit 105 Tische produziert.

- a) Aus $105 + 50 = 155$ folgt, daß im Juni 155 Tische angefertigt wurden.
 b) Wegen $105 + 110 = 215$ wurden im Dezember 215 Tische hergestellt.

210624) Lösung:

12 Punkte

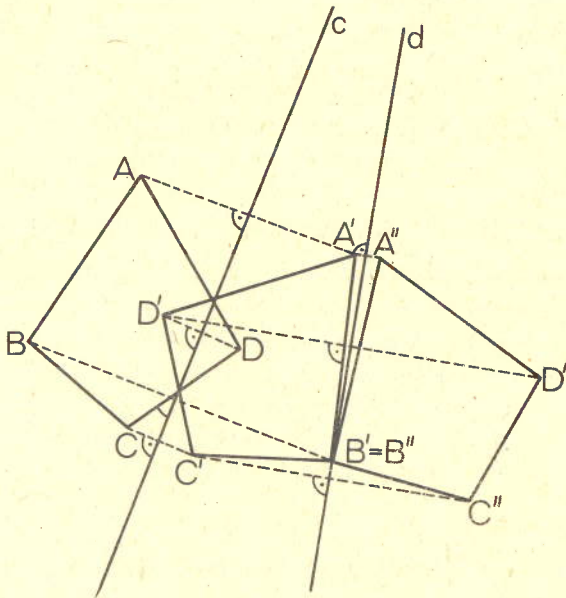


Abb. L 210624