

33. Mathematik-Olympiade, 2. Stufe.
Aufgaben
Olympiadeklasse 5

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionsaufgaben) Hilfslinien soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

330521

In einer kleinen Stadt stehen auf einer Straße am linken und am rechten Straßenrand insgesamt 47 Laternen. Auf jeder Straßenseite beträgt der Abstand zwischen je zwei benachbarten Laternen 35 m. Am linken Straßenrand steht je eine Laterne genau am Anfang und am Ende der Straße.

Wie lang ist diese Straße?

330522

Rolf sucht vierstellige Zahlen, in denen keine zwei gleichen Ziffern vorkommen. Der Unterschied zwischen der Zehner- und der Hunderterziffer soll 3 betragen, der Unterschied zwischen der Hunderter- und der Tausenderziffer soll 4 betragen. Beim Berechnen dieser Unterschiede soll es nicht auf die Reihenfolge der betreffenden beiden Ziffern ankommen.

Wieviele vierstellige Zahlen der gewünschten Art gibt es insgesamt? Begründe, warum es nicht mehr als von dir angegeben sein können!

330523

Die Abbildung A 330523 zeigt eine treppenartig aufsteigende Linie ABCDEFGHIJ und eine abwärtsgehende Strecke JZ. Alle Winkel bei B, C, D, E, F, G, H, I, J sind rechte Winkel. Die Strecken BC, DE, FG, HI haben einander gleiche Länge, doppelt so lang sind AB, CD, EF, GH, IJ, und viermal so lang ist JZ. Diese Strecke ist in vier gleichlange Strecken JU, UV, VW, WZ zerlegt.

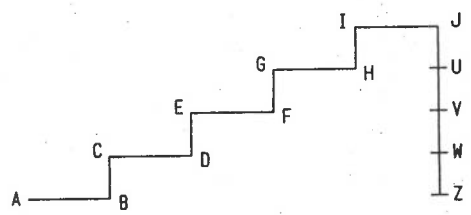


Abb. A 330523

A 5

a) Konstruiere eine derartige Figur ABCDEFGHIJUVWZ !

Finde dann durch Konstruktion die Anzahl der Schnittpunkte, die beim Schnitt der Treppenlinie ABCDEFGHIJ

b) mit der Strecke AJ zwischen A und J,

c) mit der Strecke AU zwischen A und U,

d) mit der Strecke AV zwischen A und V,

e) mit der Strecke AW zwischen A und W

vorkommen!

330524

Rita berechnet die drei Zahlen

$$1+9-9+3 = a, \quad 1 \cdot 9+9-3 = b, \quad 1 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 3 = c.$$

Sie betrachtet weitere Möglichkeiten, in die Kästchen der Zeile

$$1 \quad \square \quad 9 \quad \square \quad 9 \quad \square \quad 3 =$$

Zeichen einzusetzen, die entweder + oder - oder · sind. Dabei sucht sie alle diejenigen Einsetzungen, bei denen die auszurechnende Zahl größer als 30, aber kleiner als 100 ist.

Finde alle diese Einsetzungen; weise nach, daß du alle gefunden hast! Addiere die dabei entstandenen auszurechnenden Zahlen! Zur so gefundenen Summe addiere weiterhin das Produkt der beiden kleinsten unter den zwischen 30 und 100 gefundenen Zahlen! Addiere schließlich die oben als a, b und c berechneten Zahlen!