

34. Mathematik-Olympiade, 2. Stufe (Kreisolympiade)

Aufgaben

Klasse 5

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionsaufgaben) Hilfslinien soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

340521

In einem Zirkus treten vier Artisten auf. Sie heißen Meier, Neumann, Opitz und Pfeifer. Ihre Vornamen sind, möglicherweise in anderer Reihenfolge: Dieter, Erich, Fritz und Gert. Außerdem ist bekannt:

- (1) Die Reihenfolge ihrer Auftritte ist: Pfeifer, Fritz, Meier, Erich.
- (2) Diese Auftritte sind, möglicherweise in anderer Reihenfolge: Dieter jongliert, Erich zaubert, Neumann tritt als Clown auf, Pfeifer arbeitet auf dem Drahtseil.

Zeige, daß durch diese Angaben für jeden der Artisten Meier, Neumann, Opitz und Pfeifer eindeutig bestimmt ist, welchen Vornamen er hat! Nenne diese vier zusammengehörenden Vor- und Familiennamen!

340522

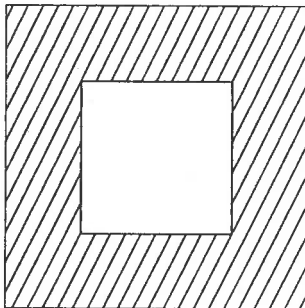


Abb. A 340522

Abb. A 340522 zeigt eine ringförmige Fläche. Sie wird von einem Quadrat der Seitenlänge 4 cm und einem Quadrat der Seitenlänge 2 cm eingeschlossen. Beide Quadrate haben denselben Mittelpunkt, jede Seite des kleinen Quadrates ist zu einer Seite des großen Quadrates parallel.

Nun sollen mehrere Geraden gezeichnet werden, so daß sie, genügend verlängert, die ringförmige Fläche in Teilflächen zerlegen. Die Teilflächen einer Zerlegung sollen einander gleiche Größe und gleiche Form haben. Folgende Anzahlen sollen erreicht werden:

Aufgabe	Anzahl der Geraden	Anzahl der entstehenden Teilflächen
(a)	2	4
(b)	3	6
(c)	4	8
(d)	6	12

Fertige zu jeder der Aufgaben (a), (b), (c) und (d) eine Zeichnung an!

Zu zwei der Aufgaben (a), (b), (c), (d) fertige noch je eine weitere Zeichnung an, in der die Teilflächen von anderer Gestalt sind als in den vorigen Zeichnungen!

Eine Begründung oder Beschreibung wird nicht verlangt.

340523

Man kann jede natürliche Zahl 1, 2, 3, . . . als eine Summe darstellen, in der jeder Summand eine 1 oder eine 2 ist. Zum Beispiel gibt es für die Zahl 3 unter Beachtung der Reihenfolge genau die Darstellungen

$$\begin{aligned} 3 &= 1 + 1 + 1 \\ &= 1 + 2 \\ &= 2 + 1. \end{aligned}$$

- (a) Gib auch für jede der Zahlen 4, 5 und 6 alle Darstellungen an!
- (b) Wie groß ist für jede der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 jeweils *die Anzahl* aller Darstellungen? Finde *eine Gesetzmäßigkeit, die für diese sechs Anzahlen gilt!* Wie viele Darstellungen muß es - wenn die von dir genannte Gesetzmäßigkeit sogar allgemein gilt - für die Zahl 10 geben?

340524

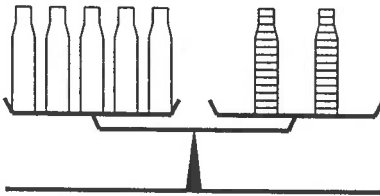


Abb. A 340524

Auf einer Waage sind fünf links stehende leere Mineralwasserflaschen mit zwei rechts stehenden vollen im Gleichgewicht (siehe Abb. A 340524).

- (a) Britta füllt zwei der leeren Flaschen mit Mineralwasser und erreicht dann, daß wieder Gleichgewicht eintritt, indem sie auf die rechte Waagschale leere Flaschen dazustellen. Wie viele leere Flaschen sind das?

- (b) Jan entleert dann eine der rechts stehenden Flaschen und nimmt von der linken Waagschale eine leere Flasche weg. Welche Waagschale neigt sich nun nach unten?
- (c) Pia nimmt alle Flaschen von der Waage und stellt dann links zwei volle Flaschen und eine leere Flasche auf, rechts eine volle Flasche und drei leere Flaschen. Welche Waagschale neigt sich nun nach unten?