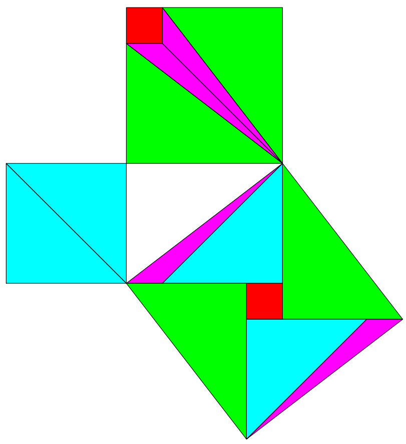
1. - 34. Olympiade - Klasse 5

Aufgaben



Gewidmet meinen Kindern Cosima, Elias und Adrian

Vorwort

Im vorliegenden Heftchen befinden sich Texte vergangener Mathematikolympiaden, die ich vor einigen Jahren zum Üben gern selbst besessen hätte. Als Schüler träumte ich von einer kompletten Sammlung aller Aufgaben und Lösungen, allerdings wurde dieser Traum erst 15 Jahre später wahr (2003). Zu DDR-Zeiten war es äußerst schwer, an diese Dokumente zu gelangen, aber selbst jetzt gibt es nur wenig öffentlich zugängiges Material aus jener Zeit.

Die einst von der Aufgabenkommission erfundenen Texte wurden mir größtenteils von Herrn Umlauft zur Verfügung gestellt, wofür ich ihm sehr danke. Ebenso möchte ich aber auch all die anderen Menschen erwähnen, die zur Erweiterung meiner Sammlung beigetragen haben: O. Döhring, H. Thielemann, H. Winkelvoss, E. Specht, E. Keller, G. Thiel, B. Mulansky, H. Ocholt sowie M. Worel.

Franz S. hat mir sehr geholfen, indem er unzählige Aufgabentexte als Papiervorlagen eingescannt und durch ein Texterkennungsprogramm geschickt hat. Bezüglich der Lösungen ist mein Mann Thomas nun in dessen Fußstapfen getreten.

Ein herzlicher Dank gilt meiner Familie, ganz besonders natürlich meinem Mann, der mir stets mit viel Verständnis für meine zeitraubenden Interessen zur Seite steht. Außerdem möchte ich meinen Eltern und Schwiegereltern danken, die sich immer wieder gern um die Kinder kümmern und mir damit kleine Freiräume verschaffen.

Copyright

Fragen beantworte ich nach Möglichkeit gern. Der mir liebste Weg ist per Email an *mawi@online.de*. Sollte ich nicht sofort antworten, bitte ich jedoch um Nachsicht mit einer voll berufstätigen Mutter, die unter chronischem Zeitmangel leidet.

Hinweise

Die Numerierung der Aufgaben erfolgt nach dem Schema: $jjkksa$, wobei jj der Aufgabenjahrgang, kk die Klassenstufe, s die Olympiadestufe und a die Aufgabennummer darstellt. Bei Wahlaufgaben folgt der Aufgabennummer noch ein A oder B.

Die Texte entsprechen den Originaltexten der jeweiligen Olympiaden - es wurden daher weder auf die neue deutsche Rechtschreibung Rücksicht genommen noch ideologische Phrasen umformuliert.

Teilweise habe ich mir erlaubt, Texte den Originalen anzupassen, auch wenn der aufgeführte Autor (damit ist derjenige gemeint, der den Text aufgeschrieben aber nicht zwangsläufig erfunden hat) eine andere Fassung lieferte. Lösungen habe ich teilweise zur aus meiner Sicht besseren Verständlichkeit überarbeitet.

Dresden, 11. März 2014 *Manuela Kugel*

1. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 010511:

Im Rechenschaftsbericht an den XXII. Parteitag der KPdSU heißt es, daß an die Bevölkerung der Sowjetunion im Jahre 1953 insgesamt 1 757 000 t, im Jahre 1960 aber 4 158 000 t Fleisch und Fleischerzeugnisse verkauft wurden. Wieviel Tonnen Fleisch und Fleischerzeugnisse wurden 1960 mehr verkauft als 1953?

Aufgabe 010512:

Im Werkunterricht sollen Reagenzglasständer für je 5 Reagenzgläser hergestellt werden. Das obere Brettchen ist 160 mm lang. Es soll 5 Bohrungen von je 18 mm Durchmesser erhalten. Der Abstand der ersten bzw. letzten Lochmitte von den Brettchenenden beträgt je 24 mm. Alle Bohrungen sollen untereinander gleichen Abstand haben.

a) Wie groß ist der Abstand von Lochmitte zu Lochmitte?

b) Wie groß sind die Zwischenräume zwischen den Bohrlochrändern?

Aufgabe 010513:

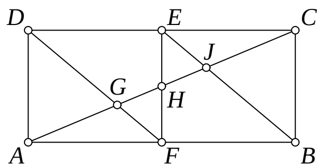
Ersetze die fehlenden Ziffern!

$$\begin{array}{ccccccc}
 & * & * & * & \cdot & * & 2 \\
\hline
 & * & 0 & 8 & & & \\
* & 6 & * & & & & \\
\hline
* & 1 & 2 & * & & &
\end{array}$$

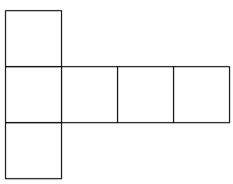
Wie hast du die fehlenden Ziffern gefunden?

Aufgabe 010514:

Wieviel Dreiecke sind in der Figur enthalten? Schreibe alle Dreiecke auf (z. B. ABC)!



Aufgabe 010515:



Die Abbildung zeigt das Netz eines Würfels.

Es gibt noch andere Möglichkeiten, das Netz eines Würfels zu zeichnen. Versuche, 5 andere Würfelnetze zu finden, und zeichne sie möglichst genau (Kantenlänge $a = 2$ cm)!

1. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 010521:

Im Jahre 1961 wurden in der DDR 70 000 t Schlachtvieh und Geflügel, 115 000 t Milch und 300 000 000 Eier mehr auf den Markt gebracht als im Jahre 1960. Die Einwohnerzahl unserer Republik beträgt rund 17 000 000. Wieviel Schlachtvieh und Geflügel, wieviel Milch und wieviel Eier konnte jeder Bürger unserer Republik im Jahre 1961 zusätzlich verbrauchen? Runde auf volle Kilogramm bzw. volle Stückzahlen!

Aufgabe 010522:

Bei einem Probeflug von Moskau zur sowjetischen Südpolar-Beobachtungsstation Mirny über insgesamt 25 300 km legte ein Flugzeug vom Typ „IL 18“ die letzten 6 700 km in zwei Etappen zurück. Dabei war die erste Etappe um rund 1 700 km länger als die zweite. Wieviel Kilometer betrugen die beiden Etappen?

Aufgabe 010523:

Jemand behauptet, er könne 30 Äpfel so unter 3 Kinder (ungleichmäßig) verteilen, daß jedes Kind eine ungerade Anzahl Äpfel erhält. Ist das möglich? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 010524:

Aus einem Holzbrettchen von der Länge $a = 60$ cm und der Breite $b = 15$ cm sollen 12 kleine Brettchen von der Größe 5 cm mal 15 cm ausgesägt werden. Lutz bemüht sich, mit möglichst wenig Sägeschnitten auszukommen. Wieviel Schnitte muß er mindestens durchführen? (Das Sägen „im Paket“ soll dabei nicht gestattet sein.) Wieviel Zentimeter beträgt der Sägeweg?

Aufgabe 010525:

Zeichne ein beliebiges Dreieck und nenne seine Winkel α, β und γ! Konstruiere mit Zirkel und Lineal außerhalb des Dreiecks den Winkel $\alpha + \beta + \gamma$! Wie groß ist der konstruierte Winkel vermutlich?

2. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 020511:

Beim Aufbau des Berliner Stadtzentrums entsteht am Alexanderplatz das „Haus des Lehrers“. Zuerst wurde die Baugrube ausgehoben. Dabei mußten etwa $7\,100\ \mathrm{m}^3$ Boden abtransportiert werden:

a) Wieviel Muldenkipperladungen waren das, wenn ein Kipper $4\ \mathrm{m}^3$ Boden transportieren kann?

b) Wie lang wäre der für den gesamten Transport nötige „Muldenkipperzug“ gewesen, wenn jeder Muldenkipper eine Länge von 3 m hat?

Aufgabe 020512:

„Genau eine Million zweihundertneuntausendsechshundert Sekunden dauert es, bis wir uns wieder treffen“, sagt Walter, der gern mit großen Zahlen rechnet, zu Rolf, als sie sich am 10. Mai um 12.00 Uhr verabschieden.

Wann treffen die beiden wieder zusammen?

Aufgabe 020513:

Zwei Pioniergruppen wollen an einem Sonntag eine Wanderung nach dem zwölf Kilometer entfernten Neuendorf machen. Die erste Gruppe will um 8.00 Uhr aufbrechen. Sie legt in jeder Stunde 4 km zurück. Die andere Gruppe macht eine Radwanderung und kann in jeder Stunde 12 km schaffen.

Wann muß sie aufbrechen, wenn beide Gruppen gleichzeitig in Neuendorf eintreffen wollen?

Aufgabe 020514:

Bei dieser Multiplikationsaufgabe sind einige Ziffern unleserlich. Sie sollen ergänzt werden.

Beschreibe, wie du die fehlenden Ziffern gefunden hast!

$$\begin{array}{ccccccc}
4 & * & * & \cdot & * & 2 & * \\ \hline
 & * & 3 & * & * & & \\
 & & & * & 1 & 2 & \\
 & & & * & * & 4 & * \\ \hline
 & * & * & * & * & * & 8
\end{array}$$

Aufgabe 020515:

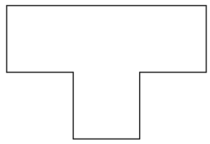
An einem Tisch sitzen sieben Schüler. Einer hört auf den Vornamen Fred, einer heißt Willi, vier heißen Lutz und einer heißt Christian. Weiter wissen wir nur, daß unter ihnen zwei Brüder mit dem Familiennamen Scheibner, einer mit dem Zunamen Franke und vier Schüler mit dem Namen Schulz sind.

a) Von wem können wir mit absoluter Sicherheit Vor- und Zunamen angeben?

a) Warum muß er so heißen?

Aufgabe 020516:

Wer kann die Figur mit einem Scherenschnitt so zerschneiden, daß die Teile zu einem Quadrat zusammengelegt werden können? Wer findet dazu zwei völlig verschiedene Möglichkeiten? (Es ist gut, wenn man sich eine entsprechende Figur aus Papier ausschneidet und es damit versucht.)



2. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 020521:

Während der Herbstferien waren viele Oberschüler im Ernteeinsatz. Dabei sammelte jeder der 1 200 Schüler eines Stadtbezirkes durchschnittlich 8 dt Kartoffeln täglich. Die Schüler arbeiteten 4 Tage.

a) Wieviel Kartoffeln wurden von den Schülern dieses Stadtbezirkes insgesamt gesammelt? (Angabe in dt)

b) Wieviel Familien können von diesem Vorrat Kartoffeln erhalten, wenn der Jahresbedarf je Familie 250 kg beträgt?

Aufgabe 020522:

Die Erdölleitung „Trasse der Freundschaft“ wird etwa 4 000 km lang sein. In jeder Stunde wird die DDR durch diese Leitung 540 t Erdöl erhalten.

a) Wieviel Tonnen sind das in einer Minute?

b) Wieviel Kilogramm sind das in einer Sekunde?

Aufgabe 020523:

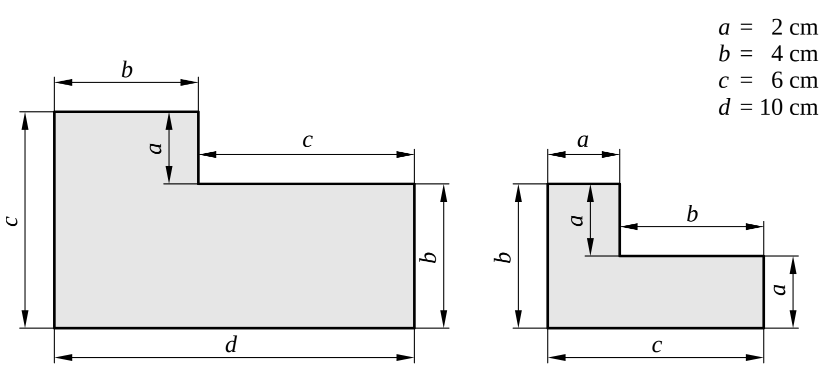
Petra spielt mit Werner eine Partie Schach. Als sie fertig sind, fragt Werner: „Wie lange haben wir eigentlich gespielt?“

Petra antwortet: „Ich weiß es nicht, aber ich habe aus dem Fenster gesehen und gezählt, daß die Straßenbahn genau zehnmal in dieser Zeit an unserem Hause in Stadtrichtung vorbeifuhr. Die erste Bahn kam, als wir mit dem Spiel anfingen, und die zehnte, als wir gerade fertig waren.“ (Die Bahn fährt alle 20 Minuten.)

Wie lange haben Petra und Werner gespielt?

Aufgabe 020524:

Die Abbildung zeigt zwei verschieden große Flächen.



a) Wie oft ist die kleine Fläche in der großen enthalten?

b) Weise die Richtigkeit dieser Behauptung durch eine Zeichnung nach!

Aufgabe 020525:

Trage auf einer Geraden nacheinander die Strecken $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm und $CD = 4$ cm ab!

Wie groß ist die Entfernung zwischen den Mitten der Strecken AB und CD? Begründe deine Antwort durch Rechnung!

3. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 030511:

Der VEB Simson Suhl produziert gegenwärtig täglich 235 Kleinstroller KR 50. Im Jahre 1958 betrug die Produktion dagegen nur 42 Kleinstroller täglich. Wieviel Kleinstroller wurden im Jahre 1963 mehr produziert als im Jahre 1958? Die Anzahl der Arbeitstage eines Jahres sei dabei mit 300 angenommen.

Aufgabe 030512:

Nach der Kreisolympiade Junger Mathematiker wurde ein Pionier gefragt, wieviel Punkte er bekommen habe. Scherzhaft sagte er: „Wenn man zu der Zahl meiner Punkte 10 hinzufügt und die Summe verdoppelt, so fehlen mir noch 10 Punkte an 100.“

a) Wieviel Punkte erzielte der Thälmann-Pionier?

b) Wie hast du das Ergebnis gefunden?

Aufgabe 030513:

Klaus hat sich für die „Knobelecke“ eine interessante Aufgabe ausgedacht: Es sollen bei der Multiplikationsaufgabe

$$1\,3* \cdot 7* = 1****$$

alle $*$ so durch Ziffern ersetzt werden, daß alle drei Zahlen auf die gleiche Ziffer enden und daß beim Ergebnis an der Zehnerstelle die gleiche Ziffer steht wie an der Hunderterstelle. Was hast du bei der Lösung dieser Aufgabe überlegt?

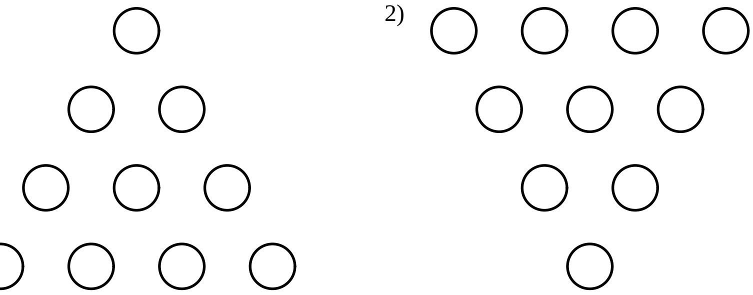
Aufgabe 030514:

Zehn Pfennige liegen in der Anordnung auf dem Tisch, die die Abbildung 1) zeigt. Es sollen einige Pfennige so umgelegt werden, daß die auf der Abbildung 2) dargestellte Anordnung entsteht.

a) Wieviel Pfennige muß man mindestens umlegen?

b) Welche Pfennige sind das? Kreuze sie an!

1) 2)



Aufgabe 030515:

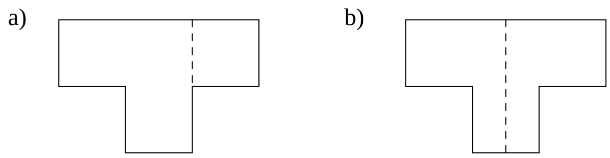
Von fünf Thälmann-Pionieren sind folgende zehn Altersvergleiche bekannt: Doris ist jünger als Marga, Bärbel älter als Inge, Renate älter als Doris, Inge jünger als Marga, Bärbel jünger als Renate, Renate jünger als Marga, Doris älter als Inge, Marga älter als Bärbel, Inge jünger als Renate, Doris älter als Bärbel.

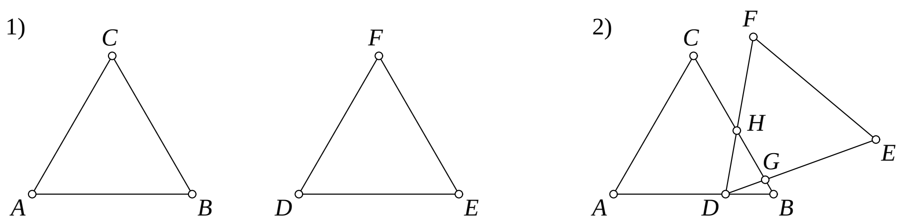
a) Wie lautet die Reihenfolge der fünf Mädchen nach ihrem Alter? Beginne mit der Jüngsten!

b) Welche angegebenen Vergleiche sind überflüssig? Warum?

Aufgabe 030516:

Gegeben seien die beiden unter 1) abgebildeten Dreiecke. Sie haben dabei keinen Punkt gemeinsam. Wenn sie dagegen so liegen wie auf der Abbildung 2), haben sie genau drei Punkte, nämlich D, G und H, gemeinsam.





Wie können die Dreiecke liegen, wenn sie genau

a) einen Punkt,

b) zwei Punkte,

c) vier Punkte,

d) fünf Punkte,

e) sechs Punkte

gemeinsam haben sollen? Zeichne die Dreiecke in diesen verschiedenen Lagen!

3. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 030521:

Die Kosmonautin Valentina Tereschkowa umkreiste mit dem Raumschiff "Wostok 6" rund 48mal die Erde. Durchschnittlich benötigte sie für jede Umkreisung rund 88 Minuten. Wie lange dauerte der gesamte Weltraumflug?

Aufgabe 030522:

In einem volkseigenen Betrieb wurden bis Ende Juni von einem bestimmten Maschinenteil täglich 12 Stück hergestellt. Durch den sozialistischen Wettbewerb gelang es, täglich 2 Stück mehr zu produzieren.

a) Wieviel Maschinenteile dieser Art wurden nunmehr monatlich - 26 Arbeitstage - angefertigt?

b) Wieviel solche Teile können dadurch bis zum Jahresende über den Plan hinaus produziert werden?

Aufgabe 030523:

Heidi, Fritz und Dieter sammeln Briefmarken. Auf die Frage, wieviel Briefmarken sie alle zusammen besitzen, antwortet Fritz: „Jeder von uns hat eine ungerade Zahl von Briefmarken, zusammen sind es genau 500 Stück.“

Was meinst du zu dieser Behauptung?

Aufgabe 030524:

Klaus, Ingrid, Peter und Susanne sollen bei einem Sportfest an einem Staffellauf teilnehmen.

a) Wieviel verschiedene Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge, in der sie laufen? Begründe deine Antwort!

b) Wieviel Möglichkeiten gäbe es, wenn die Staffel aus fünf Läufern bestehen würde?

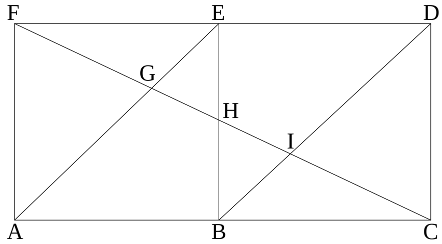
Aufgabe 030525:

Zeichne drei verschiedene Körpernetze für einen Quader mit den Kantenlängen $a = 3$ cm (Länge), $b = 2$ cm (Breite) und $c = 1$ cm (Höhe)!

4. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 040511:



Wieviel Dreiecke erkennst du in der obigen Figur?

Stelle eine Übersicht dieser Dreiecke auf, z.B. ΔABE; ΔACF.

Aufgabe 040512:
Nach der Eichordnung sind im Bereich von 1 g bis 1 kg nur Wägestücke in den Größen von:

1 g, 2 g, 5 g, 10 g, 20 g, 50 g, 100 g, 200 g, 500 g, 1 kg.

zugelassen. Mit einer Waage soll man alle Massebeträge zwischen 1 g und 2 kg in Abstufungen von 1 g ermitteln können. Dabei sollen die Wägestücke nur auf einer Seite aufgestellt werden.

Wieviel Wägestücke der oben angegebenen Sorten werden dann benötigt, wenn ihre Gesamtzahl möglichst gering sein soll?

Aufgabe 040513:
Der Schulgarten einer Stadtschule hat einen Flächeninhalt von 0,15 ha. Der Garten wird in 9 Parzellen aufgeteilt, die einen Flächeninhalt von je 150 m^2 bzw. 200 m^2 besitzen.

Wieviel Parzellen von jeder der beiden Größen befinden sich im Garten?

Aufgabe 040514:
In Mücheln (Geiseltal, Bez. Halle) wurde die längste Eisenbahnbrücke der DDR fertiggestellt. Sie besteht aus 7 gleichen Brückenbögen. Für einen Brückenbogen wurden 147 m^3 Beton verwendet. 1 m^3 Beton hat eine Masse von 24 dt.

Wieviel Tonnen Beton wurden für den Brückenbau benötigt? (Runde auf ganze Tonnen!)

Aufgabe 040515:
Gegeben seien ein Rechteck von 120 mm Länge und 60 mm Breite und ein zweites von 150 mm Länge und 60 mm Breite.

a) Zerlege die beiden Rechtecke so, daß beim Zusammenfügen aller Teile zwei gleichgroße Quadrate entstehen!

b) Ist es möglich, jedes Rechteck nur in zwei Teile zu zerlegen und dennoch zwei gleichgroße Quadrate zusammenfügen zu können?

Fertige zu a) und b) je eine Zeichnung an!

Aufgabe 040516:

Die Summe zweier natürlicher Zahlen beträgt 968. Ein Summand endet mit einer Null. Streicht man diese Null, so erhält man die andere Zahl.

Bestimme diese beiden Zahlen!

4. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

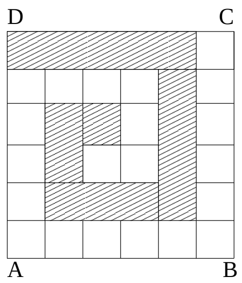
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 040521:

Zwei Dreher übernahmen am 11. Januar 1965 (früh) den Auftrag, 1100 Werkstücke herzustellen. Der erste Dreher stellt 19 Werkstücke je Tag her, der zweite täglich 3 Stück mehr als der erste.

An welchem Tage werden sie bei gleichbleibender Leistung je Tag mit dieser Arbeit fertig, wenn an den Sonntagen nicht, an den Sonnabenden ausnahmsweise voll gearbeitet wird?

Aufgabe 040522:



Teile die Seiten eines Quadrats in sechs gleiche Teile und ziehe von dem Mittelpunkt M aus den aus der Abbildung ersichtlichen schraffierten Streifenzug. Eine Seite des Quadrats hat eine Länge von 12 cm.

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Streifens!

Aufgabe 040523:

a) Wieviel zweistellige natürliche Zahlen gibt es, bei denen die Differenz der beiden Ziffern gleich 5 ist?

b) Bei wievielen dieser Zahlen ist die Zahl selbst achtmal so groß wie ihre Quersumme, d.h. wie die Summe ihrer beiden Ziffern?

Aufgabe 040524:

Während einer Vorstellung im ”Theater der Jungen Welt” in Leipzig blieben einige Plätze frei. Alfred zählte 17, Annerose dagegen 16 freie Plätze. Heinz sagte, Alfred habe sich auf jeden Fall verzählt.

Wie konnte Heinz seine Aussage begründen, wenn er wußte, daß es im Theater 520 Plätze gibt und in dieser Vorstellung 68 Mädel mehr als Jungen anwesend waren?

5. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 050511:

In drei Abteilen eines Eisenbahnwagens befinden sich 90 Fahrgäste. Würden aus dem ersten Abteil 12 Fahrgäste in das zweite und aus dem zweiten 9 Fahrgäste in das dritte umsteigen, dann wären in allen drei Abteilen gleich viel Personen.

Wieviel Fahrgäste waren ursprünglich in den einzelnen Abteilen?

Aufgabe 050512:

Gegeben:

```
1 2               =  3
1 2 3             =  4
1 2 3 4           =  5
1 2 3 4 5         =  6
1 2 3 4 5 6       =  7
1 2 3 4 5 6 7     =  8
1 2 3 4 5 6 7 8   =  9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 10
```

Setze auf der linken Seite Rechenzeichen derart, daß wahre Ausagen in Form von Gleichungen entstehen. (Nebeneinanderstehende Ziffern dürfen als eine Zahl betrachtet, doch die Reihenfolge darf nicht geändert werden. Du darfst auch Klammern verwenden. Zu jeder Aufgabe genügt eine Lösung.)

Aufgabe 050513:

Konstruiere ein regelmäßiges Sechseck! Zeichne in das Sechseck alle möglichen Diagonalen ein! Wieviel Diagonalen findest Du? Zähle sie auf, indem du sie benennst (z.B. AB, ...)!

Aufgabe 050514:

Gerd, Fred, Heinz und Werner befinden sich auf dem Weg zur Schule. Fred ist noch dreimal so weit entfernt von der Schule wie Gerd. Heinz hat bis zur Schule noch den vierfachen Weg von Gerd zurückzulegen. Werner muß noch $2,4$ km bis zur Schule laufen; das ist die doppelte Länge von Freds Weg.

a) Welche Strecken müssen die einzelnen Schüler noch zurücklegen, bis sie die Schule erreicht haben?

b) Wieviel Minuten vergehen, bis alle Schüler in der Schule angekommen sind, wenn jeder Schüler für je 100 m genau 90 sec braucht?

5. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 050521:

Aus 36 gleich großen Quadraten soll durch Aneinanderlegen ein Rechteck gebildet werden.

a) Wieviel Lösungsmöglichkeiten gibt es? (Bei jeder Lösung sollen sämtliche Quadrate verwendet werden.)

b) Welches der möglichen Rechtecke hat den kleinsten Umfang?

Aufgabe 050522:

Für die fünf natürlichen Zahlen a, b, c, d, e gelten die folgenden Ungleichungen:

$$\begin{array}{llll} a > e; & b < c; & c > e; & d < e; \\ a > b; & b < d; & c > a; & a > d; \end{array}$$

Ordne diese Zahlen der Größe nach an!

Aufgabe 050523:

Für jeden von 600 000 Einwohner Leipzigs werden 125 kg Kartoffeln eingekellert.

a) Berechne die bereitzustellende Menge in Tonnen!

b) Welches ist die größte Anzahl von Güterwagen mit je 15 t Ladefähigkeit, die mit dieser Menge voll beladen werden können?

c) Wieviel Tonnen werden durchschnittlich an jedem Tag ausgeliefert, wenn der erste Auslieferungstag der 17.9. und der letzte Auslieferungstag der 14.10. ist und auch an Sonn- und Feiertagen ausgeliefert wird?

Aufgabe 050524:

Ermittle die fehlenden Ziffern!

$$\begin{array}{cccccc} 6 & x & \cdot & x & x & x \\ \hline x & x & & & & \\ & x & x & & & \\ & & x & x & & \\ \hline x & x & x & 6 & & \end{array}$$

6. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 060511:

Laut Jahresplan sind von einem Zementwerk im 2. Halbjahr 16400 t Zement zu produzieren. Im Juli wurden 2430 t, im August 2310 t, im September 2680 t, im Oktober 2830 t, im November 2940 t produziert.

a) Berechne die hinreichende kleinste Anzahl von Tonnen Zement, die im Dezember hergestellt werden müssen, damit das Werk seinen Plan erfüllt!

b) Berechne den Preis dieser Menge vom Dezember, wenn eine Tonne Zement 39,-MDN kostet!

Aufgabe 060512:

Eine Strecke von 168 m Länge wurde in drei Teile geteilt. Die zweite Teilstrecke war dreimal so groß wie die erste, dagegen betrug die dritte Teilstrecke das Vierfache der ersten Teilstrecke.

Berechne die Längen der einzelnen Teilstrecken!

Aufgabe 060513:

Ein Betrieb kann unter Verwendung des gleichen Uhrwerks verschiedene Ausführungen von Uhren herstellen. Dazu stehen ihm drei verschiedene Gehäuse, vier verschiedene Zifferblätter und zwei verschiedene Zeigerausführungen zur Verfügung.

Gib die größte Anzahl voneinander verschiedenener Ausführungen von Uhren an, die sich unter Verwendung der angegebenen Teile herstellen lassen!

Aufgabe 060514:

Gesucht ist eine natürliche Zahl mit folgenden Eigenschaften: Dividiert man 100 durch diese Zahl, so bleibt der Rest 4, dividiert man 90 durch diese Zahl, so bleibt der Rest 18.

Wie lautet die gesuchte Zahl?

6. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 060521:

In jeder von fünf Kisten befindet sich genau die gleiche Anzahl von Äpfeln. Entnimmt man jeder Kiste 60 Äpfel, bleiben in den Kisten insgesamt soviel Äpfel übrig, wie vorher in zwei Kisten waren.

Ermittle die Gesamtzahl aller Äpfel, die sich anfangs in den Kisten befanden !

Aufgabe 060522:

Gesucht ist eine zweistellige natürliche Zahl mit folgenden Eigenschaften:

Die Summe ihrer Ziffern beträgt 10. Vertauscht man ihre Ziffern und addiert zu dieser dadurch entstandenen Zahl die Zahl 2, so erhält man das Dreifache der ursprünglichen Zahl.

Aufgabe 060523:

Die Zahl 97 236 ist in sechs Summanden zu zerlegen. Der erste Summand ist gleich dem neunten Teil dieser Zahl, der zweite Summand ist doppelt so groß wie der erste, der dritte ist um 12 792 kleiner als der zweite Summand, der vierte dreimal so groß wie der dritte und der fünfte ist ebenso groß wie der dritte Summand.

Wie lauten die sechs Summanden?

Aufgabe 060524:

Hans nimmt am Training der Sektion Leichtathletik seiner Schulsportgemeinschaft teil. Eine der Übungen besteht in rhythmischem Gehen mit anschließendem Nachfedern im Stand. Die Länge der Übungsstrecke beträgt 30 m. Am Anfang und am Ende stehen Fahnenstangen. Hans legt die Strecke auf folgende Weise zurück:

Zwei Schritte vor, nachfedern, dann einen Schritt zurück, nachfedern, dann wieder zwei Schritte vor ... u.s.f., bis er die zweite Fahnenstange erreicht.

Welches ist die genaue Anzahl von Schritten, die er unter den angegebenen Bedingungen insgesamt macht, wenn seine Schrittlänge genau 5 dm beträgt?

7. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 070511:

Unter einer Diagonalen eines ebenen Vielecks mit 3 oder mehr Ecken versteht man die Verbindungsstrecken zweier nicht benachbarter Ecken des ebenen Vielecks.

Gibt es ebene konvexe Vielecke (d.h. Vielecke, bei denen jeder Innenwinkel kleiner als 180° ist), bei denen

a) die Anzahl der Diagonalen halb so groß ist wie die Anzahl der Eckpunkte?

b) die Anzahl der Diagonalen doppelt so groß ist wie die Anzahl der Eckpunkte?

Wenn es solche Vielecke gibt, dann zeichne jeweils ein Beispiel dafür!

Aufgabe 070512:

Ein Bezirk plante, die Instandsetzung dreier Straßen durchzuführen. Die erste Straße hat eine Länge von 8 km, die zweite eine Länge von 7 km, die dritte eine Länge von 6 km. Für jeden Kilometer wurden 3 000 MDN Kosten vorgesehen. Eine der drei Straßen war nur wenig beschädigt, so daß man für diese mit der Hälfte der Kosten pro Kilometer auskam, während bei jeder der beiden anderen genau die eingeplante Summe verwendet wurde. Die Gesamtkosten für die Instandsetzung betrugen 51 000 MDN.

Für welche der drei Straßen wurde nicht die eingeplante Summe verwendet?

Aufgabe 070513:

Gesucht ist die größte fünfstellige Zahl, für die folgendes gilt:

a) Die Zehnerziffer stellt eine halb so große Zahl dar wie die Tausenderziffer.

b) Die Einer- und die Hunderterziffer kann man vertauschen, ohne daß sich die fünfstellige Zahl ändert.

Aufgabe 070514:

Im Ferienlager erhält eine Zeltbelegung von ihrem Pionierleiter den Auftrag, in der Küche beim Kartoffelschälen zu helfen. Von sechs Jungen sollen drei für diese Tätigkeit ausgewählt werden.

Welches ist die Anzahl aller Möglichkeiten, verschiedene Gruppen zusammenzustellen?

7. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 070521:

Die Schüler einer Klasse sammelten insgesamt 336 kg Altpapier. Aus 1 kg Altpapier stellt man in einer Papierfabrik genau 700 g reines weißes Papier her und aus je 30 g von diesem ein Schreibheft. (In der Produktion wird weißes Papier nicht unmittelbar aus Altpapier hergestellt. Durch Zusatz von Altpapier wird aber eine entsprechende Menge Rohstoff eingespart.)

Gib die größtmögliche Anzahl von Heften an, die aus dem gesammelten Altpapier hergestellt werden kann!

Aufgabe 070522:

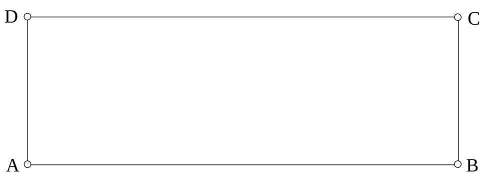
Von einer zweistelligen Zahl z ist bekannt, daß die Einerziffer eine dreimal so große Zahl darstellt wie die Zehnerziffer. Vertauscht man die Ziffern, so entsteht eine Zahl, die um 36 größer als die ursprüngliche ist.

Wie lautet z im Dezimalsystem?

Aufgabe 070523:

Gegeben ist ein Rechteck $ABCD$ (siehe Abb.) mit folgenden Seitenlängen: $\overline{AB} = 6$ cm und $\overline{BC} = 2$ cm.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal das rechtwinklige Dreieck ΔDAD_1, bei dem der Punkt D_1 auf der Seite AB liegt und der Winkel $\sphericalangle D_1DA$ eine Größe von 45° hat!



Aufgabe 070524:

Nachdem der Mathematiklehrer sämtliche 4 Olympiadeaufgaben seiner 36 Schüler korrigiert und ausgewertet hatte, gab er den Mitgliedern seiner Arbeitsgemeinschaft die folgende Tabelle und führte dazu aus:

"Die Anzahl der Schüler, die keine Aufgabe richtig lösten, ist gleich der Anzahl derjenigen, die alle Aufgaben richtig lösten. Die Anzahl derjenigen, die nur 1 Aufgabe richtig bewältigten, ist doppelt so groß wie die Anzahl der Teilnehmer, die alle Aufgaben richtig lösten, und gleich der Anzahl derjenigen, die genau 3 richtige Lösungen abgaben. Die Anzahl der richtigen (s. Spalte III, Zeile f) ist genau dreimal so groß wie die Anzahl der Teilnehmer mit genau 2 richtigen Lösungen und doppelt so groß wie die Anzahl aller Teilnehmer. Mit diesen Angaben seid ihr in der Lage, die Tabelle zu vervollständigen."

	I Anzahl der richtigen Lösungen pro Schüler	II Anzahl der Schüler	III Anzahl der richtigen Lösungen insgesamt
a)	0	...	...
b)	1	...	...
c)	2	...	...
d)	3	...	...
e)	4	...	...
f)	Gesamtzahlen	36	...

8. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 080511:

Auf einer Großbaustelle sind drei Bagger eingesetzt. Bei gleichbleibender Leistung befördern sie in 20 min insgesamt $90\,\mathrm{m}^3$ Erde. Für die Bedienung dieser drei Bagger ist ein Kollektiv von insgesamt sechs Arbeitern notwendig. Wir nehmen an, daß an Stelle dieser drei Bagger sechs Erdarbeiter diese Arbeit verrichten müßten.

Nach wieviel Arbeitstagen würden sie frühestens die $90\,\mathrm{m}^3$ Erde ausgehoben haben, wenn jeder der Erdarbeiter an jedem Arbeitstag durchschnittlich $5\,\mathrm{m}^3$ Erde bewegt?

Aufgabe 080512:

Setze die Vielfachen der Zahl 3 von 3 bis 27 so in die einzelnen Felder des untenstehenden Quadrates ein, daß die Summen jeder Zeile (waagerecht), jeder Spalte (senkrecht) und jeder Diagonale (von links oben nach rechts unten und von rechts oben nach links unten) gleich sind!

Aufgabe 080513:

Annerose bringt aus dem Garten Äpfel und Pflaumen mit. Als sie nach Hause kommt, wird sie von ihrem Bruder Gerd gefragt: "Wieviel Äpfel und wieviel Pflaumen hast du mitgebracht?"

Verschmitzt antwortet Annerose: "Es sind zusammen weniger als 50 Stück, und zwar dreimal so viel Pflaumen wie Äpfel. Wenn Mutter von den mitgebrachten Äpfeln und Pflaumen jedem von uns vier Geschwistern je einen Apfel und je eine Pflaume gibt, bleiben noch viermal so viel Pflaumen wie Äpfel übrig."

Wieviel Äpfel und wieviel Pflaumen hatte sie mitgebracht?

Aufgabe 080514:

Fünf Flächen eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich. Danach wird dieser Würfel in genau 27 Würfel von je 1 cm Kantenlänge zersägt.

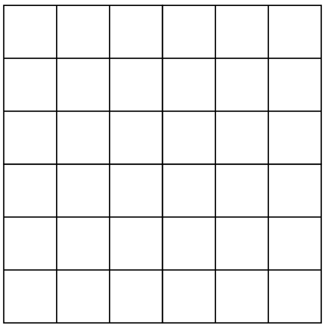
Wieviel dieser kleinen Würfel haben 0; 1; 2; 3 bzw. 4 rot angestrichene Flächen?

Anleitung: Du kannst dir auch zur Veranschaulichung einen Würfel von 3 cm Kantenlänge basteln. Zerlege jede Fläche in Quadratzentimeter!

8. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 080521:



Kreuze 6 der 36 Felder des gegebenen quadratischen Netzes so an, daß in jeder Zeile und in jeder Spalte genau ein angekreuztes Feld und in jeder der Diagonalen höchstens ein angekreuztes Feld liegt!

Aufgabe 080522:

In einem Lagerraum befinden sich dreimal so viel Kilogramm Weizen wie in einem zweiten. Nachdem aus dem ersten 85 000 kg und aus dem zweiten 5 000 kg entnommen wurden, waren die Bestände gleich.

Wieviel Tonnen Weizen befanden sich vor der Entnahme in dem ersten und wieviel in dem zweiten Lagerraum?

Aufgabe 080523:

Heinz fragt Gerd: "Wieviel Jahre bist du alt?" Gerd antwortet: "Meine Schwester ist viermal so alt wie mein Bruder. Ich bin mehr als doppelt, aber weniger als viermal so alt wie meine Schwester. Zusammen sind wir drei Geschwister 17 Jahre alt."

Berechne, wieviel Jahre Gerd alt ist! (Alle Altersangaben sollen in vollen Jahren erfolgen.)

Aufgabe 080524:

Ermittle zwei natürliche Zahlen a und b, die gleichzeitig folgenden beiden Bedingungen genügen:

(1) Die Differenz $a - b$ der beiden natürlichen Zahlen beträgt 3.

(2) Das Produkt dieser beiden natürlichen Zahlen beträgt 180.

9. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 090511:

Gib eine Möglichkeit an, die Ziffern 1; 2; 3; 4 und 5 so in das gegebene quadratische Netz einzutragen, daß in jeder Zeile, jeder Spalte und in jeder der beiden Hauptdiagonalen jede der 5 Ziffern genau einmal vorkommt!

Anmerkung: Es genügt ein Beispiel. Begründungen werden nicht verlangt.

Aufgabe 090512:

In einer Mathematikarbeitsgemeinschaft wurde die folgende Aufgabe aus einem sowjetischen Lehrbuch gestellt:

Wassja kaufte zwei Alben für Briefmarken. Kolja fragte ihn, wieviel er dafür bezahlt habe. "Ich verwendete zur Bezahlung nur Geldstücke einer Sorte", antwortete Wassja, "und zwar für das eine Album genau 7, für das andere genau 5. Für beide Alben bezahlte ich insgesamt 60 Kopeken."

(In der Sowjetunion gibt es 1-, 2-, 3-, 5-, 10-, 15-, 20- und 50-Kopekenstücke und keine anderen Sorten von Kopekenstücken.)

Wieviel Kopeken kostete das eine und wieviel das andere Album?

Aufgabe 090513:

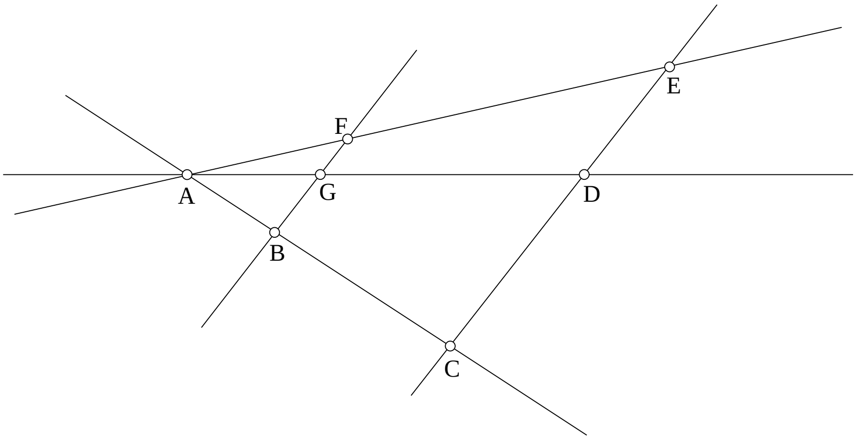
Die Abbildung zeigt genau 7 Punkte A, B, C, D, E, F, G und genau 5 Geraden, von denen eine durch A, B, C, eine durch A, F, E, eine durch A, G, D, eine durch B, G, F und eine durch C, D, E geht. Außerdem gilt $BF \parallel CE$.

Wir wollen sagen $\left\{\begin{matrix}\text{eine Strecke}\\ \text{ein Dreieck}\\ \text{ein Trapez}\end{matrix}\right\}$ "gehört der Zeichnung an", wenn $\left\{\begin{matrix}\text{ihre Endpunkte zwei}\\ \text{seine Eckpunkte drei}\\ \text{seine Eckpunkte vier}\end{matrix}\right\}$ der Punkte A, B, C, D, E, F, G sind und wenn $\left\{\begin{matrix}\text{die Strecke}\\ \text{alle Seiten des Dreiecks}\\ \text{alle Seiten des Trapezes}\end{matrix}\right\}$ schon vollständig gezeichnet in der Abbildung $\left\{\begin{matrix}\text{vorkommt}\\ \text{vorkommen}\\ \text{vorkommen.}\end{matrix}\right\}$

Beispiele: Die Strecke AB, das Dreieck ΔABF "gehören der Zeichnung an". Die Strecke BD "gehört der

Zeichnung” nicht ”an”, auch nicht die Strecke, die den Mittelpunkt von AB mit B verbindet, auch nicht das Dreieck ΔABD.

Gib alle Strecken, Dreiecke und Trapeze an, die ”der Zeichnung angehören”!



Aufgabe 090514:

Im Werkunterricht fertigen Schüler Bauklötze an, die die Form von Quadern besitzen, und zwar sind bei jedem Bauklotz je drei in verschiedenen Richtungen verlaufende Seitenkanten 55 mm, 55 mm und 70 mm lang.

Zur besseren Aufbewahrung werden diese Bauklötze in quaderförmige Baukästen (mit Schiebedeckel) gepackt, deren Innenmaße (in den drei Richtungen der Seitenkanten gemessen) $0,33\,\mathrm{m}$, $2,2\,\mathrm{dm}$ und $21\,\mathrm{cm}$ betragen.

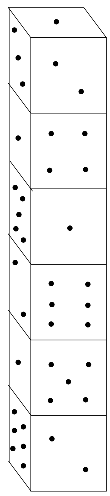
Berechne die größtmögliche Anzahl von Bauklötzen, die in sechs dieser Baukästen eingeschichtet werden können!

9. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 090521:

Auf einem Tisch sind sechs gleichgroße Spielwürfel so übereinandergesetzt, wie es die Abb. zeigt. Auf der obersten Fläche ist die Augenzahl 1 zu sehen.



Ermittle die Summe der Augenzahlen der verdeckten Flächen dieser Würfel!

Beachte dabei, daß die Augenzahl von je zwei gegenüberliegenden Würfelflächen eines jeden Spielwürfels stets 7 beträgt.

Aufgabe 090522:

In einem HO-Bekleidungshaus kauften drei Kunden von dem gleichen Stoff. Der erste kaufte genau 3 m, der zweite genau 5 m und der dritte genau 9 m. Der zweite Kunde bezahlte 30,– M mehr als der erste.

Wieviel Mark hatten die drei Kunden insgesamt für den Stoff zu bezahlen?

Aufgabe 090523:

Gegeben seien drei Strecken mit den Längen a, b und c (siehe Abb.).

Konstruiere eine Strecke mit der Länge $2 \cdot (2a + 3b - c)$!

Bei der Konstruktion darf die Maßeinteilung des Lineals nicht benutzt werden. Eine Konstruktionsbeschreibung ist nicht verlangt.

Aufgabe 090524:

Ermittle alle natürlichen Zahlen z, für die die nachfolgenden Bedingungen gleichzeitig gelten:

(a) z ist ungerade;

(b) z ist durch 3, 5 und 7 teilbar;

(c) $500 < z < 1000$.

10. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 100511:

Die Abbildung 1 zeigt unter a) bis e) von fünf Würfeln je ein Schrägbild.

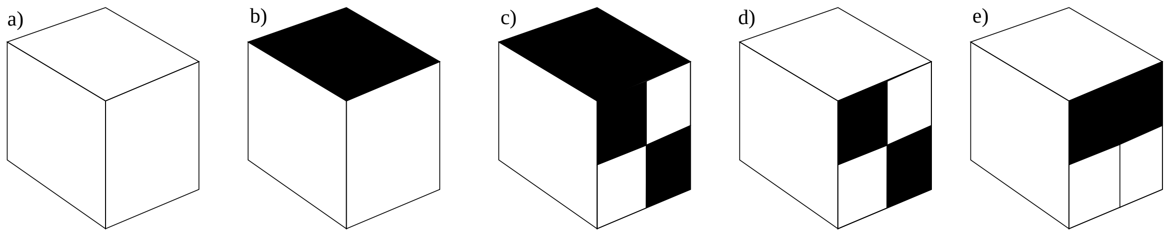


Abbildung 1

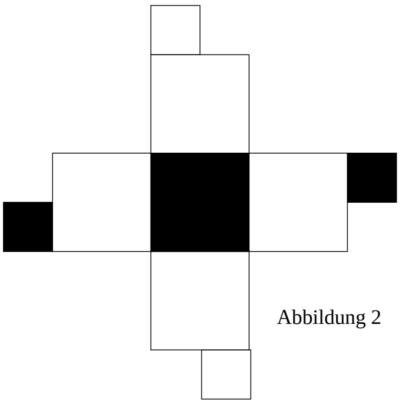


Abbildung 2

Die Abbildung 1a zeigt ein Netz, aus dem genau ein Würfel hergestellt werden kann, wenn die Seite mit den gefärbten Flächen nach außen kommen soll.

Beantworte für jedes der fünf Schrägbilder die Frage, ob es den aus dem abgebildeten Netz (Abbildung 2) hergestellten Würfel darstellen kann oder nicht!

(In den Fällen, in denen die Antwort "Ja" lautet, genügt die Angabe dieser Antwort. In den Fällen, in denen die Antwort "Nein" lautet, ist sie zu begründen.)

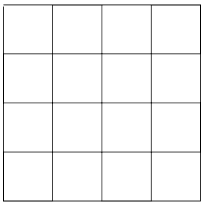
Aufgabe 100512:

In einem alten Buch mit lustigen mathematischen Knobeleien fand Annerose folgenden Vers:

> Eine Zahl hab' ich gewählt,
> 107 zugezählt,
> dann durch 100 dividiert
> und mit 11 multipliziert,
> endlich 15 subtrahiert,
> und zuletzt ist mir geblieben
> als Resultat die Primzahl 7.

Gibt es wenigstens eine Zahl, die den gegebenen Bedingungen genügt? Wenn ja. ermittle alle diese Zahlen!

Aufgabe 100513:



Gib eine Möglichkeit an, die Zahlen 1; 1; 2; 2; 3; 3; 4; 4; 5; 5; 6; 6; 7; 7; 8; 8 so in die Felder des abgebildeten quadratischen Netzes einzutragen, daß als Summe der Zahlen jeder Zeile (waagerecht), jeder Spalte (senkrecht), jeder der beiden Diagonalen (von links oben nach rechts unten und von rechts oben nach links unten) und als Summe der Zahlen in den vier Eckfeldern die Zahl 18 erhalten wird! (Keine Begründung erforderlich)

Aufgabe 100514:

Hans und Günter wollen Briefmarken tauschen. Auf die Frage nach der Anzahl seiner Tauschmarken antwortet Günter:

"Ich habe heute polnische, sowjetische und bulgarische Briefmarken und sonst keine anderen zum Tausch anzubieten. Es sind insgesamt 30 Stück. Die Anzahl der sowjetischen Marken ist größer als die der polnischen, aber kleiner als die der bulgarischen. Die Anzahl der bulgarischen Marken dagegen ist größer als das Vierfache, aber kleiner als das Fünffache der Anzahl meiner sowjetischen Marken."

Gib alle Möglichkeiten an, die folgende Tabelle so auszufüllen, daß diese Bedingungen erfüllt sind!

Anzahl der polnischen Marken	...
Anzahl der sowjetischen Marken	...
Ungleichung zwischen der Anzahl der sowjetischen und der Anzahl der polnischen Marken	...
Ungleichung zwischen der Anzahl der sowjetischen und der Anzahl der bulgarischen Marken	...
Ungleichung zwischen der Anzahl der bulgarischen Marken und dem Vierfachen der Anzahl der sowjetischen Marken	...
Ungleichung zwischen der Anzahl der bulgarischen Marken und dem Fünffachen der Anzahl der sowjetischen Marken	...

10. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

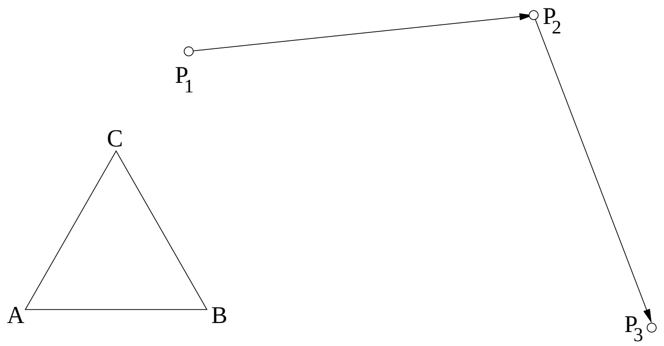
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 100521:

Auf der Abbildung sind ein Dreieck ΔABC und zwei Verschiebungspfeile $\overrightarrow{P_1P_2}$ und $\overrightarrow{P_2P_3}$ abgebildet.

Mit dem Dreieck ΔABC sollen nacheinander die Verschiebungen ausgeführt werden, die durch die Verschiebungspfeile $\overrightarrow{P_1P_2}$ und $\overrightarrow{P_2P_3}$ gegeben sind.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal das dabei entstehende Dreieck $\Delta A_2B_2C_2$! (Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.)



Aufgabe 100522:

Gib sämtliche Lösungen des nachstehenden Kryptogramms (siehe Abb.) an, d.h. ersetze die geometrischen Figuren so durch je eine der Ziffern 0 bis 9, daß zusammen mit den bereits angegebenen Ziffern sämtliche (waagerecht und senkrecht stehenden) Aufgaben richtig gelöst sind. Dabei bedeuten gleiche Figuren gleiche Ziffern.

#@	+	8	=	3§
−		−		−
1%	+	§	=	1§
1@	+	3	=	#%

Aufgabe 100523:

Die Mitglieder einer Arbeitsgemeinschaft "Junge Botaniker" unterstützten ihre Paten-LPG beim Obstbau. Zu diesem Zwecke hielten sie eine 2,6 ha große Obstplantage, auf der je Hektar durchschnittlich 150 Apfelbäume standen, von Schädlingen frei. Danach wurden von jedem Baum durchschnittlich 50 kg Äpfel geerntet. Berechne, wieviel Tonnen Äpfel unter diesen Umständen insgesamt auf der Plantage geerntet wurden!

Aufgabe 100524:

Eine Gruppe Junger Mathematiker führte eine Exkursion durch. Jeder Teilnehmer bezahlte $1,50$ Mark für die Fahrkosten. Bei der Bezahlung des Sammelfahrscheines blieb ein Betrag von $1,10$ Mark übrig.

Hätte jeder Teilnehmer $1,40$ Mark eingezahlt, so hätten $1,10$ Mark an den Kosten des Sammelfahrscheines gefehlt.

Ermittle die Anzahl der Teilnehmer an dieser Exkursion! Wieviel Geld erhielt jeder dieser Teilnehmer zurück, als der zuviel eingezahlte Betrag gleichmäßig unter ihnen verteilt wurde?

11. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 110511:

Bei einem Manöver unserer NVA legte ein Fahrzeug in 9 Teilstrecken eine Gesamtstrecke von 1 780 km zurück. Die erste Teilstrecke betrug 220 km. Die restlichen 8 Teilstrecken waren untereinander gleich lang.

Berechne die Länge einer jeden dieser restlichen 8 Teilstrecken!

Aufgabe 110512:

Rolf behauptet, daß sich eine Additionsaufgabe mit der Summe 1 000 bilden läßt, wobei sämtliche Summanden natürliche Zahlen sind, in deren dekadischer Darstellung ausschließlich die Ziffer 8 auftritt, und zwar insgesamt genau 8 mal.

Stelle fest, ob Rolfs Behauptung richtig ist!

Wenn sie es ist, so gib alle derartigen Additionsaufgaben an und ordne darin die Summanden der Größe nach, beginnend mit dem größten!

Aufgabe 110513:

Zeichne 5 Geraden g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 so, daß sie

a) keinen gemeinsamen Punkt,

b) genau einen Schnittpunkt,

c) genau vier Schnittpunkte,

d) genau fünf Schnittpunkte,

e) genau sechs Schnittpunkte,

f) genau sieben Schnittpunkte,

g) genau acht Schnittpunkte,

h) genau neun Schnittpunkte,

i) genau zehn Schnittpunkte miteinander haben!

Als Lösung gilt eine jeweilige Zeichnung ohne Begründung. Parallele Geraden sind als solche zu kennzeichnen (z. B. $g_1 \parallel g_2$).

Aufgabe 110514:

Es soll das Produkt $21 \cdot 12 \cdot 25$ berechnet werden.

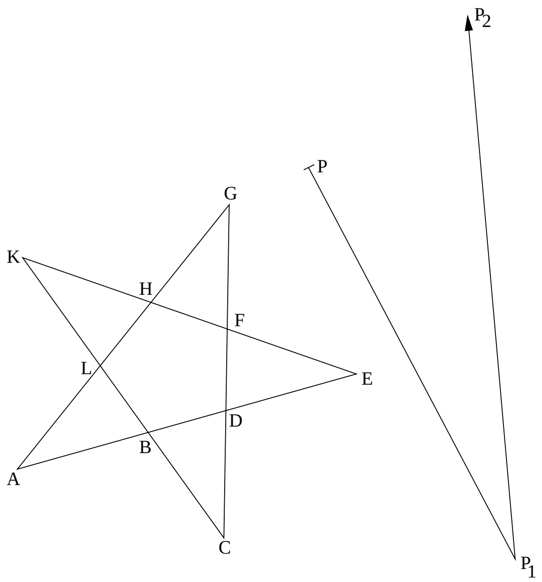
Manfred will diese Aufgabe schriftlich lösen. Annerose sagt: "Mit Hilfe eines Rechenvorteils kann ich die Aufgabe auch im Kopfe rechnen."

Gib an, welchen Rechenvorteil Annerose benutzt haben könnte!

11. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 110521:



Auf der Abbildung sind eine Sternfigur $ABCDEFGHKL$ und zwei Verschiebungspfeile $\overrightarrow{PP_1}$ und $\overrightarrow{P_1P_2}$ abgebildet. Auf die Sternfigur sollen nacheinander die Verschiebungen $\overrightarrow{PP_1}$ und $\overrightarrow{P_1P_2}$ angewendet werden.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck die dabei entstehende Sternfigur $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2K_2L_2$!

Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

Aufgabe 110522:

Bernd hat an Monika insgesamt 21 Mark an Beiträgen abzurechnen. Er hat 8 Zweimarkstücke und 6 Fünfmarkstücke und kein weiteres Geld bei sich. In Monikas Kasse befinden sich genau 20,– Mark, und zwar in Form von 10 Zweimarkstücken. Sie behauptet, daß es unter diesen Umständen 3 verschiedene Möglichkeiten gibt, den angegebenen Betrag abzurechnen.

Dabei sollen keine Möglichkeiten gezählt werden, bei denen ein Geldstück einmal zwischen Bernd und Monika hin- und ein gleichwertiges später wieder zurückgegeben wird. Auch sollen Möglichkeiten, die sich nur in der Reihenfolge unterscheiden, in der Geldstücke gegeben werden, nicht als verschieden gelten. Ebenso soll es nicht darauf ankommen, welches Fünfmark- oder welches Zweimarkstück gegeben wird.

Stelle fest, ob Monikas Behauptung richtig ist.

Anmerkung: Eine Untersuchung, ob diese 3 Möglichkeiten, falls es sie gibt, die einzigen sind, ist nicht erforderlich.

Aufgabe 110523:

Am Wettbewerb der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha" beteiligten sich 1970 von einer Oberschule insgesamt 216 Schüler. Das waren dreimal so viele wie im Jahr 1969. Im Jahr 1969 gab es an derselben

Schule doppelt so viele Teilnehmer am alpha-Wettbewerb wie im Jahr 1968.

Berechne jeweils die Anzahl aller Schüler dieser Oberschule, die am alpha-Wettbewerb der Jahre 1968 und 1969 teilgenommen haben!

Aufgabe 110524:
Ermittle alle diejenigen zweistelligen natürlichen Zahlen z, von denen jede alle folgenden Bedingungen gleichzeitig erfüllt:

(a) Die Zahl z ist nicht durch 10 teilbar.

(b) Subtrahiert man die Einerziffer der Zahl von ihrer Zehnerziffer, so erhält man 4.

(c) Vertauscht man die Ziffern von z miteinander, dann erhält man eine neue zweistellige Zahl z_1, deren Dreifaches kleiner ist als z.

12. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 120511:
Auf einer Geburtstagsfeier stellt Rainer seinen Gästen folgende - schon im Altertum bekannte - Knobelaufgabe:

Eine Schnecke beginnt am Anfang eines Tages vom Erdboden aus eine 10 m hohe Mauer emporzukriechen. In der folgenden Zeit kriecht sie während der ersten 12 Stunden je eines Tages um 5 m höher und gleitet während der restlichen 12 Stunden des gleichen Tages jeweils um 4 m nach unten.

Nach wieviel Stunden hat sie erstmals die gesamte Mauerhöhe erreicht?

Aufgabe 120512:
Heinz, Gerd und Jochen haben sich in einem Zeltlager für Thälmann-Pioniere kennengelernt. Von diesen drei Jungen ist folgendes bekannt:

(1) Mindestens zwei von ihnen spielen Tischtennis, mindestens zwei Fußball.

(2) Einer von ihnen wohnt in Berlin, einer in Leipzig und einer in Rostock. Keiner von ihnen wohnt gleichzeitig in zwei dieser Orte.

(3) Nur Heinz und der Berliner sind Tischtennisspieler.

(4) Nur Gerd und der Leipziger sind Fußballspieler.

(5) Jochen, der Handball spielt, ist älter als der Leipziger.

(6) Keiner der Tischtennisspieler spielt auch Handball.

(7) Der Handballspieler ist nicht der älteste der drei Jungen.

Gib von jedem der drei Jungen an, wo er wohnt und welche der drei Sportarten er betreibt! Wer ist der älteste und wer der jüngste der drei Jungen?

Aufgabe 120513:
Von einem Bahnhof wurden mit zwei LKW Kartoffeln abtransportiert, und zwar insgesamt 170 t. Der erste LKW, der bei jeder Fahrt mit 4 t Kartoffeln beladen wurde, führte insgesamt 20 Fahrten aus.

Wieviel Fahrten führte der zweite LKW insgesamt aus, wenn er bei jeder Fahrt mit 5 t der Kartoffeln beladen wurde, die der erste LKW nicht abtransportiert hatte?

Aufgabe 120514:
Erklärung: Mit der Schreibweise einer "fortlaufenden Ungleichung" $a < b < c < d$ drückt man aus, daß die drei Ungleichungen $a < b$, $b < c$ und $c < d$ gelten. Es gelten dann auch die Ungleichungen $a < c$, $a < d$ und

$b < d$.

Aufgabe:

Es seien w, x, y, z vier natürliche Zahlen, für die folgende Ungleichungen gelten:

(1) $z > x$

(2) $z < w$

(3) $w > x$

(4) $x < y$

(5) $y > w$

(6) $z < y$

Stelle fest, ob sich alle diese Ungleichungen in Form einer fortlaufenden Ungleichung schreiben lassen!

12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 120521:

In der folgenden Aufgabe ist jedes Sternchen (*) so durch eine der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zu ersetzen, daß eine richtig gelöste Multiplikationsaufgabe entsteht. Dabei muß jede Zeile mit einer von 0 verschiedenen Ziffer beginnen.

$$\begin{array}{cccccc}
4 & * & * & \cdot & 3 & * & * \\
\hline
 & * & * & * & 5 & & \\
 & & 3 & * & * & * & \\
 & & & & 8 & * & * \\
\hline
 & * & * & * & * & 3 & *
\end{array}$$

Als Ergebnis wird nur eine richtig ergänzte Aufgabe ohne Begründung verlangt.

Aufgabe 120522:

Eine Oberschule führte für alle Schulklassen ein Schulsportfest durch. Nach dem Sportfest behauptete Gerald, es hätte insgesamt 325 Teilnehmer gegeben.

Günter, der wußte, daß die Anzahl der an dem Sportfest teilnehmenden Mädchen um genau 24 größer war als die der teilnehmenden Jungen, meinte, Geralds Behauptung sei falsch.

Weise nach, daß Günters Meinung richtig ist!

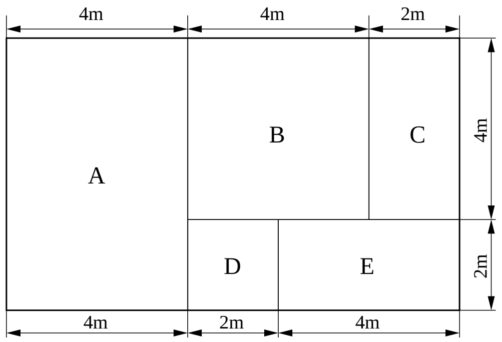
Aufgabe 120523:

In einem Kasten befinden sich insgesamt 100 gleichgroße Kugeln, nämlich 28 rote, 28 blaue, 26 schwarze, 16 weiße und 2 grüne.

Ulrike soll aus diesem Kasten im Dunkeln (also ohne bei irgendeiner der herausgenommenen Kugeln die Farbe erkennen zu können) eine Anzahl von Kugeln herausnehmen. Diese Anzahl soll sie so wählen, daß unter den herausgenommenen Kugeln mindestens 9 die gleiche Farbe haben müssen.

Welches ist die kleinste Kugelanzahl, die Ulrike wählen kann, um diese Aufgabe zu erfüllen?

Aufgabe 120524:



Die Abbildung stellt den Grundriß einer Wohnung mit den Räumen A, B, C, D, E dar.

a) Zeichne den Grundriß dieser Wohnung im Maßstab 1:100!

b) Die Fußböden der Räume A und B sollen gestrichen, die der Räume C, D und E mit einem Fußbodenbelag ausgelegt werden.

Ermittle den Flächeninhalt der Fußböden der einzelnen Räume und gib die Anzahl der zu streichenden und die der auszulegenden Quadratmeter an!

13. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 130511:

a) Ermittle die größte Anzahl von Schnittpunkten, die 6 voneinander verschiedene gleichgroße Kreise insgesamt miteinander haben können! Dabei sind als Schnittpunkte jeweils die Schnittpunkte zweier Kreise zu verstehen.

b) Zeichne ein Beispiel, bei dem 6 Kreise die unter a) ermittelte größte Anzahl von Schnittpunkten miteinander haben und die Kreismittelpunkte überdies alle auf einer und derselben Geraden liegen! Wähle als Radius $r = 3$ cm und numeriere die Schnittpunkte.

Aufgabe 130512:

Karl soll einen Würfel der Kantenlänge 4 cm aus Knetmasse, ohne ihn zu verformen, so zerteilen, daß am Ende nur Würfel von je 1 cm Kantenlüge entstehen.

a) Ermittle die Anzahl der Würfel (der geforderten Art), die auf diese Weise entstehen!

b) Stelle fest, wieviel Schnitte Karl dabei insgesamt ausführen muß, wenn ein Schnitt niemals mehr als einen der vorher vorhandenen Körper zerteilen darf, d.h. wenn das Schneiden "im Paket" nicht gestattet ist!

Aufgabe 130513:

Das Dreifache der Summe der Zahlen 38 947 und 12 711 soll durch das Sechsfache der Differenz der Zahlen 9 127 und 8 004 dividiert werden. Wie lautet der Quotient?

Aufgabe 130514:

Aus einer Schulklasse arbeiten einige Thälmann-Pioniere im Klub der internationalen Freundschaft mit. Auf die Frage, wer von ihnen im Dolmetscherbüro dieses Klubs mitarbeitet, melden sich 7. Dann wird gefragt, wer im Länderzirkel des Klubs mitarbeitet; hierauf melden sich 6. Ebenso wird festgestellt, daß 5 der Pioniere im Zirkel junger Korrespondenten des Klubs tätig sind. Andere als diese 3 Zirkel gibt es in diesem Klub nicht.

Als Nächstes wird die Frage gestellt, wer gleichzeitig mindestens im Dolmetscherbüro und im Länderzirkel mitarbeitet; diesmal melden sich 4 der Pioniere. Ebenso ermittelt man, daß 3 von ihnen gleichzeitig mindestens im Dolmetscherbüro und im Zirkel junger Korrespondenten tätig sind und 2 von den Pionieren gleichzeitig mindestens zum Länderzirkel und zum Zirkel junger Korrespondenten gehören. Genau einer der Pioniere der genannten Schulklasse gehört allen drei Zirkeln an.

Ermittle die Anzahl aller derjenigen Pioniere dieser Klasse, die im Klub der internationalen Freundschaft mitarbeiten! (Sämtliche Zahlenangaben gelten als genau)

13. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 130521:

Eine Fischereigenossenschaft hatte an einem Tage nur Hechte, Barsche und Plötzen gefangen. Davon waren insgesamt 125 Plötzen. Ferner waren es doppelt soviel Barsche wie Hechte; die Anzahl der Hechte betrug ein Fünftel der Anzahl der Plötzen.

Stelle fest, wieviel Fische die Fischereigenossenschaft an diesem Tage insgesamt gefangen hatte!

Aufgabe 130522:

Zeichne zwei Geraden g_1 und g_2, die einander in einem Punkte S schneiden! Wähle einen Punkt T, der auf keiner der beiden Geraden liegt! Konstruiere die bei der Verschiebung ST entstehenden Bilder g_1' und g_2' der beiden Geraden!

Aufgabe 130523:

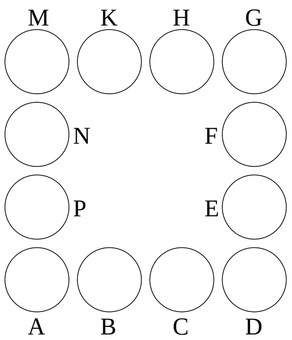


Abb. A 523

In die 12 Felder A, B, C, D, E, F, G, H, K, M, N, P der nebenstehenden Figur (Abb. A 523) sollen die natürlichen Zahlen von 1 bis 12, jede genau in eines der Felder, so eingetragen werden, daß die Summe der in den Feldern A, B, C, D stehenden Zahlen 22 beträgt, ebenso die Summe der in den Feldern D, E, F, G stehenden Zahlen, gleichfalls die Summe der in den Feldern G, H, K, M stehenden Zahlen und auch die Summe der in den Feldern M, N, P, A stehenden Zahlen.

a) Gib eine derartige Eintragung von Zahlen an!

b) Untersuche, welche Zahlen bei jeder derartigen Eintragung in den Feldern A, D, G und M stehen!

Aufgabe 130524:

Im Centrum-Warenhaus sind zu Dekorationszwecken gleichgroße Konservenbüchsen zu einer "Pyramide" aufgeschichtet worden. In jeder Schicht sind die Büchsen so "im Dreieck" angeordnet, wie Abb. A 524 zeigt. Die dort mit k bezeichnete Anzahl der Büchsen längs einer jeden "Seitenkante des Dreiecks" beträgt für die unterste Schicht 9. In jeder weiteren Schicht ist die entsprechende Anzahl k um 1 kleiner als in der unmittelbar darunterliegenden Schicht. Die oberste Schicht besteht aus einer Büchse.

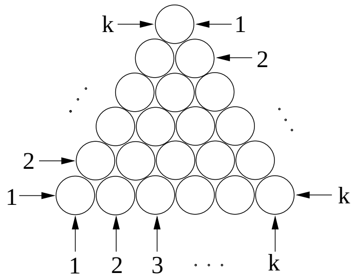


Abb. A 524

Ermittle die Anzahl aller in der "Pyramide" enthaltenen Büchsen!

14. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 140511:

Ermittle die natürlichen Zahlen a, b, c, d, e, von denen folgendes bekannt ist:

(1) a ist die Hälfte von b.

(2) b ist die Summe von c und d.

(3) c ist die Differenz von d und e.

(4) d ist das Dreifache von e.

(5) e ist der vierte Teil von 56.

Aufgabe 140512:

Ein Quader von der Länge $a = 1,50$ m, der Breite b und der Höhe c hat eine Grundfläche von $12\,600\,\mathrm{cm}^2$ und ein Volumen von $1\,323\,\mathrm{dm}^3$.

Ermittle b und c (in Zentimetern)!

Aufgabe 140513:

Die Schüler Lutz, Dora, Erich, Nina, Bernd und Manja beteiligten sich an der Kreisolympiade Junger Mathematiker. Dabei erzielte Bernd mehr Punkte als Erich, Lutz bekam zwar mehr Punkte als Dora, aber weniger als Erich. Nina erhielt eine kleinere Punktzahl als Dora. Manjas Punktzahl war größer als die Punktzahl Bernds.

Ermittle die Reihenfolge der Punktzahlen der genannten Schüler; schreibe sie mit der größten beginnend auf!

Aufgabe 140514:

Einige Schüler einer Klasse 5 trugen ein Schachturnier aus. Jeder Teilnehmer spielte gegen jeden anderen genau 2 Partien. Insgesamt wurden an 24 Tagen je 3 Partien ausgetragen.

Ermittle die Anzahl der Teilnehmer an diesem Turnier!

14. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

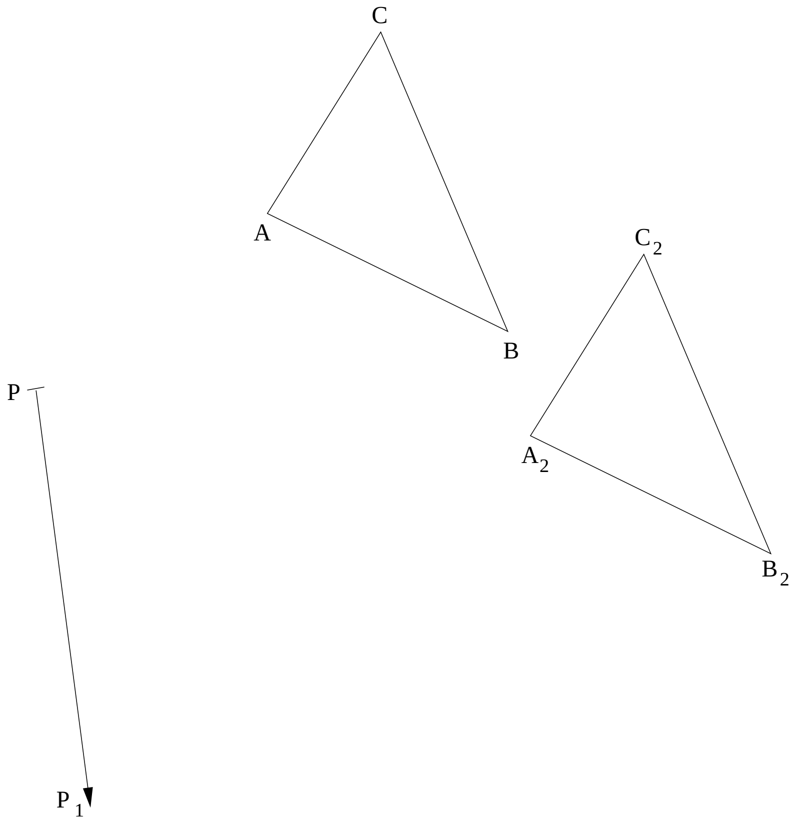
Aufgabe 140521:

Auf dem beiliegenden Arbeitsblatt sind ein Dreieck ABC, ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$ sowie ein Dreieck $A_2B_2C_2$ abgebildet.

Das Dreieck $A_2B_2C_2$ ist dadurch entstanden, daß auf das Dreieck ABC zuerst die Verschiebung $\overrightarrow{PP_1}$, und dann eine zweite Verschiebung angewendet wurde.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck denjenigen Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_2}$, der diese zweite Verschiebung angibt!

Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.



Aufgabe 140522:

Anita und Peter sollten für ihre Gruppe aus dem Konsum 7 Flaschen Selterswasser holen. Sie hatten eine Geldsumme bei sich, die genau hierfür gereicht hätte. Sie konnten aber nur Brause bekommen, von der jede Flasche 15 Pfennige mehr kostete als eine Flasche Selterswasser. Für ihr gesamtes Geld erhielten sie nunmehr 4 Flaschen Brause.

Ermittle den Preis für eine Flasche Selterswasser und den Preis für eine Flasche Brause. Wieviel kosteten die 4 Flaschen Brause?

Aufgabe 140523:

Uwe fuhr mit einem Sonderzug ins Ferienlager. Als der Zug genau die Hälfte seiner Reisestrecke zurückgelegt hatte, schlief Uwe ein und erwachte erst, als der Zug noch eine Strecke von genau 25 km bis zum Reiseziel zurückzulegen hatte. Diese Strecke war halb so lang wie die Strecke, die der Zug zurückgelegt hatte, während Uwe schlief.

Wieviel Kilometer betrug Uwes Reisestrecke?

Aufgabe 140524:

Schülerinnen und Schüler einer Klasse 5 trugen ein 14tägiges Schachturnier aus. Dabei wurden an jedem der 14 Tage genau 6 Spiele ausgetragen. Die Anzahl der teilnehmenden Jungen war größer als die der teilnehmenden Mädchen. Jedes Mädchen spielte gegen jedes andere Mädchen und jeder Junge gegen jeden anderen Jungen genau zweimal. Keines der Mädchen spielte gegen einen Jungen.

Ermittle die Anzahl der Mädchen und die der Jungen, die an diesem Turnier teilnahmen!

15. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 150511:

Im Jahre 1974 erzielten 187 Schiffe der DDR-Handelsflotte eine Transportleistung von insgesamt 10 800 000 t.

Berechne zur Veranschaulichung dieser Leistung, welche Länge ein Güterzug bei gleicher Transportleistung haben müßte! Dabei sei angenommen, daß dieser Zug aus Güterwagen mit einer Tragfähigkeit von je 25 t besteht und daß jeder dieser Wagen (einschließlich der Koppelvorrichtung) eine Länge von 12 m besitzt.

Wieviel Güterzüge zu je 60 dieser Güterwagen hätten 1974 täglich fahren müssen, um die gleiche Transportleistung zu erzielen (das Jahr sei zu 360 Tagen gerechnet)?

Aufgabe 150512:

Ermittle alle positiven geraden Zahlen u, p, g, die folgende Ungleichungen erfüllen:

a) $42 > 5u > 19$

b) $11 < (3p + 3) < 22$

c) $23 > (3g - 3) \geq 3$, und für die $(3g - 3)$ eine natürliche Zahl ist!

Gib die Lösungsmenge so an, daß die geraden Zahlen, die jeweils die betreffende Ungleichheit erfüllen, der Größe nach geordnet sind! Beginne stets mit der kleinsten!

Aufgabe 150513:

Eine Gruppe von Pionieren unternahm eine Radwanderung. Sie starteten innerhalb eines Ortes und erreichten nach 800 m Fahrt den Ortsausgang. Nachdem sie danach das Fünffache dieser Strecke zurückgelegt hatten, rasteten sie. Nach weiteren 14 km machten sie Mittagspause. Die Reststrecke bis zu ihrem Fahrtziel betrug $2,5$ km weniger als die bisher zurückgelegte Strecke.

Ermittle die Gesamtlänge der Strecke vom Start bis zum Ziel!

Aufgabe 150514:

An einem Waldlauf beteiligten sich insgesamt 81 Personen. Von den teilnehmenden Erwachsenen (18 Jahre oder älter) war die Anzahl der Männer doppelt so groß wie die der Frauen. Die Anzahl der teilnehmenden Kinder und Jugendlichen (unter 18 Jahren) betrug die Hälfte der Anzahl der teilnehmenden Erwachsenen. Dabei waren es halb soviel Kinder (unter 16 Jahren) wie Jugendliche (16 Jahre oder älter, aber unter 18 Jahre).

Gib die Anzahlen der teilnehmenden erwachsenen Männer, Frauen sowie der teilnehmenden Kinder und Jugendlichen an!

15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 150521:

Die Werktätigen des Flachglaskombinates Torgau beschlossen, im Jahre 1975 als Beitrag zum Wohnungsbauprogramm 135 000 m^2 Flachglas über den Plan hinaus zu produzieren. Diese Glasmenge reicht für 4 500 Neubauwohnungen eines bestimmten Typs aus.

Ermittle den Bedarf an Flachglas (in Quadratmetern), der nach diesen Angaben für 1 000 Neubauwohnungen dieses Typs zugrunde gelegt wurde.

Aufgabe 150522:

Bei den folgenden fünf Gleichungen sind für die Buchstaben x, y, z, u, v natürliche Zahlen so einzusetzen, daß wahre Aussagen entstehen. Dabei bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Zahlen.

(1) $x = y : 40$,

(2) $z = 4 \cdot u$,

(3) $u = 280 : 7$,

(4) $160 = v + 40$,

(5) $y = z + v$.

Aufgabe 150523:

Als eine Pioniergruppe über ihre in den letzten Jahren durchgeführten Ferienreisen berichtete, stellte sich folgendes heraus:

(1) Genau 13 Mitglieder dieser Gruppe waren schon einmal an der Ostsee.

(2) Genau 15 Pioniere waren schon einmal im Harz.

(3) Genau 6 Pioniere waren schon einmal sowohl an der Ostsee als auch im Harz.

(4) Genau 4 Pioniere waren bisher weder an der Ostsee noch im Harz.

Ermittle die Anzahl aller Pioniere, die dieser Gruppe angehören!

Aufgabe 150524:

Gegeben sei eine Gerade g und auf ihr ein Punkt A.

Konstruiere auf dieser Geraden g vier weitere Punkte B, C, D, E, die in dieser Reihenfolge auf derselben von A ausgehenden Halbgeraden liegen und für die folgendes zutrifft:

(1) Die Strecke AB ist $2,5$ cm lang.

(2) Die Strecke BC ist um $0,3$ dm länger als die Strecke AB.

(3) Die Strecke CE ist genauso lang wie die Summe der Strecken AB und BC.

(4) Die Strecke DE ist um 50 mm kürzer als die Strecke CE.

Beschreibe die Konstruktion, und ermittle die Länge der Strecke AD (in cm)!

16. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 160511:
In einer Mathematik-Arbeitsgemeinschaft stellt Monika den Teilnehmern folgende Aufgabe:

"Jeder der Buchstaben A, L, P, H bedeutet eine einstellige natürliche Zahl. Dabei gilt:

(1) Die Zahl H ist doppelt so groß wie die Zahl P.

(2) Die Zahl A ist gleich der Summe aus der Zahl P und dem Doppelten der Zahl H.

(3) Die Zahl L ist gleich der Summe der Zahlen A, P und H.

Schreibt man die Zahlen $ALPHA$ in dieser Reihenfolge hintereinander, dann erhält man die (fünfstellige) Leserzahl der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha".

Wie groß ist diese Leserzahl?"

Aufgabe 160512:
Auf einer Geraden g sollen fünf Punkte A, B, C, D, E in dieser Reihenfolge angeordnet sein und folgende Bedingungen erfüllen:

(1) Die Strecke AE hat die Länge $\overline{AE} = 18$ cm.

(2) Die Strecke AD ist 2 cm kürzer als die Strecke AE.

(3) Die Strecke CD hat die Länge $\overline{CD} = 5$ cm.

(4) Die Strecke AB ist 3 cm länger als die Strecke CE.

a) Konstruiere fünf derartige Punkte A, B, C, D, E!

b) Ermittle die Längen der Strecken AD, AB, BC!

Als Lösung genügt:

a) eine Konstruktion ohne Beschreibung und

b) die Ermittlung der Streckenlängen $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ aus den Bedingungen (1) bis (4).

Aufgabe 160513:
Um zu ermitteln, welchen Durchschnittswert die Masse eines Maiskolbens von einem Versuchsfeld hat, hatten Schüler einer Mathematik-Arbeitsgemeinschaft sechs Kolben ausgewählt und gewogen.

Der größte Kolben hatte eine Masse von 850 g, drei Kolben hatten eine Masse von je 640 g, zwei Kolben von je 460 g.

Wieviel Gramm betrug hiernach die durchschnittliche Masse eines dieser sechs Maiskolben?

Aufgabe 160514:

Ein rechteckiger Spielplatz wird eingezäunt. Die Gesamtlänge des Zaunes beträgt 390 m; die langen Seiten des Rechtecks sind doppelt so lang wie die kurzen.

a) Ermittle die Seitenlängen des Spielplatzes!

b) Zeichne den Spielplatz (Konstruktion des Rechtecks) im Maßstab 1 : 1000!

16. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 160521:

$$\begin{array}{ccccc} A & \cdot & A & = & B \\ + & & \cdot & & - \\ C & \cdot & D & = & E \\ \hline F & - & G & = & H \end{array}$$

In das obenstehende Kryptogramm sind für die Buchstaben Ziffern (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) so einzutragen, daß für gleiche Buchstaben gleiche Ziffern stehen und daß alle angegebenen Rechenaufgaben richtig gerechnet sind.

Stelle fest, ob es eine solche Eintragung gibt, ob sie die einzige ist und wie sie in diesem Falle lautet!

Aufgabe 160522:

Zwei Junge Pioniere legten in ihrem Ruderboot stromabwärts in 10 Minuten eine Strecke zurück, deren Länge insgesamt 1 km und 200 m betrug.

Wieviel Zeit brauchten sie, um dieselbe Strecke gegen den Strom zurückzurudern, wenn sie dabei durchschnittlich in jeder Minute 40 m weniger zurücklegten als auf der Hinfahrt?

Aufgabe 160523:

Zeichne ein Quadrat $ABCD$ mit $\overline{AB} = 4$ cm! Zeichne dann einen Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PQ}$, der 5 cm lang ist und parallel zur Geraden durch A und C in Richtung von A nach C verläuft!

Konstruiere das Bild $A'B'C'D'$ des Quadrates $ABCD$ bei der Verschiebung $\overrightarrow{PQ}$!

Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

Aufgabe 160524:

Jeder Schüler braucht im Jahr 15 Hefte. Aus 1 Tonne Papier können 25 000 Hefte hergestellt werden.

Wieviele Schüler insgesamt kann man unter diesen Umständen aus 3 Tonnen Papier für ein Jahr mit Heften versorgen?

17. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 170511:

Die Oberschule "Wilhelm Pieck" hat genau 314 Jungen und genau 322 Mädchen als Schüler. Ein Sechstel von ihnen gehört der FDJ an, alle anderen sind Mitglieder der Pionierorganisation "Ernst Thälmann".

Ermittle die Anzahl der FDJler unter diesen Schülern und die Anzahl der Pioniere unter ihnen!

Aufgabe 170512:

Von drei Pionieren, die sich in einem Rätelager treffen, ist folgendes bekannt:

(1) Ihre Vornamen sind Frank, Gerd und Harald.

(2) Ihre Familiennamen lauten Schulze, Müller und Krause.

(3) Frank heißt mit Familiennamen nicht Krause.

(4) Der Vater von Gerd ist Offizier der NVA.

(5) Gerd besucht die 6. Klasse, der Pionier mit dem Familiennamen Krause geht in die 7. Klasse.

(6) Der Vater des Pioniers mit dem Familiennamen Schulze arbeitet als Dreher.

Wie heißen diese drei Pioniere mit Vor- und Zunamen?

Aufgabe 170513:

Fritz möchte eine Subtraktionsaufgabe aufschreiben, bei der die Differenz zweier natürlicher Zahlen zu bilden ist. Als Ergebnis soll eine dreistellige Zahl entstehen, deren drei Ziffern alle einander gleich sind.

Der Minuend soll eine Zahl sein, die auf Null endet. Streicht man diese Null, so soll sich der Subtrahend ergeben.

Gib alle Subtraktionsaufgaben an, für die das zutrifft!

Aufgabe 170514:

Eine Strecke von 240 m ist so in vier Teilstrecken geteilt, daß folgendes gilt:

(1) Die erste Teilstrecke ist doppelt so lang wie die zweite Teilstrecke.

(2) Die zweite Teilstrecke ist so lang wie die Summe der Längen der dritten und vierten Teilstrecke.

(3) Die dritte Teilstrecke ist ein Fünftel der Gesamtstrecke.

Ermittle die Längen der einzelnen Teilstrecken!

17. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 170521:

Im Schulgarten steckten Schüler auf einem $8\,\mathrm{m}^2$ großen Beet als Saatgut Erbsen, und zwar ebenso dicht, wie dies auf großen Flächen üblich ist. Der Ernteertrag dieses Beetes betrug das Fünfzehnfache des Saatgutes.

Wieviel kg Erbsen ernteten die Schüler von diesem Beet, wenn für eine 1 ha große Fläche 2 dt Erbsen als Saatgut üblich sind?

Aufgabe 170522:

Auf drei Bäumen sitzen insgesamt 56 Vögel. Nachdem vom ersten Baum 7 auf den zweiten und vom zweiten 5 Vögel auf den dritten Baum geflogen waren, saßen nun auf dem zweiten Baum doppelt so viel Vögel wie auf dem ersten und auf dem dritten doppelt so viel Vögel wie auf dem zweiten Baum.

Berechne, wieviel Vögel ursprünglich auf jedem der Bäume saßen!

Aufgabe 170523:

Eine Fläche von $1710\,\mathrm{m}^2$ ist in 9 Parzellen eingeteilt. Jede der Parzellen hat entweder die Größe $150\,\mathrm{m}^2$ oder die Größe $210\,\mathrm{m}^2$.

Wieviel Parzellen jeder dieser Größe gibt es insgesamt auf der genannten Fläche?

Aufgabe 170524:

Drei vorgegebene Strecken $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ und drei Strecken gesuchter Längen a, b, c sollen die folgenden Eigenschaften haben:

$$\overline{AB} = a + b = 5,6\ \mathrm{cm};$$

$$\overline{CD} = a - b = 1,8\ \mathrm{cm};$$

$$\overline{EF} = b + c = 6,2\ \mathrm{cm}.$$

Zeichne drei derartige Strecken $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, und ermittle aus ihnen durch eine Konstruktion (nur mit Zirkel und Lineal) die gesuchten Längen a, b und c!

Begründe, warum deine Konstruktion die gesuchten Längen a, b, c ergibt, wenn sie die geforderten Eigenschaften haben!

18. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 180511:

Gerda, Peter und Renate sehen auf dem Tisch einen Teller mit Haselnüssen stehen. Sie wissen nicht, wieviel Nüsse es sind.

Gerda meint: "Wenn man fünfmal nacheinander 19 Nüsse vom Teller wegnimmt, bleiben noch mehr als 5 Nüsse auf dem Teller zurück." Renate meint: "Wollte man aber fünfmal nacheinander 20 Nüsse von dem Teller wegnehmen, so würden die Nüsse dafür nicht ausreichen." Peter sagt: "Eine von euch beiden hat bestimmt recht."

Nach dem Auszählen wurde festgestellt, daß Peter sich geirrt hatte. Wieviel Nüsse lagen insgesamt auf dem Teller?

Aufgabe 180512:

Marie-Luise hat einen außen rot angestrichenen Würfel aus naturfarbenem Holz. Der Würfel hat 3 cm Kantenlänge. Marie-Luise denkt sich diesen Würfel in kleine Würfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt.

a) Wie viele derartige kleine Würfel würden aus dem roten Würfel insgesamt entstehen?

b) Wie viele von den kleinen Würfeln hätten drei rot angestrichene Seitenflächen,

c) zwei rot angestrichene Seitenflächen,

d) eine rot angestrichene Seitenfläche,

e) keine rot angestrichene Seitenfläche?

Als Lösung genügt die Angabe der in a) bis e) erfragten Anzahlen. Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 180513:

	31		
	26	20	
			8

In die freien Felder des abgebildeten Rechtecks sind Zahlen so einzutragen, daß sie von links nach rechts gelesen und von oben nach unten gelesen immer kleiner werden und daß für jede Zeile und jede Spalte gilt: Alle Differenzen, die man in einer Zeile bzw. Spalte zwischen zwei unmittelbar neben- bzw. untereinanderstehenden Zahlen bilden kann, sind für diese Zeile bzw. Spalte gleich.

Gib ferner für jede Zeile und jede Spalte diese Differenz an!

Der Lösungsweg ist zu beschreiben.

Aufgabe 180514:

Auf einem Parkplatz stehen insgesamt 60 Personenkraftwagen der Typen "Trabant", "Wartburg", "Skoda" und "Wolga". Die Anzahl der Wagen vom Typ "Trabant" ist doppelt so groß wie die Anzahl der Wagen der drei anderen Typen zusammengenommen. Außerdem gilt: Es stehen dreimal soviel Wagen vom Typ "Wartburg" wie von den Typen "Skoda" und "Wolga" zusammen auf dem Parkplatz und drei Wagen mehr vom Typ "Skoda" als vom Typ "Wolga".

Wieviel PKW jeden Typs stehen auf diesem Parkplatz?

18. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 180521:

Die Gleise der BAM werden nach ihrer Fertigstellung eine Gesamtlänge von 3 200 km haben. Je 1 m Gleis entsprechen 2 m Schiene.

Wieviel Tonnen Stahl werden für die Schienen der BAM insgesamt benötigt, wenn man für je 1 m Schiene 65 kg Stahl braucht?

Aufgabe 180522:

Marie-Luise möchte eine zweistellige natürliche Zahl z angeben, die die folgenden Bedingungen (1), (2), (3) gleichzeitig erfüllt:

(1) Die Zahl z ist nicht durch 10 teilbar.

(2) Vergrößert man die Einerziffer der Zahl z um 4, so erhält man die Zehnerziffer von z.

(3) Vertauscht man die Ziffern von z miteinander, dann erhält man eine Zahl, deren Dreifaches kleiner als 100 ist.

Ermittle alle Zahlen z, die die genannten Bedingungen erfüllen!

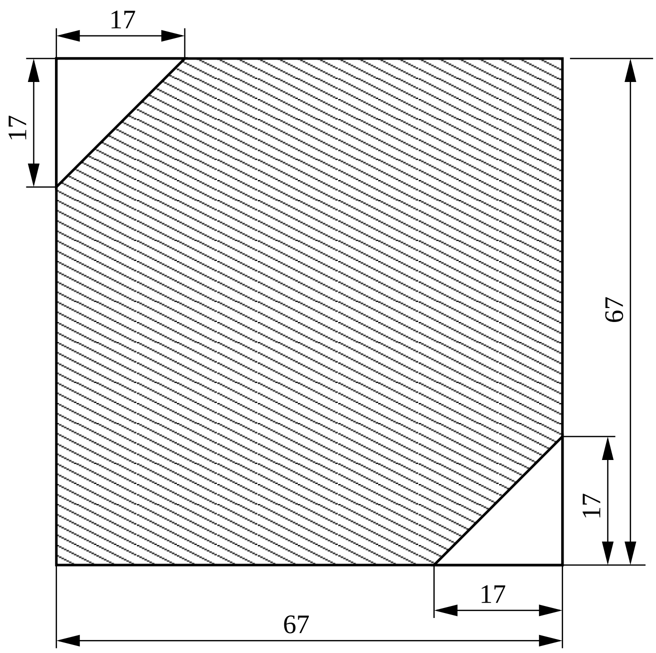
Aufgabe 180523:

Vier Kooperative Abteilungen Pflanzenproduktion (KAP), die mit A, B, C und D bezeichnet sein sollen, besitzen zusammen 92 Traktoren. Wenn B zur besseren Nutzung drei ihrer Traktoren an A und vier ihrer Traktoren an D weitergibt, dann verfügen alle vier KAP über die gleiche Anzahl von Traktoren.

Wie viele Traktoren besaß ursprünglich jede der vier KAP?

Aufgabe 180524:

Die abgebildete schraffierte Fläche entsteht, indem von einer quadratischen Fläche zwei (gleichgroße) dreieckige Flächen abgeschnitten werden.



Aus den in der Abbildung angegebenen Maßen (in mm) ist der Flächeninhalt der schraffierten Fläche (in cm^2) zu berechnen.

19. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 190511:
(Eine historische Aufgabe, 2000 Jahre v.d.Z.)

In einem Käfig sind Kaninchen und Fasane eingesperrt. Diese Tiere haben zusammen 40 Köpfe und 104 Füße.

Nenne die Anzahl aller Kaninchen und die Anzahl aller Fasane, die in dem Käfig sind!

Aufgabe 190512:

In die sieben leeren Felder des folgenden Bildes sind Zahlen derart einzutragen, daß alle vier waagerechten und alle vier senkrechten Aufgaben richtig gerechnet sind.

Eine Begründung wird nicht verlangt.

4	+	$\square$	−	$\square$	=	2
+		−		+		+
$\square$	−	2	+	0	=	$\square$
−		+		−		−
$\square$	+	$\square$	−	6	=	6
=		=		=		=
1	+	5	−	$\square$	=	3

Aufgabe 190513:
Kurt, Peter und Konrad sind jeweils in genau einer der drei Arbeitsgemeinschaften "Mathematik", "Biologie", "Zeichnen". Ferner ist bekannt:

(1) Peter geht häufiger zum Schwimmen als der Junge aus der AG "Mathematik".

(2) Der Junge aus der AG "Mathematik" und Konrad haben nicht gleich viele Urkunden bei einem Sportwettkampf erhalten.

(3) Peter geht in eine niedrigere Klasse als der Junge aus der AG "Biologie".

Welcher der drei Jungen besucht die AG "Mathematik", welcher die AG "Biologie" und welcher die AG "Zeichnen"?

Aufgabe 190514:
Wie viele Streichhölzer würden sich insgesamt in einem hohlen Würfel unterbringen lassen, dessen Kantenlänge, innen im Hohlraum gemessen, 1 m beträgt?

Wir wollen dabei annehmen, daß jedes Streichholz genau 5 cm lang, 2 mm breit und 2 mm hoch ist. Die Verdickung am Streichholzkopf und andere Unregelmäßigkeiten sollen bei dieser Aufgabe nicht berücksichtigt werden.

19. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 190521:

In einer Konsumverkaufsstelle werden genau vier verschiedene Waschpulversorten A, B, C und D angeboten. Insgesamt sind 900 Pakete Waschpulver im Lager der Verkaufstelle vorhanden; jedes Paket hat 250 g Inhalt. Ein Drittel des gesamten Lagerbestandes an Waschpulver ist von der Sorte A. Ein Viertel des übrigen Bestandes ist von der Sorte B. Von der Sorte C sind ebenso viele Pakete im Lager wie von der Sorte D.

a) Wieviel Pakete beträgt für jede einzelne der vier Sorten der Lagerbestand?

b) Wieviel Kilogramm Waschpulver sind insgesamt in den Paketen enthalten?

Aufgabe 190522:

In einem Bericht eines Schülers über einen 60 m-Lauf war zu lesen:

"Es war ein spannender Lauf unserer Mädchen. Astrid zog an Doris vorbei und konnte dann ihren Vorsprung bis ins Ziel behaupten. Auf den letzten Metern gelang es sogar noch Beate, Doris zu überholen. Das war zwar eine anerkennenswerte Leistung, jedoch kam Beate noch etwas später ins Ziel als Christine. Doris wurde nur teilweise den in sie gesetzten Erwartungen gerecht; immerhin konnte sie Christine hinter sich lassen."

Können alle Aussagen dieses Berichtes gleichzeitig wahr sein? Begründe deine Entscheidung!

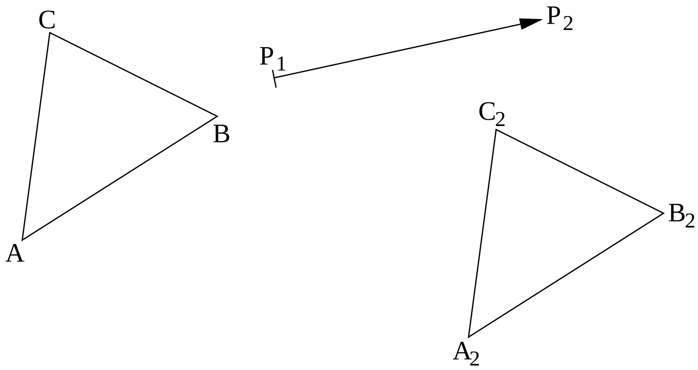
Aufgabe 190523:

Auf diesem Arbeitsblatt sind ein Dreieck ABC, ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_2}$ sowie ein Dreieck $A_2B_2C_2$ abgebildet.

Gesucht ist ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$ mit folgender Eigenschaft:

Wendet man auf das Dreieck ABC zuerst die Verschiebung $\overrightarrow{PP_1}$ und dann die Verschiebung $\overrightarrow{P_1P_2}$ an, so entsteht das Dreieck $A_2B_2C_2$.

Konstruiere einen Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$ mit dieser Eigenschaft! Verwende dabei nur Lineal (ohne Benutzung der Millimetereinteilung), Zirkel und (nur zum Konstruieren von Parallelen) Zeichendreieck! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt!



Aufgabe 190524:

Das untenstehende Muster einer Multiplikationsaufgabe soll so ausgefüllt werden, daß in jedes Kästchen genau eine Ziffer eingetragen wird und daß dabei eine richtig gerechnete Aufgabe entsteht. Für gleiche Variable sind gleiche Ziffern einzusetzen. Wie üblich soll 0 nicht als Anfangsziffer vorkommen. Für das Ausfüllen der leeren Kästchen werden sonst keine weiteren Vorschriften gemacht.

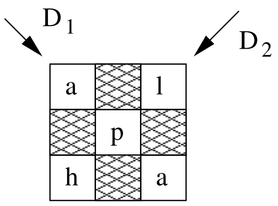
x	y	z	·	8	x	z
	x	x	8	8		
					x	

Begründe, wie sich aus diesen Forderungen eine vollständige Eintragung ergibt!

20. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 200511:



Ralph, ein eifriger Leser der mathematischen Schülerzeitschrift alpha stellt in einer Arbeitsgemeinschaft seinen Mitschülern folgende Aufgabe:

In der abgebildeten Figur sind für a, h, l, p natürliche Zahlen so einzutragen, daß sich in jeder der beiden Diagonalen D_1, D_2 die Summe 135 ergibt. Dabei soll die Zahl p das Dreifache der Zahl a sein, und die Zahl h soll das Fünffache der Zahl l sein.

Ermittle alle derartigen Eintragungen, und erkläre, wie man sie finden kann! Überprüfe dabei auch, ob alle geforderten Bedingungen erfüllt sind!

Aufgabe 200512:

Zum Transport einer bestimmten Menge Schotter hätte ein LKW mit 5 t Ladefähigkeit genau 105 vollbeladene Fuhren durchführen müssen. Nach 35 dieser Fuhren wurde er durch einen anderen LKW mit 7 t Ladefähigkeit abgelöst.

Stelle fest, wieviel vollbeladene Fuhren dieser zweite LKW noch durchzuführen hat, um die restliche Schottermenge abzutransportieren!

Aufgabe 200513:

Annegret, Heidi, Katrin, Lore, Petra und Ruth bewohnen im Pionierlager gemeinsam ein Zelt und beschließen, die Reihenfolge für ihren Ordnungsdienst nach ihrem Alter festzulegen, beginnend mit dem ältesten Mädchen. Alle sechs Mädchen sind im gleichen Jahr geboren, jedes an einem anderen Tag. Katrin ist älter als die fünf anderen Mädchen. Heidi hat einen Monat nach Annegret Geburtstag, sie ist aber älter als Petra. Lore ist jünger als Annegret. Ruth ist älter als Heidi und hat einen Tag später Geburtstag als Lore.

In welcher Reihenfolge müssen die sechs Pioniere ihren Ordnungsdienst versehen, wenn sie ihren Beschluß verwirklichen wollen?

Aufgabe 200514:

Von den sieben Schülern Annette, Beate, Christine, Dieter, Frank, Gerd und Hans hatte jeder in mindestens einem der beiden Fächer Mathematik und Russisch die Note 1. Auf die Frage, wer in genau einem dieser beiden Fächer die Note 1 hat, meldeten sich von diesen Schülern nur Annette, Christine, Frank, Gerd und Hans. In Mathematik hatten von ihnen nur Beate, Christine, Dieter und Frank die Note 1. Ermittle aus diesen Angaben alle diejenigen der sieben Schüler, die

a) in Mathematik und in Russisch,

b) in Mathematik, aber nicht in Russisch,

c) in Russisch, aber nicht in Mathematik die Note 1 hatten!

20. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 200521:

Zwei Geschwister erhielten im September zusammen 6 Mark für abgelieferte Altstoffe. Im Oktober erhielten sie zusammen 13 Mark. Im November bekamen sie 2 Mark weniger als in den beiden vorigen Monaten zusammen.

Ein Drittel ihres in den drei Monaten erzielten Gesamterlöses spendeten sie für die Solidarität, ein weiteres Drittel des Gesamterlöses legten sie in ihre gemeinsame Ferienkasse. Den Rest teilten sie sich zu gleichen Teilen zum persönlichen Gebrauch.

Ermittle den Betrag, den damit jeder der beiden für sich persönlich erhielt!

Aufgabe 200522:

Bei einem Einkauf wurde der Preis von 170 Mark mit genau 12 Geldscheinen bezahlt. Jeder dieser Geldscheine war ein 10-Mark Schein oder ein 20-Mark-Schein.

Ermittle die Anzahl der 10-Mark-Scheine und die der 20-Mark-Scheine, die zum Bezahlen der angegebenen Summe verwendet wurden!

Aufgabe 200523:

Fritz will auf einer Geraden vier Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge angeordnet zeichnen. Dabei sollen folgende Bedingungen erfüllt werden:

(1) Die Länge der Strecke AD soll 15 cm betragen.

(2) Die Strecke BC soll um 3 cm länger sein als die Strecke AB.

(3) Die Strecke CD soll doppelt so lang sein wie die Strecke AC.

Untersuche, ob diese Bedingungen erfüllbar sind! Wenn dies der Fall ist, so ermittle alle diejenigen Längenangaben für die Strecken AB, BC und CD, durch die diese Bedingungen erfüllt werden!

Aufgabe 200524:

Ein Mathematiklehrer, ein Physiklehrer und ein Deutschlehrer treffen sich auf einer Tagung. Sie heißen Meyer, Peters und Siewert. (Die Reihenfolge der Familiennamen braucht nicht mit der Reihenfolge der Berufe übereinzustimmen.)

Im Gespräch stellen sie fest, daß einer von ihnen mit Vornamen Otmar, ein anderer Kurt und der dritte Karl heißt und daß einer in Leipzig, einer in Suhl und einer in Schwerin wohnt. Ferner wissen wir:

(1) Herr Meyer erzählt dem Physiklehrer, daß er den Mathematiklehrer in Leipzig besucht habe.

(2) Darauf erwidert ihm Herr Peters: "Das weiß ich schon, Kurt."

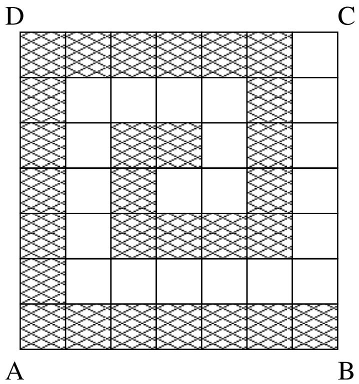
(3) Karl hatte ihm nämlich berichtet, daß er Besuch aus Suhl gehabt habe.

In diesem Gespräch ist nur von diesen drei Personen die Rede. Ordne jedem Familiennamen den zugehörigen Vornamen, Wohnort und Beruf zu!

21. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 210511:



Ein Quadrat $ABCD$ mit 14 cm Seitenlänge ist in 7 mal 7 gleichgroße Teilquadrate zerlegt. Aus einigen dieser Teilquadrate ist ein Streifenzug so zusammengestellt, wie die Abbildung zeigt. Der Streifenzug ist durch Schraffieren hervorgehoben.

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt dieses Streifenzuges!

Aufgabe 210512:

Die Pioniergruppen der Klassen 5a, 5b und 5c einer Schule fertigten für einen Solidaritätsbasar Buchhüllen an. Dabei fertigte die Klasse 5a genau 6 Hüllen mehr als die Klasse 5b an, und die Klasse 5c schaffte das Doppelte von dem, was die Klasse 5b anfertigte. Insgesamt wurden von den Pionieren der drei Klassen 66 Buchhüllen hergestellt.

Wieviel Buchhüllen fertigte jede der drei Pioniergruppen an?

Aufgabe 210513:

$$\begin{array}{ccccc}
\boxed{8}\boxed{0}\boxed{0} & - & \boxed{}\boxed{} & = & \boxed{}\boxed{}\boxed{} \\
: & & + & & - \\
\boxed{}\boxed{} & \cdot & \boxed{}\boxed{} & = & \boxed{6}\boxed{0}\boxed{8} \\
\hline
\boxed{2}\boxed{5} & + & \boxed{}\boxed{3} & = & \boxed{}\boxed{}\boxed{}
\end{array}$$

In jedes leere Kästchen der Abbildung soll eine der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 so geschrieben werden, daß die drei waagerechten und die senkrechten Aufgaben richtig gerechnet sind.

Eine Beschreibung und Begründung der Lösung wird nicht verlangt.

Aufgabe 210514:

Eine Aufgabe aus einer Leningrader Mathematikolympiade:

Ein "Oktoberkind" (das ist ein Jungpionier bis zur 3. Klasse), ein Pionier und ein Komsomolze fuhren in ein Pionierlager. Ihre Vornamen sind (nicht unbedingt in derselben Reihenfolge) Kolja, Igor und Sascha. Aus ihren Gesprächen im Zug erfuhren wir:

(1) Kolja und der Komsomolze sind zwei begeisterte Angler.

(2) Das Oktoberkind wohnt in Leningrad; Sascha auch, aber in einer anderen Straße.

(3) Sascha ist jünger als der Komsomolze.

Welchen Vornamen hat das Oktoberkind, welchen Vornamen hat der Pionier, und welchen Vornamen hat der Komsomolze?

21. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 210521:

Ein Behälter, der mit Sonnenblumenöl gefüllt ist, wiegt 17 kg 500 g. Der leere Behälter würde 2 kg 700 g wiegen.

a) Wieviel Liter Öl befinden sich in dem Behälter, wenn 1 Liter Sonnenblumenöl 925 g wiegt ?

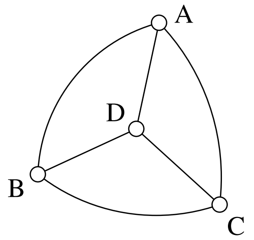
b) Für den Ladenverkauf wird das Öl in Flaschen zu 400 g abgefüllt. Wieviel Flaschen lassen sich mit dem im Behälter befindlichen Öl füllen?

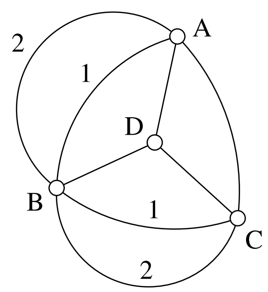
Aufgabe 210522:

Die vier Springbrunnen A, B, C, D eines Parkes sind so durch Wege verbunden, wie es das Bild zeigt. Ein Spaziergänger möchte so durch den Park gehen, daß er jeden dieser Wege genau einmal durchläuft. Ein solcher Spaziergang soll bei einem beliebigen Brunnen beginnen und bei einem beliebigen Brunnen (nicht unbedingt bei demselben) enden.

a) Untersuche, ob ein derartiger Spaziergang möglich ist!

b) Später wurde noch ein weiterer Weg zwischen B und A und ein weiterer Weg zwischen B und C angelegt, wie das Bild zeigt. Untersuche, ob es danach möglich ist, einen Spaziergang der gewünschten Art zu machen!





Hinweis: Lautet bei a) oder b) die Antwort, daß ein derartiger Spaziergang nicht möglich ist, so beweise, warum nicht! Lautet die Antwort aber, daß er möglich ist, so gib einen solchen Spaziergang an!

Aufgabe 210523:

Vier Schüler mit den Familiennamen Erdborn, Freimuth, König und Meyer haben die Vornamen Alfred, Martin, Norbert und Torsten (nicht unbedingt in derselben Reihenfolge). Sie treffen sich auf der Geburtstagsfeier ihres Mitschülers Franz Neubert. Außer ihnen nahmen keine weiteren Personen an dieser Feier teil. Es ist bekannt:

(1) Als ersten Gast konnte Franz seinen Mitschüler Meyer begrüßen, als zweiten Norbert und danach Erdborn und später Martin.

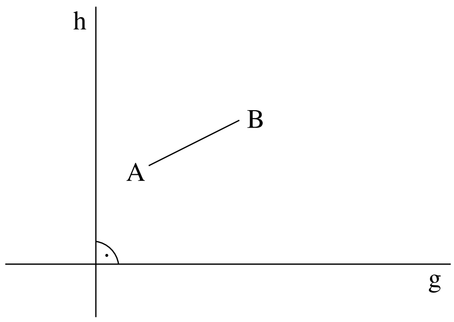
(2) Jeder Gast brachte genau ein Geschenk mit: Meyer hatte ein Würfelspiel, Alfred einen Kugelschreiber, Martin einen Strauß Rosen und König ein Buch mitgebracht.

Wie heißen die vier Schüler mit ihren Vor- und Familiennamen?

Aufgabe 210524:

Auf dem Arbeitsblatt sind zwei Geraden g, h und eine Strecke AB gegeben. Konstruiere einen Verschiebungspfeil $\overline{PQ}$ parallel zu h und danach einen Verschiebungspfeil $\overline{RS}$ parallel zu g, und zwar so, daß foIgendes gilt:

Wenn man die Strecke AB durch die Verschiebung $\overline{PQ}$ in die Strecke $A'B'$ überführt und diese danach durch die Verschiebung $\overline{RS}$ in die Strecke $A''B''$, so liegt A'' auf g und B'' auf h.



Eine Beschreibung und Begründung der Konstruktion wird nicht verlangt.

22. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 220511:

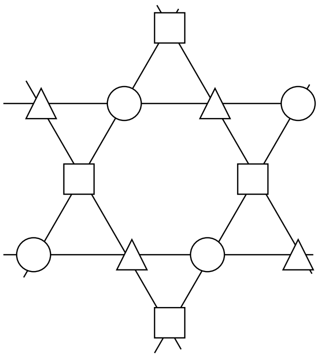
In die 12 Felder des Bildes a sind die Zahlen von 1 bis 12 so einzutragen, daß folgendes gilt:

> Auf jeder eingezeichneten Geraden beträgt die Summe der Zahlen in den vier Feldern 26;
> die Summe der Zahlen in den vier Dreiecksfeldern beträgt 26;
> die Summe der Zahlen in den vier Kreisfeldern beträgt 26;
> die Summe der Zahlen in den vier Quadratfeldern beträgt 26.

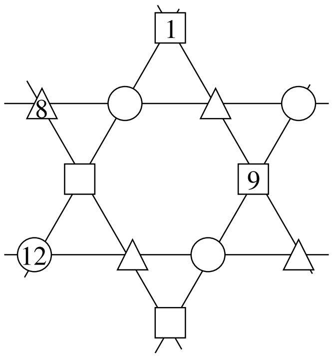
a) Vervollständige die Eintragung Bild b), und überprüfe, ob dann alle Forderungen erfüllt sind!

b) Nenne einen Rechenweg, der zu derselben vollständigen Eintragung führt, aber nur die Vorgabe aus Bild c) benutzt!

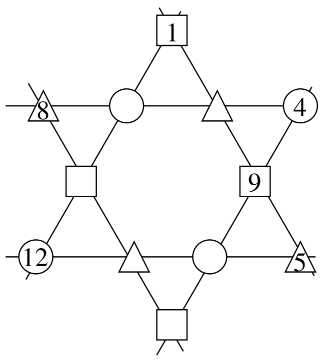
c) Versuche, noch andere Eintragungen für Bild a) zu finden, z.B. solche, bei denen die Zahl 12 nicht in einem der sechs "äußeren" Felder steht!



a)



b)



c)

Aufgabe 220512:

Mutter kauft ein. Sie hat genau 50 M bei sich. Eigentlich möchte sie drei Schals, eine Mütze und ein Paar Handschuhe kaufen, aber das Geld reicht hierfür nicht. Eine Mütze kostet 18 M, ein Schal halb so viel, ein Paar Handschuhe kosten $1,50$ M mehr als ein Schal. Sie kauft drei Schals und ein Paar Handschuhe.

Wieviel Geld hat sie danach noch insgesamt übrig?

Aufgabe 220513:

Rolf, ein Mitglied im Bezirksklub Junger Mathematiker, schreibt seinen Mitschülern die folgenden drei Gleichungen auf:

$$B \cdot J \cdot M = 135,$$
$$M + A + T + H + E = 32,$$
$$(H + E + I) : (T - E - R) = 3.$$

Er verlangt, jeden der Buchstaben A, B, E, H, I, J, M, R, T so durch eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zu ersetzen, daß alle drei Gleichungen wahr sind. Dabei sollen gleiche Buchstaben durch gleiche Zahlen, verschiedene Buchstaben durch verschiedene Zahlen ersetzt werden.

a) Anke antwortet: "Ich finde schon aus der ersten Gleichung, welche drei Zahlen für B, J und M einzusetzen sind. Nur ihre Reihenfolge weiß ich noch nicht." Welche drei Zahlen sind dies!

b) Bertolt sagt: "Dann erhält man aus der zweiten Gleichung, welche Zahl M bedeutet." Wie könnte Bertolt die beiden anderen von Anke genannten Zahlen ausgeschlossen haben?

c) Nach weiterem Probieren finden die Mitschüler eine vollständige Lösung. Welche könnte es z.B. sein?

Aufgabe 220514:

Ein Rechteck mit den Seitenlängen 4 cm und 7 cm soll in Quadrate zerlegt werden. Zwei dieser Quadrate sollen die Seitenlänge 3 cm haben. Die anderen Quadrate sollen dann noch so groß wie möglich sein.

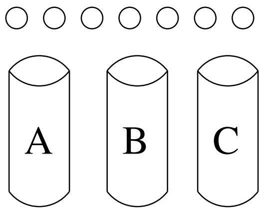
a) Zeichne eine Zerlegung, von der du vermutest, daß sie die geforderten Eigenschaft hat! Wieviel Quadrate (außer den beiden der Seitenlänge 3 cm) kommen in deiner Zeichnung insgesamt vor?

b) Beweise, daß in jeder Zerlegung der geforderten Art diese anderen Quadrate alle dieselbe Seitenlänge haben müssen! Wie groß ist sie? Wie kann man die Anzahl dieser Quadrate auch rechnerisch finden, ohne sie zu zeichnen?

22. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 220521:

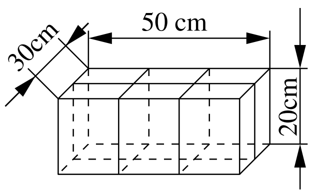


Sieben Kugeln sind so auf drei Becher A, B und C zu verteilen, daß im Becher C nicht weniger Kugeln als im Becher B und im Becher B nicht weniger als im Becher A liegen.

Es dürfen auch Becher leer bleiben.

Gib alle verschiedenen Möglichkeiten einer solchen Verteilung an!

Aufgabe 220522:



Das Bild zeigt ein 50 cm langes, 30 cm breites und 20 cm hohes verschnürtes Paket. Die Schnur wurde möglichst sparsam verwendet, also von Knoten zu Knoten überall nur einfach gelegt. Zum Verknoten wurden noch zusätzlich 10 cm Schnur gebraucht.

Wieviel Zentimeter Schnur wurden daher zum Verschnüren dieses Paketes insgesamt verwendet?

Aufgabe 220523:

Über die 650 Schüler einer Schule liegen folgende Angaben vor:

500 Schüler sind Mitglied einer Sport-Arbeitsgemeinschaft.
400 Schüler sind Mitglied einer anderen Arbeitsgemeinschaft.
100 Schüler sind nicht Mitglied einer Arbeitsgemeinschaft.

Aus diesen Angaben soll ermittelt werden, wieviel der 650 Schüler sowohl Mitglied einer Sport-Arbeitsgemeinschaft als auch Mitglied einer anderen Arbeitsgemeinschaft sind. Erkläre, wie man diese Anzahl finden kann!

Aufgabe 220524:

Ein Schüler kauft 5 gleiche Hefte und 7 gleiche Bleistifte, wofür er insgesamt 3,80 M bezahlt. Wie teuer ist ein derartiges Heft und wie teuer ein derartiger Bleistift, wenn ein Bleistift doppelt so viel kostet wie ein Heft?

23. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 230511:
Bernd, Peter und Fred nahmen mit Erfolg an der Schulolympiade teil. Jeder von ihnen bekam genau eine der folgenden drei Auszeichnungen: 1. Preis, 2. Preis oder Diplom. Ferner ist bekannt:

(1) Der Schüler mit den 2. Preis ist älter als Bernd.

(2) Fred erhielt nicht den 1. Preis.

(3) Bernd gehört keiner mathematischen Arbeitsgemeinschaft an.

(4) Der Schüler, der den 1. Preis errang, ist in einer mathematischen Arbeitsgemeinschaft.

Wer von ihnen erhielt den 1. Preis, wer von ihnen erhielt den 2. Preis, und wer von ihnen erhielt das Diplom? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 230512:
Die Maßzahlen der (in Zentimeter gemessenen) Seitenlängen einen Dreiecks sind drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen. Der Umfang diesen Dreiecks beträgt 42 cm.

Wie lang sind seine drei Seiten?

Aufgabe 230513:
Für die Buchstaben a, b, c, d, e, f sind in den nachstehenden Aufgaben (1) bis (6) natürliche Zahlen so einzusetzen, daß richtig gerechnete Aufgaben entstehen. Dabei sollen gleiche Buchstaben gleiche Zahlen und verschiedene Buchstaben verschiedene Zahlen bedeuten.

(1) $a + b + c = 21$,

(2) $b \cdot c = 42$,

(3) $c + d = 70 : b$,

(4) $e : a = d$,

(5) $c = 54 : 9$,

(6) $a + b + c + d + e + f = 60$

Finde eine solche Eintragung und überprüfe, ob sie alle Forderungen erfüllt!

Aufgabe 230514:

3	+		−		=7
·		+		·	
	·		:		=3
−		−		+	
	+		−		=6
=2		=4		=7	

In die leeren Felder der Abbildung sind natürliche Zahlen so einzusetzen, daß alle waagerechten und senkrechten Aufgaben richtig gelöst werden.

a) Gib eine solche Einsetzung an!

b) Es gibt insgesamt vier solche Einsetzungen. Erkläre, wie man diese finden kann und gib sie an!

23. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 230521:

Die Zahlen von 1 bis 10 sollen als Ergebnisse von Rechenaufgaben auftreten, bei denen außer den Zeichen für die vier Grundrechenoperationen und Klammern jeweils nur die Ziffer 3 auftreten soll, und zwar genau 5 mal. Für zwei Aufgaben wurden Beispiele angegeben.

Gib für die Ergebnisse 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 und 10 je eine derartige Aufgabe an!

Beispiele:

$$1 = 3 - 3 : 3 - 3 : 3 = (3 + 3 + 3) : 3 : 3$$
$$7 = (33 - 3) : 3 - 3 = 3 \cdot 3 + 3 : 3 - 3$$

Aufgabe 230522:

Mit 12 gleichlangen Hölzchen sollen Begrenzungen von Flächen gelegt werden. Es sind jedesmal alle 12 Hölzchen für eine Fläche zu verwenden. Außerdem dürfen benachbarte Hölzchen nur gestreckte oder rechte Winkel bilden.

Die Abbildung A 230522 zeigt als Beispiel eine solche Fläche, die einen Inhalt von 5 Flächeneinheiten besitzt. (Als Flächeneinheit gilt der Flächeninhalt eines Quadrates mit der Seitenlänge eines Hölzchens.)

Zeichne jeweils eine solche Fläche mit einem Flächeninhalt von

a) 6 Flächeneinheiten,

b) 7 Flächeneinheiten,

c) 8 Flächeneinheiten,

d) 9 Flächeneinheiten!

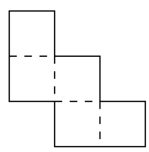


Abbildung A 230522

Aufgabe 230523:

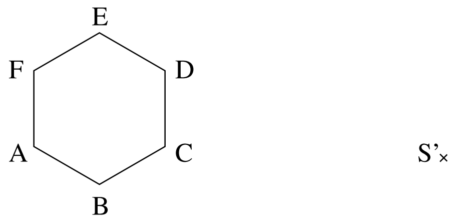
Die drei Pioniere Hans, Karl und Peter fuhren mit dem Rad von Leipzig nach Halle. Hans fuhr dabei in je 10 Minuten 2 Kilometer, Karl benötigte für je 2,5 Kilometer 10 Minuten, während Peter in je 10 Minuten 3 Kilometer zurücklegte und Halle nach genau 100 Minuten erreichte.

Wieviel Minuten nach Peter trafen Hans und Karl in Halle ein, wenn alle drei Pioniere zur gleichen Zeit in Leipzig abfuhren?

Aufgabe 230524:

In der nachstehenden Abbildung sind ein regelmäßiges Sechseck $ABCDEF$ und ein Punkt S' gegeben. Der Schnittpunkt der Diagonalen AD, BE und CF des Sechsecks sei S. Wir betrachten diejenige Verschiebung, bei der S den Bildpunkt S' hat.

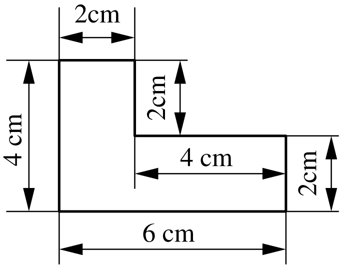
Konstruiere den Verschiebungspfeil $\overrightarrow{SS'}$ und das Bild $A'B'C'D'E'F'$ des Sechsecks $ABCDEF$ bei dieser Verschiebung!



24. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 240511:



Aus Flächenstücken wie in der Abbildung kann man eine Quadratfläche zusammensetzen, deren Seitenlänge 8 cm beträgt.

Wieviele solcher Flächenstücke sind hierzu erforderlich? Weise die Richtigkeit deiner Antwort durch eine Zeichnung nach!

Aufgabe 240512:

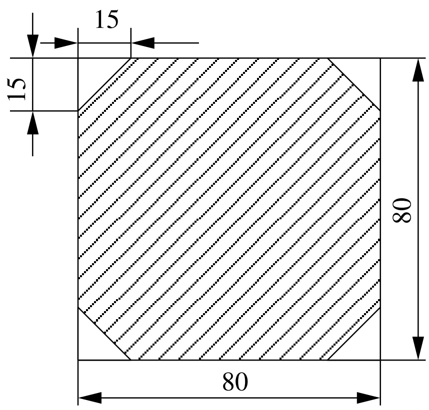
Roland löste eine Divisionsaufgabe. Er erhielt als Ergebnis den Quotienten 36. Roland machte die Probe, indem er den Divisor mit diesem Quotienten multiplizierte. Dabei las er versehentlich im Divisor statt einer Ziffer 7 eine 1 und erhielt als Ergebnis dieser Multiplikation nicht den gegebenen Dividenden, sondern die Zahl 756.

Wie hieß die Divisionsaufgabe, die Roland lösen sollte?

Aufgabe 240513:

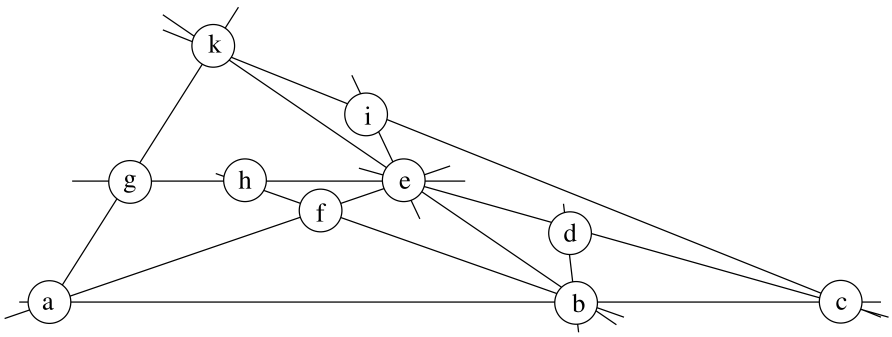
Die schraffierte Fläche in der Abbildung entsteht aus einem Quadrat, von dem vier gleichgroße Dreiecke abgeschnitten werden.

Berechne aus den in Millimeter angegebenen Maßen den Flächeninhalt der schraffierten Fläche in Quadratzentimeter!



Aufgabe 240514:

In die Felder der Abbildung soll für jeden Buchstaben eine der Zahlen von 1 bis 10 eingetragen werden. Jede dieser Zahlen soll genau einmal vorkommen. Auf jeder eingezeichneten Geraden soll die Summe der Zahlen 15 betragen; es soll also gelten:



$$\begin{aligned} 15 &= a + b + c \\ &= a + f + e \\ &= a + g + k \\ &= b + d \\ &= b + e + k \\ &= b + f + h \\ &= c + d + e \\ &= c + i + k \\ &= e + h + g \\ &= e + i. \end{aligned}$$

(a) Gib eine solche Eintragung an, bei der zusätzlich festgelegt wird, daß $e = 5$ und $k = 2$ ist!

(b) Gib eine weitere von (a) verschiedene Eintragung an, die die Bedingungen der Aufgabe erfüllt! (Für e und k dürfen auch andere als die in (a) eingesetzten Zahlen verwendet werden.)

(c) Beweise, daß es keine Eintragung gibt, bei der alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt sind und außerdem $e = 10$ gilt!

24. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 240521:

Harald will an der Wandzeitung über die rege Freizeitbeschäftigung der Pioniere Marion, Petra und Ruth berichten. Ihm ist bekannt:

(1) Jedes der drei Mädchen betreibt genau eine der Sportarten Schwimmen, Tischtennis, Volleyball. Jede dieser drei Sportarten wird von einem der drei Mädchen betrieben.

(2) Marion liest in ihrer Freizeit außerdem gern Abenteuerbücher, die Volleyballspielerin aber nicht.

(3) Die Volleyballspielerin beschäftigt sich dagegen gern mit Mathematik, sie hat bei der letzten Mathematik-Olympiade mehr Aufgaben richtig gelöst als Petra.

(4) In der Russisch-Olympiade hat Marion besser abgeschnitten als die Tischtennisspielerin.

Beweise, daß die Verteilung der drei Sportarten auf die drei Mädchen durch die Angaben (1), (2), (3), (4) eindeutig bestimmt ist! Welches Mädchen betreibt welche Sportart?

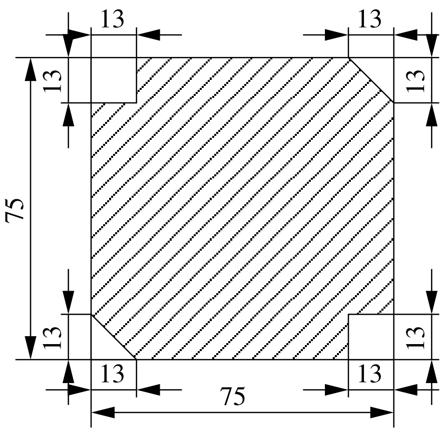
Aufgabe 240522:

In einem metallverarbeitenden VEB werden verschiedene Einzelteile produziert. Dazu werden vier Maschinen eingesetzt; mit jeder Maschine wird eine Sorte dieser Einzelteile hergestellt. Die Ergebnisse einer Schicht waren folgende:

Es wurden insgesamt 4 320 Teile hergestellt, und zwar auf der ersten Maschine ein Drittel der 4 320 Teile, auf der zweiten Maschine ein Fünftel der 4 320 Teile. Auf der dritten Maschine wurden ebenso viele Teile hergestellt wie auf der vierten Maschine.

Berechne für jede der vier Maschinen die Stückzahl der auf dieser Maschine hergestellten Teile!

Aufgabe 240523:



Die abgebildete schraffierte Fläche entsteht aus einem Quadrat, indem man von ihm zwei Dreiecke und zwei Quadrate abschneidet.

Berechne aus den in Millimeter angegebenen Längen den in Quadratzentimeter gemessenen Flächeninhalt der schraffierten Fläche!

Aufgabe 240524:

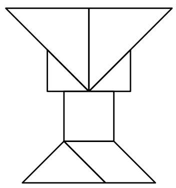
Peter berichtet: "Ich habe eine natürliche Zahl aufgeschrieben. Eine zweite natürliche Zahl habe ich aus der ersten durch Anhängen einer Ziffer 0 gebildet. Die Summe der beiden Zahlen beträgt 3 058."

Beweise, daß man aus diesen Angaben eindeutig ermitteln kann, welche Zahl Peter als erste Zahl aufgeschrieben hat! Gib diese Zahl an!

25. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 250511:



Die Teilflächen der dargestellten Figur lassen sich

a) zu einer Quadratfläche und

b) zu einer Rechteckfläche, die keine Quadratfläche ist, zusamensetzen.

Gib je eine Möglichkeit dafür an!

Aufgabe 250512:

Bei einem Gruppenfest im Pionierlager verabreden 17 Kinder folgendes Spiel:

Es wird im Kreis herum immer wieder von 1 bis 7 gezählt, wobei sich jedes siebente Kind aus dem Kreis entfernen soll und dann auch beim weiteren Zählen nicht mehr berücksichtigt wird. Wer zuletzt übrigbleibt, hat verloren und muß einen Pfand geben.

Frank Pfiffig darf vorschlagen, bei welchem Kind mit dem Abzählen begonnen werden soll. Er will seinen Freund Norbert Nörgel ärgern und beginnt mit dem Abzählen so, daß dieser verliert. Wie kann er das erreichen?

Aufgabe 250513:

Drei Kunden in einem Eisenwarengeschäft kauften Schrauben. Jede Schraube kostete 7 Pfennig. Der zweite Kunde kaufte vier Schrauben mehr als der erste Kunde. Der dritte Kunde kaufte doppelt so viele Schrauben wie der zweite Kunde. Die drei Kunden bezahlten dafür insgesamt 5 Mark und 32 Pfennig.

Wieviel bezahlte der dritte Kunde?

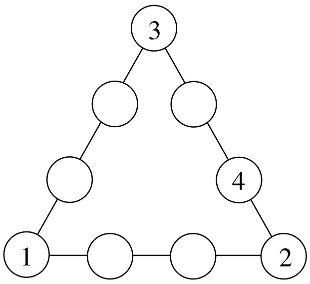
Aufgabe 250514:

In jede der Abbildungen a), b), c) sollen die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in die Kreise eingetragen werden. Jede dieser Zahlen soll (jeweils bei einer solchen Eintragung) genau einmal vorkommen. Für einige Kreise ist die einzutragende Zahl bereits vorgeschrieben. Ferner soll für jede Eintragung folgendes gelten: Addiert man auf je einer Dreiecksseite die vier Zahlen, so ergibt sich bei jeder der drei Seiten dieselbe Summe.

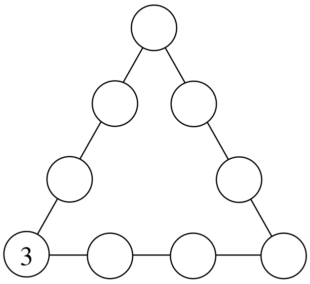
a) Finde eine Eintragung in Abbildung a), bei der sich für jede der drei Seiten die Summe 17 ergibt!

b) Finde möglichst viele Eintragungen in Abbildung b), bei denen sich für jede der drei Seiten die Summe 21 ergibt!

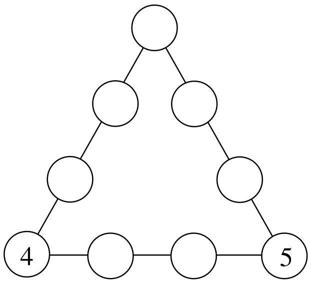
c) Finde möglichst viele Eintragungen in Abbildung c), bei denen sich für jede der drei Seiten derselbe Wert der Summe ergibt! Gib zu jeder dieser Eintragungen diesen Wert an!



a)



b)

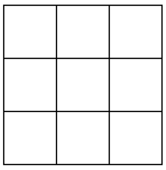


c)

25. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 250521:



In einem (3×3)-Felderbrett (siehe Abbildung) sind genau neun Quadrate enthalten, die aus einem Feld bestehen (□), außerdem genau vier Quadrate, die aus vier Feldern bestehen (⊞), und genau ein Quadrat, das aus neun Feldern besteht. Insgesamt sind in dem (3×3)-Felderbrett also 14 Quadrate enthalten.

Beantworte folgende Fragen:

a) Wieviel Quadrate sind insgesamt in einem (4×4)-Felderbrett enthalten?

b) Wieviel Quadrate sind insgesamt in einem (5×5)-Felderbrett enthalten?

c) Wieviel Quadrate sind insgesamt in einem (6×6)-Felderbrett enthalten?

Eine Begründung der Antworten wird nicht verlangt.

Aufgabe 250522:

Vom Bahnhof Mathestädt fährt zu jeder vollen Viertelstunde ein Bus ab und trifft nach 2 Stunden in Knobelhausen ein. Von dort fahren ebenfalls im Viertelstundenabstand Busse auf derselben Straße nach Mathestädt, wo sie nach 2 Stunden Fahrzeit eintreffen. Morgens fährt der erste Bus von Mathestädt um 5.00 Uhr und der erste Bus von Knobelhausen um 7.10 Uhr ab. Die Busfahrer begrüßen einander jedesmal mit Kopfnicken, wenn sie sich unterwegs begegnen.

Wie viele ihm entgegenkommende Kollegen begrüßt der Busfahrer Franz Freundlich auf einer Fahrt von Mathestädt nach Knobelhausen, wenn diese Fahrt um 10.00 Uhr beginnt?

Aufgabe 250523:

Auf die Randlinie eines Quadrates sollen zwölf Damesteine so verteilt werden, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:

(1) Auf jeder Ecke des Quadrates liegen gleich viele Damesteine. Dabei ist es zulässig, daß die Ecken frei von Damesteinen sind; es dürfen aber auch mehrere Damesteine übereinander auf den Ecken liegen.

(2) Auf jeder Seite des Quadrates (einschließlich ihrer beiden Eckpunkte) sind gleich viele Damesteine. Dabei sollen alle Damesteine, die auf einer Quadratseite, aber zwischen deren Eckpunkten liegen, übereinander gestapelt sein.

a) Gib vier verschiedene Verteilungen der zwölf Damesteine an, so daß jede dieser Verteilungen die Bedingungen (1) und (2) erfüllt!

b) Begründe, daß es nicht mehr als vier verschiedene Verteilungen dieser Art geben kann!

Aufgabe 250524:

Zeichne ein Quadrat $A'B'C'D'$ mit $\overline{A'B'} = 5,0$ cm! Zeichne dann einen Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PQ}$, der $6,5$ cm lang ist und parallel zur Geraden durch B' und D' in Richtung von B' nach D' verläuft!

Es soll nun zum Bild $A'B'C'D'$ bei dieser Verschiebung das Original $ABCD$ ermittelt werden. Bei der Lösung dieser Aufgabe darf die mm-Skala des Lineals nicht mehr verwendet werden.

a) Löse die genannte Aufgabe so, daß außer Zirkel und Lineal auch das Zeichendreieck zum Ziehen von Parallelen durch die Punkte A', B', C' und D' benutzt wird!

b) Löse (in einer neuen Zeichnung) die Aufgabe nur mit Zirkel und Lineal und so, daß weder die Gerade durch A und A' noch die Gerade durch C und C' gezeichnet wird!

Eine Begründung und Konstruktionsbeschreibungen werden nicht verlangt.

26. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 260511:

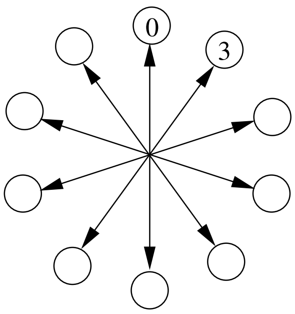
Die Mädchen Grit, Regina und Beate tragen jede eine einfarbige Bluse. Von diesen drei Blusen ist eine gelb, eine rot und eine blau.

Grit stellt fest, daß keines der Mädchen eine Bluse von der Farbe trägt, die den gleichen Anfangsbuchstaben wie der Vorname des Mädchens hat. Das Mädchen mit der roten Bluse antwortet darauf: "Das hatte ich noch gar nicht bemerkt, aber du hast recht. Grit!"

Welche Bluse trägt jedes der Mädchen?

Aufgabe 260512:

a)



Die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sollen so in die kleinen Kreise der Abbildung eingetragen werden, daß jedes Paar benachbarter Kreise dieselbe Summe wie das Paar an den beiden entgegengesetzten Pfeilspitzen ergibt.

Jede der zehn Zahlen soll genau einmal vorkommen. Die Zahlen 0 und 3 sollen wie angegeben eingetragen werden.

Gib eine Eintragung an, die alle diese Forderungen erfüllt!

b) Für die Zahlen 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 läßt sich eine entsprechende Aufgabe stellen. Wie kann man für sie auf einfache Weise eine Lösung aus der Lösung von a) gewinnen?

c) Löse die entsprechende Aufgabe für die natürlichen Zahlen n, $n+1$, $n+2$, $n+3$, $n+4$, $n+5$, $n+6$, $n+7$, $n+8$, $n+9$!

d) Begründe deine Lösung von c) !

Aufgabe 260513:

Jörg bewundert Holgers Kaninchen und Tauben. Er möchte gern wissen, wieviel Kaninchen und Tauben Holger besitzt, und fragt ihn deshalb danach. Dieser antwortet: "Ich habe insgesamt 24 Tiere, die zusammen 62 Beine haben. Andere Tiere als Kaninchen und Tauben habe ich nicht."

Wieviel Kaninchen und wieviel Tauben besitzt Holger? Begründe deine Antworten!

Aufgabe 260514:

Der Pionier Klaus Knobler tritt als Zauberkünstler vor seiner Pioniergruppe auf. Nachdem ihm die Augen verbunden wurden, bittet er einen Zuschauer, aus einer Streichholzschachtel eine beliebige ungerade Anzahl von Hölzern, jedoch mindestens 13, zu entnehmen. Diese Hölzer sollen in zwei parallelen Reihen auf den Tisch gelegt werden, wobei die obere Reihe genau ein Streichholz mehr enthalten soll als die untere. Nachdem dies geschehen ist, läßt Klaus Knobler

(1) irgendeine von ihm selbst genannte Anzahl a (mindestens 1, jedoch weniger als 7) Streichhölzer aus der oberen Reihe fortnehmen, dann

(2) aus der unteren Reihe so viele Streichhölzer wegnehmen, wie oben noch liegen, und dann

(3) aus der oberen Reihe alle übrigen Streichhölzer entfernen.

Danach nennt Klaus Knobler den staunenden Zuschauern die Anzahl der auf dem Tisch verbliebenen Hölzer. Wie groß ist sie?

Durch welche Überlegung kann Klaus Knobler sie finden, ohne die Anzahl der zu Beginn auf dem Tisch liegenden Hölzer zu kennen?

26. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 260521:

Auf der DDR-Olympiade Junger Mathematiker treffen sich Andreas, Britta, Dirk und Kerstin. Sie kommen jeder aus einer anderen Stadt, und zwar aus Berlin, Dresden, Halle und Schwerin. Wir wissen folgendes über sie:

(1) Andreas und der Teilnehmer aus Berlin sind von den vier Schülern die beiden einzigen, die schon im Vorjahr auf der DDR-Olympiade waren;

(2) die beiden anderen, nämlich Kerstin und der Teilnehmer aus Dresden sind zum ersten Mal bei der DDR-Olympiade anwesend.

(3) Dirk ist älter als der Teilnehmer aus Berlin.

(4) Kerstin ist jünger als der Teilnehmer aus Schwerin.

Welcher Teilnehmer kommt aus welcher Stadt? Wer sind die beiden, die schon in Vorjahr an der DDR-Olympiade teilgenommen haben?

Aufgabe 260522:

Fritz hat drei rot und drei blau angestrichene kreisförmige Spielmarken. Keine zwei von diesen sechs Spielmarken sind in der Größe einander gleich.

a) Fritz legt zuerst nur die drei verschieden großen roten Spielmarken nebeneinander auf den Tisch. Zeichne alle möglichen Anordnungen dieser drei Spielmarken auf! Wie viele Anordnungsmöglichkeiten sind dies insgesamt?

b) Nun möchte Fritz alle sechs Spielmerken so nebeneinander legen, daß sich stets die Farben der Spielmarken abwechseln. Wie viele Anordnungsmöglichkeiten der Spielmarken gibt es hierfür insgesamt? Nenne die Anzahl und erkläre, warum es genau diese Anzahl der Anordnungsmöglichkeiten gibt!

Aufgabe 260523:

Zeichne eine Strecke AB der Länge 15 cm! Auf dem Strahl, der den Ausgangspunkt A hat und durch B geht, sollen nun zwei weitere Punkte C und D so eingezeichnet werden, daß $4 \cdot \overline{AC} = \overline{AD}$ und $\overline{CB} = \overline{BD}$ gilt.

Wie groß sind dafür $\overline{AC}$ und $\overline{AD}$ zu wählen?

Erkläre, wie man zur Berechnung dieser beiden Längen $\overline{AC}$ und $\overline{AD}$ kommen kann, und zeichne dann die Punkte C und D!

Aufgabe 260524:

Du kannst die mit zwei Würfeln von jemandem geworfenen beiden Augenzahlen nennen, ohne sie gesehen zu haben, wenn du folgende Rechenschritte (1) bis (4) ausführen und dir nur das Endergebnis nach Schritt (4) ansagen läßt:

(1) Die mit dem einen Würfel geworfene Augenzahl ist zu verdoppeln.

(2) Hierzu ist 5 zu addieren.

(3) Die erhaltene Summe ist mit 5 zu multiplizieren.

(4) Zum Produkt ist die mit dem anderen Würfel geworfene Augenzahl zu addieren.

Wenn du nämlich vom Ergebnis des Schrittes (4) die Zahl 25 subtrahierst, so erhältst du diejenige Zahl, deren eine Ziffer die Augenzahl des einen Würfels und deren andere Ziffer die Augenzahl des anderen Würfels bezeichnet.

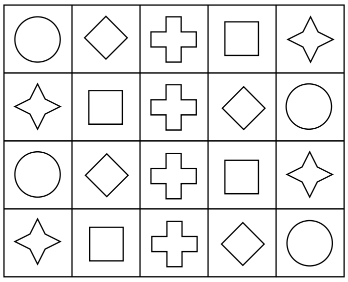
a) Überprüfe dies an einem selbstgewählten Beispiel!

b) Weise nach, daß das für jeden mit zwei Würfeln möglichen Wurf gilt!

27. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 270511:



Jemand will die abgebildete Figur in genau vier Teile zerschneiden. Keines der 20 kleinen Quadrate soll dabei zerschnitten werden. Die vier Teile sollen sich so übereinander legen lassen, daß sie sich dann völlig gleichen (gleiche Gestalt und gleiche Verteilung der Muster).

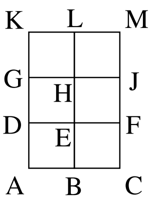
Es gibt fünf Möglichkeiten für eine derartige Zerlegung. Zeichne diese fünf Zerlegungen! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270512:

Eine Strecke von 240 mm Länge soll in zwei Teilstrecken zerlegt werden. Die größere Teilstrecke soll genau 47mal so lang sein wie die kleinere.

Wie lang muß dann die kleinere Teilstrecke sein und wie lang die größere? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 270513:



Die Abbildung zeigt ein Rechteck $ACMK$, das aus sechs kleinen Quadraten zusammengesetzt ist. Man kann in der Abbildung außer diesem Rechteck noch weitere Rechtecke finden, die sich aus solchen kleinen Quadraten zusammensetzen und die selbst keine Quadrate sind. Zum Beispiel ist $DFJG$ ein derartiges Rechteck.

Nenne alle derartigen Rechtecke außer $ACMK$!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270514:

a) Die Figur der Abbildung a soll so "in einem Zuge" gezeichnet werden, daß dabei keine Linie zweimal durchlaufen wird.

Ein solcher "Zug" kann z.B. im Punkt L beginnen und über die Punkte M, J, K, L, B, A, H, G, H, J, F, G, F, M, D, F, E, D, C, B, H, K, B, C, D nach Punkt L zurückführen.

Suche mindestens einen weiteren derartigen "Zug" und schreibe ihn wie im Beispiel mit Hilfe der bei ihm zu durchlaufenden Punkte auf!

b) Auch die Figur der Abbildung b läßt sich in einem Zuge so zeichnen, daß jede Linie genau einmal durchlaufen wird. Gib mindestens einen derartigen "Zug" an!

c) Vergleiche Anfangs- und Endpunkt der von dir in den Abbildungen a und b gefundenen Wege! Was stellst du fest?

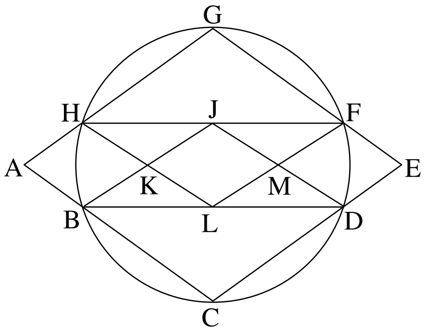


Abbildung a

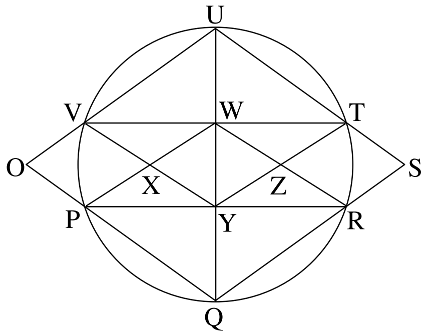


Abbildung b

27. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 270521:

Von Anja, Beate, Kerstin, Steffen und Maik wissen wir folgendes:

(1) Steffen ist kleiner als Kerstin und größer als Beate.

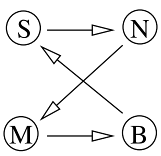
(2) Maik ist kleiner als Steffen und größer als Beate.

(3) Anja ist kleiner als Beate.

Ordne die Kinder nach ihrer Größe! Beginne mit dem größten Kind! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270522:

Ein Tourist, der in Magdeburg (M) wohnt, möchte bei einer Rundreise jede der Städte Schwerin (S), Neubrandenburg (N) und Berlin (B) genau einmal aufsuchen und erst dann in seinen Wohnort zurückkehren.



Eine mögliche Reiseroute wäre von Magdeburg aus über Berlin, Schwerin und Neubrandenburg zurück nach Magdeburg (siehe Abbildung).

Gib alle Reiserouten an, die der Tourist unter den genannten Bedingungen wählen kann! Wieviel Reiserouten sind das insgesamt?

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270523:

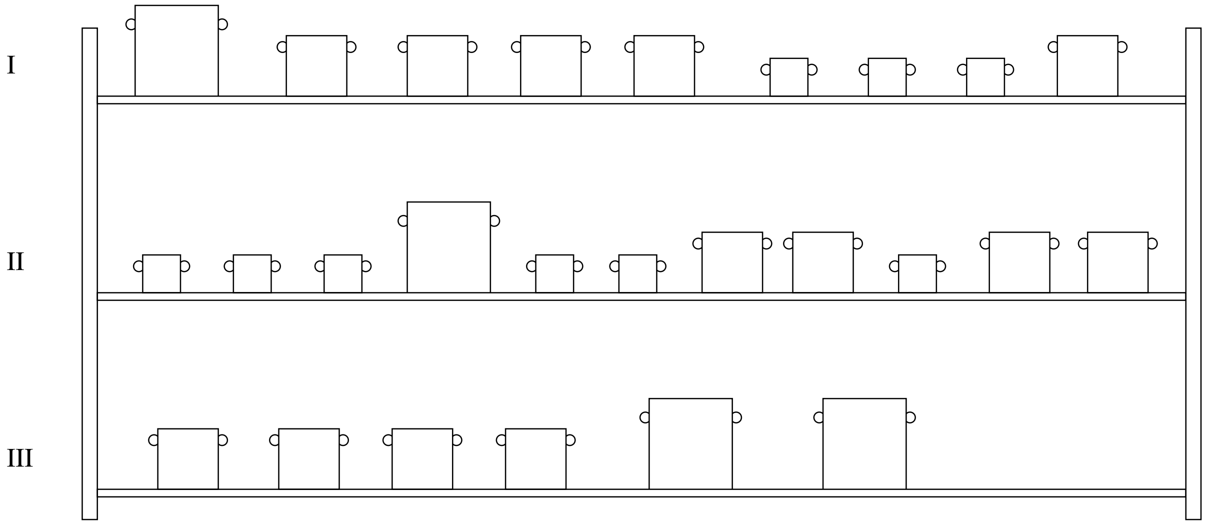
In einer Olympiadeklasse wurde genau die Hälfte aller Teilnehmer mit einem Preis ausgezeichnet. Es gab nur erste, zweite und dritte Preise. Genau ein Achtel aller Teilnehmer erhielt einen ersten Preis. Genau ein Sechstel aller Teilnehmer erhielt einen zweiten Preis. In dieser Olympiadeklasse waren insgesamt mindestens 20, aber weniger als 30 Teilnehmer.

Wieviel Teilnehmer genau waren in dieser Olympiadeklasse?

Wie viele erste, zweite bzw. dritte Preise gab es darin?

Gib an, wie du diese gesuchten Anzahlen eindeutig aus den obigen Angaben findest!

Aufgabe 270524:



Die Abbildung zeigt ein Regal, in dem Töpfe von genau drei verschiedenen Größen stehen. In jeder der Reihen I, II, III ergibt sich das gleiche Fassungsvermögen von genau 24 Litern.

Welches Fassungsvermögen hat jeweils ein Topf der verschiedenen Sorten?

Erkläre, wie sich für jede Topfsorte das Fassungsvermögen aus den Angaben über die Reihen I, II und III ergibt!

Überprüfe, daß bei deinen Ergebnissen sich wirklich für jede Reihe ein Fassungsvermögen von genau 24 Litern ergibt!

28. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 280511:

	9	

In jedes der acht freien Felder der Figur ist genau eine natürliche Zahl so einzutragen, daß die Summe der drei in jeder waagerechten und jeder senkrechten Reihe stehenden Zahlen jeweils 39 beträgt.

Finde eine derartige Eintragung, bei der neun Zahlen vorkommen, von denen keine zwei einander gleich sind!

Aufgabe 280512:

Aus den Ziffern 1, 2 und 3 sollen dreistellige Zahlen gebildet werden.

a) Jede dieser drei gegebenen Ziffern soll in jeder der zu bildenden Zahlen genau einmal vorkommen.

Schreibe alle dreistelligen Zahlen auf, die sich auf diese Art und Weise bilden lassen!

b) In weiteren dreistelligen Zahlen aus den drei gegebenen Ziffern dürfen Ziffern auch mehr als einmal auftreten; dafür brauchen sie nicht alle vorzukommen.

Schreibe alle diejenigen dreistelligen Zahlen auf, die nun zusätzlich zu den in a) aufgezählten Zahlen noch gebildet worden können!

Aufgabe 280513:

Vier gleich große Kisten mit gleichem Inhalt haben zusammen eine Masse von 132 kg.

Welche Masse hat dann der Inhalt einer Kiste, wenn die Masse aller vier leeren Kisten zusammen 12 kg beträgt?

Aufgabe 280514:

a) Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(1;9)$, $B(4;6)$ und $C(6;10)$!

Verbinde je zwei dieser drei Punkte durch eine Strecke!

Wieviel Verbindungsstrecken sind das insgesamt?

b) Zeichne zwei weitere Punkte D und E; wähle sie so, daß jede Verbindungsstrecke von zwei der fünf Punkte A, B, C, D, E keinen weiteren der fünf Punkte enthält! Verbinde je zwei der fünf Punkte durch eine Strecke!

Wieviel Verbindungsstrecken sind das insgesamt?

c) Man kann die in b) gesuchte Anzahl von Verbindungsstrecken auch durch eine Überlegung ermitteln, ohne die Punkte und die Strecken zu zeichnen.

   Beschreibe eine solche Überlegung!

d) Ermittle auf die in c) beschriebene Weise die Anzahl aller Verbindungsstrecken zwischen je zwei von zehn Punkten, für die dasselbe wie in b) gilt!

28. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 280521:

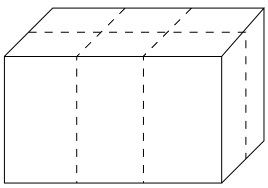
In einer Gaststätte, die aus einem Speisesaal und einem Grillrestaurant besteht, sind im Speisesaal genau 135 Plätze für die Gäste vorhanden. Die Anzahl der Plätze im Grillrestaurant beträgt ein Drittel von der Anzahl der Plätze im Speisesaal.

a) Wieviel Plätze stehen in der Gaststätte insgesamt zur Verfügung?

b) Im Sommer kommen noch Plätze im Freien hinzu. Ihre Anzahl ist doppelt so groß wie die Anzahl der Plätze im Grillrestaurant.

   Wie groß ist im Sommer das Platzangebot der Gaststätte?

Aufgabe 280522:



Das in der Abbildung abgebildete Paket ist von links nach rechts 45 cm lang, von vorn nach hinten 30 cm breit, und es ist 25 cm hoch. Es soll in der dargestellten Weise (gestrichelte Linie) mit Klebeband verklebt werden. Für das Überlappen von End- und Anfangsstücken sind zusätzlich *insgesamt* 10 cm Klebeband vorgesehen.

Wieviel Zentimeter Klebeband werden demnach insgesamt gebraucht? Wieviel Meter sind das?

Aufgabe 280523:

a) Zeichne eine Gerade g und ein Dreieck ABC, dessen Eckpunkt C auf g liegt, während A und B nicht auf g liegen, sondern sich auf verschiedenen Seiten der Geraden g befinden!

b) Von einer Verschiebung wird verlangt, daß bei ihr die Gerade g sich selbst als Bild hat und daß die Verschiebungsweite 6 cm beträgt.

   Wie viele solcher Verschiebungen gibt es insgesamt?

   Zeichne zu jeder dieser Verschiebungen einen Verschiebungspfeil!

c) Konstruiere das Bild des Dreiecks ABC bei jeder der in b) genannten Verschiebungen!

Aufgabe 280524:

a) In einer Kiste sind 3 grüne und 4 gelbe Kugeln und keine weiteren. Kerstin und Steffen überlegen, wieviel Kugeln sie mindestens aus der Kiste herausholen müssen, um zu sichern, daß von jeder Farbe (mindestens) eine dabei ist. Beim Herausholen der Kugeln soll nicht in die Kiste geschaut werden.

Kerstin meint, man müsse mindestens 5 Kugeln herausholen; dies würde aber auch ausreichen, um das Gewünschte zu sichern. Steffen ist dagegen der Ansicht, daß dafür schon 4 Kugeln reichen.

Wer von beiden hat recht? Begründe deine Entscheidung.

b) Jetzt seien in der Kiste 23 rote, 33 blaue, 21 schwarze, 21 weiße, 2 grüne Kugeln und keine weiteren.

Gib an und begründe, wieviel Kugeln man mindestens herausnehmen muß, um zu sichern, daß 6 dieser Kugeln einander gleiche Farbe haben!

Zeige, daß die von dir angegebene Zahl dafür auch ausreicht!

29. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 290511:

Kerstin erhält am 30. April zu ihrem Geburtstag von mehreren Verwandten Geld geschenkt. Sie hat nun genau 35 Mark in ihrer Sparbüchse und nimmt sich vor, in den folgenden Monaten fleißig Altstoffe zu sammeln, so daß sie am Ende jedes Monats genau 5 Mark in die Sparbüchse stecken kann.

Am Ende welchen Monats werden, wenn ihr Vorhaben gelingt, erstmals 55 Mark in der Sparbüchse sein?

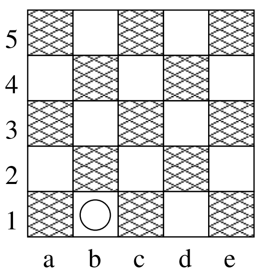
Aufgabe 290512:

Wenn man zwei zweistellige Zahlen hintereinanderschreibt, entsteht eine vierstellige Zahl.

Gib zwei zweistellige Zahlen so an, daß die Summe aus diesen beiden Zahlen und der daraus gebildeten vierstelligen Zahl genau 1 478 beträgt!

(Ein Nachweis, daß es nur eine einzige Möglichkeit für zwei solche Zahlen gibt, wird nicht verlangt. Du kannst aber versuchen, einen solchen Nachweis zu finden.)

Aufgabe 290513:



Das Bild zeigt ein Spielbrett mit einem Damestein auf dem Feld $b1$. Er darf, wie im Damespiel üblich, stets einen Schritt nach links oben oder nach rechts oben gehen. So kann er in vier Schritten auf die oberste Zeile (d.h. auf irgendeines der beiden Felder $b5$, $d5$) gelangen.

Gesucht ist die Anzahl aller verschiedenen Wege, auf denen dieses Ziel erreichbar ist. Gib diese Anzahl an und beschreibe, wie du sie gefunden hast!

Aufgabe 290514:

a) Zeichne in einem Koordinatensystem (Einheit 1 cm) ein Dreieck ABC mit $A(1;2)$, $B(3;2)$, $C(1;4)$!

b) Wähle $\overrightarrow{AB}$ als Verschiebungspfeil und zeichne das bei dieser Verschiebung aus dem Dreieck ABC entstehende Bild $A'B'C'$ in dasselbe Koordinatensystem!

c) Zeichne dazu noch das bei der Verschiebung $\overrightarrow{A'C}$ entstehende Bild $A''B''C''$ des Dreiecks $A'B'C'$!

d) Welche Dreiecke und welche Parallelogramme sind mit ihren vollständigen Seitenkanten in der nun entstandenen Gesamtfigur insgesamt enthalten? Zähle diese Dreiecke und Parallelogramme wie üblich durch Angabe ihrer Eckpunkte auf!

29. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 290521:

1			
		2	
	3		
			4

Die leeren Felder im Bild sind so mit Zahlen 1, 2, 3, 4 auszufüllen, daß jede dieser Zahlen in jeder Zeile und in jeder Spalte genau einmal vorkommt.

Gib alle solche Eintragungen an!

(Ein Beweis, daß es keine weiteren derartigen Eintragungen gibt, wird nicht verlangt.)

Aufgabe 290522:

Susanne besitzt 18 Spielwürfel. Einige davon sind rot, andere blau und die restlichen gelb. Sie stellt fest, daß die Anzahl der blauen Würfel um 1 kleiner ist als die doppelte Anzahl der roten Würfel. Weiter bemerkt sie, daß das Dreifache der Anzahl der roten Würfel, wenn man es um 1 vermehrt, gerade die Anzahl der gelben Würfel ergibt.

Zeige, daß Susannes Feststellungen nur bei einer einzigen Möglichkeit für die drei Anzahlen der roten, blauen und gelben Würfel wahr sein können! Gib diese drei Anzahlen an!

Aufgabe 290523:

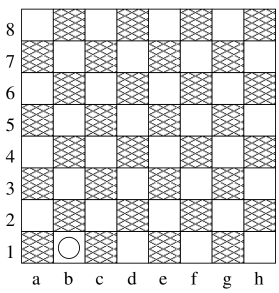
Gesucht ist eine natürliche Zahl z, die folgende Bedingungen erfüllt:

(1) An der Zehnerstelle von z steht die Ziffer 0.

(2) Wenn man aus z durch Weglassen der Ziffer 0 an der Zehnerstelle eine neue Zahl z' bildet und dann die Summe $z + z'$ ausrechnet so erhält man 5174.

Zeige, daß es nur eine Zahl geben kann, die diese Bedingungen erfüllt, und gib diese Zahl an! Überprüfe auch, daß die von dir angegebene Zahl z die Bedingungen erfüllt!

Aufgabe 290524:



Das Bild zeigt ein Spielbrett mit einem Damenstein aus dem Feld $b1$. Er darf, wie im Damespiel üblich, nur stets einen Schritt nach links oben oder nach rechts oben gezogen werden.

a) Ermittle die Anzahl aller Wege, auf denen der Stein von $b1$ bis zum Feld $g8$ gelangen kann!

b) Ermittle die Anzahl aller Wege, auf denen der Stein von $b1$ bis zum Feld $e8$ gelangen kann!

30. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 300511:

Die folgenden Figuren sollen jeweils in gleichgroße Teile zerlegt werden, d.h. in Teile, die alle denselben Flächeninhalt haben.

a) Zeichne ein gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge 5 cm und zeichne darin ein, wie es in zwei gleich große Teile zerlegt werden kann!

b) Zeichne ein weiteres gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge 5 cm und seine Zerlegung in drei gleich große Teile!

c) Zeichne für ein weiteres solches Dreieck eine Zerlegung in vier gleich große Teile!

d) Zeichne ein Quadrat der Seitenlänge 7 cm und eine Zerlegung dieses Quadrates in sieben gleich große Teile!

Aufgabe 300512:

Die Schüler Arnim, Bert, Conny und Detlef wohnen in verschiedenen Städten der DDR, und zwar jeder in genau einer der Städte Dresden, Magdeburg, Potsdam, Schwerin. Darüber macht Arnim folgende vier Aussagen:

(1) Ich bin weder aus Potsdam noch aus Dresden.

(2) Bert ist entweder aus Potsdam oder aus Schwerin.

(3) Conny ist weder aus Dresden noch aus Magdeburg.

(4) Detlef ist entweder aus Potsdam oder aus Magdeburg.

Stelle fest, ob alle diese Aussagen Arnims gleichzeitig wahr sein können! Begründe deine Feststellung!

Aufgabe 300513:

Fritz, Hans und Petra haben am Ostseestrand einen Beutel voll Muscheln gesammelt. Sie wissen nicht, wieviel Muscheln sie im Beutel haben.

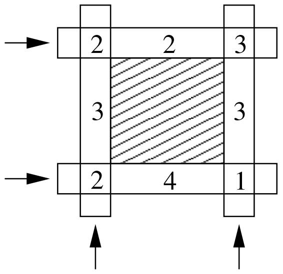
Fritz meint: ”Wenn man siebenmal hintereinander je 12 Muscheln aus dem Beutel nimmt, dann bleiben noch mehr als 6 Muscheln übrig.”

Hans meint: ”Wenn man aber neunmal hintereinander je 10 Muscheln aus dem Beutel nehmen wollte, dann würden die Muscheln dafür nicht ausreichen.”

Petra zählt nun die Muscheln nach und stellt fest: ”Keiner von euch beiden hat recht.”

Wieviel Muscheln waren insgesamt im Beutel?

Aufgabe 300514:



In einem Schema wie im Bild sollen natürliche Zahlen eingetragen werden. Das Bild zeigt ein Beispiel. Darin beträgt die Summe aller acht Zahlen 20. In jeder Zeile und in jeder Spalte (siehe die Pfeile) entsteht dieselbe Teilsumme, nämlich 7.

a) Gib zwei verschiedene Eintragungen an, bei denen jeweils die Summe aller acht Zahlen 30 beträgt und in jeder Zeile sowie in jeder Spalte die Teilsumme 8 entsteht!

b) Gib eine Eintragung an, bei der in jeder Zeile, und in jeder Spalte die Teilsumme 10 entsteht und die Summe aller acht Zahlen möglichst klein ist!

c) Gib eine Eintragung an, bei der die Summe aller acht Zahlen 24 beträgt und in jeder Zeile sowie in jeder Spalte ein einheitlicher Wert als Teilsumme entsteht, der möglichst klein ist!

Eine Begründung zu den Eintragungen wird nicht verlangt.

30. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 300521:

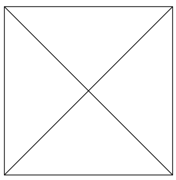


Abb. A 300521

a) Die Abbildung A 300521 zeigt eine Zerlegung eines Quadrates durch geradlinige Schnitte in vier Teilfiguren.

Gib an, wie sich aus diesen Teilfiguren zwei einander gleichgroße Quadrate zusammensetzen lassen! Als Lösung genügt eine Zeichnung der beiden neu zusammengesetzten Quadrate.

b) Stelle fest, ob man ein Quadrat durch geradlinige Schnitte so in sechs Teilfiguren zerlegen kann, daß sich aus ihnen zwei einander gleichgroße Quadrate zusammensetzen lassen!

Wenn eine solche Zerlegung möglich ist, genügt es als Lösung, eine solche Zerlegung und die beiden neu zusammengesetzten Quadrate zu zeichnen.

Aufgabe 300522:

Über das Alter der fünf Personen Antje, Dirk, Manuela, Susanne und Thomas werden folgende Angaben gemacht:

(1) Antje ist älter als Manuela, aber jünger als Susanne.

(2) Thomas ist genau so alt wie Antje und Manuela zusammen.

(3) Dirk ist älter als Antje und Susanne zusammen.

a) Zeige, daß aus diesen Angaben eindeutig folgt, wer die jüngste und wer die älteste dieser fünf Personen ist!

b) Stelle fest, ob aus den Angaben auch eindeutig folgt, welche Reihenfolge für die Altersangaben der übrigen drei Personen vorliegt! Begründe deine Feststellung!

Aufgabe 300523:

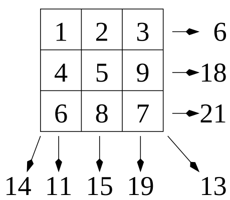


Abb. A 300523

a) Die Zahlen 1, 2, ..., 9 lassen sich so in ein Quadrat von 3 x 3 Feldern eintragen, daß keine zwei der acht Summen in den drei Zeilen, den drei Spalten und den beiden Diagonalen einander gleich sind. Die Abbildung A 300523 zeigt ein Beispiel hierfür.

Gib zwei weitere Beispiele an, die aus Abbildung A 300523 weder durch Spiegeln noch durch Drehen zu erhalten sind und die auch nicht auseinander durch Spiegeln oder Drehen hervorgehen!

b) Ist es möglich, in ein Quadrat von 2 x 2 Feldern die Zahlen 1, 2, 3, 4 so einzutragen, daß keine zwei der Summen in den Zeilen, den Spalten und den Diagonalen einander gleich sind?

Begründe Deine Antwort!

Aufgabe 300524:

An einem Sportwettkampf sollen 10 Mannschaften teilnehmen. Sie sollen so mit einfarbigen Turnhemden und mit einfarbigen Turnhosen ausgestattet werden, daß sie an den damit erreichbaren Farbkombinationen voneinander zu unterscheiden sind.

a) Welches ist die kleinste Anzahl von Farben, mit der das zu erreichen ist?

b) Wie lautet die Antwort, wenn zusätzlich verlangt wird, daß bei jeder Mannschaft die beiden Farben von Turnhemd und Turnhose voneinander verschieden sind?

Begründe deine beiden Antworten!

31. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 310511:

a) In die neun Felder eines 3×3 - Quadrates sollen die Zahlen 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33 so eingetragen werden, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:

   In jeder Zeile kommt jede der Ziffern 1, 2, 3 sowohl an der Einerstelle als auch an der Zehnerstelle je genau einmal vor. Dasselbe gilt auch in jeder Spalte.

b) In die Felder eines 4×4 - Quadrates sollen die zweistelligen Zahlen eingetragen werden, die sich unter Verwendung der Ziffern 1, 2, 3, 4 bilden lassen. Dabei sollen für die Ziffern 1, 2, 3, 4 dieselben Bedingungen wie bei a) erfüllt sein.

Gib je eine geforderte Eintragung an!

Stelle bei a) und b) jeweils fest, ob sich zwei Eintragungen finden lassen, die sich nicht durch Vertauschen von Zeilen oder Spalten miteinander, durch Vertauschen von Spalten miteinander oder durch Umwandeln der Zeilen in Spalten (oder durch mehrere solche Vorgänge) ineinander überführen lassen!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 310512:

Maik trifft sich mit sechs Mitschülern. Einer davon hat den Vornamen Heino, einer den Vornamen Torsten, und vier heißen mit Vornamen Steffen. Ferner haben vier von diesen sieben Schülern den Familiennamen Lehmann, einer heißt mit Familiennamen Krull und zwei haben den Familiennamen Pfitzner, aber unterschiedliche Vornamen.

a) Zeige, daß für zwei der sieben Schüler der Vor- und Familienname eindeutig aus diesen Angaben hervorgeht! Gib den Vor- und Familiennamen dieser beiden Schüler an!

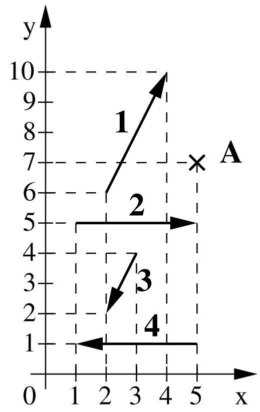
b) Untersuche, ob noch für weitere Schüler Vor- und Familiennamen eindeutig aus den Angaben hervorgeht oder ob für jeden weiteren Schüler mehr als eine Möglichkeit besteht, die obigen Angaben durch Zusammenstellen von Vor- und Familiennamen zu erfüllen!

Aufgabe 310513:

Die Abbildung zeigt einen Punkt A und vier Verschiebungspfeile 1, 2, 3, 4. Verschiebt man den Punkt nacheinander mit zwei dieser Verschiebungspfeile, so erhält man einen Punkt A''.

Stelle fest, welche zwei Verschiebungspfeile Du nehmen mußt, damit A'' möglichst weit von A entfernt ist!

Eine Begründunge wird nicht verlangt.



Aufgabe 310514:

Thomas schreibt die Zahl 2 375 246 895 an die Tafel und erklärt, sie sei durch Hintereinanderschreiben von drei Zahlen entstanden. Diese drei Zahlen habe er der Größe nach geordnet aufgeschrieben, beginnend mit der kleinsten. Keine der drei Zahlen enthalte eine Ziffer zweimal.

a) Sebastain vermutet, die drei Zahlen seien 2, 375 und 246 895; denn sie entsprechen den Angaben von Thomas. Werner entgegnet: ”Die Angaben von Thomas können auch durch drei andere Zahlen erfüllt werden.” Stimmt das? Begründe Deine Antwort!

b) Ändere in der von Thomas angeschriebenen Zahl eine Ziffer so, daß es dann nur noch genau eine Möglichkeit gibt, die Angaben durch drei Zahlen zu erfüllen. Nenne (bei der von Dir gewählten Änderung) diese eine Möglichkeit für die drei Zahlen! Ein Begründung wird nicht verlangt.

31. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 310521:

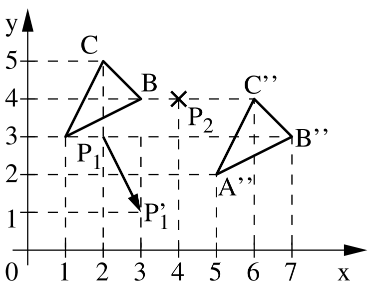
Blaue, gelbe und rote Würfel sollen in eine Reihe gelegt werden. Der erste Würfel der Reihe soll blau, der zweite soll gelb sein. In der Reihe sollen niemals zwei gleichfarbige Würfel nebeneinander liegen, und es soll sich auch niemals die Farbfolge von zwei nebeneinanderliegenden Würfeln wiederholen.

a) Nenne ein Beispiel für eine Reihe, die diese Bedingungen erfüllt und nicht mehr durch Anlegen eines weiteren Würfels verlängert werden kann!

b) Es gibt insgesamt vier solche Reihen; sie sind nicht alle gleichlang. Nenne alle diejenigen, die möglichst große Länge haben!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 310522:



In der Abbildung sind gegeben: Zwei Dreiecke ABC und $A''B''C''$, ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_1'}$ sowie ein Punkt P_2.

a) Konstruiere das Bild $A'B'C'$ des Dreiecks ABC bei der Verschiebung mit dem Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_1'}$!

b) Konstruiere den bei P_2 beginnenden Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_2P_2'}$ derjenigen Verschiebung, bei der $A'B'C'$ das Bild $A''B''C''$ hat!

Eine Beschreibung der Konstruktionen wird nicht verlangt.

Aufgabe 310523:

Nach einem 100 m-Lauf, an dem 5 Sportler teilnahmen, fragt jemand, in welcher Reihenfolge sie ins Ziel kamen. Gert erinnert sich:

(1) Achim kam eher ins Ziel als Christian.

(2) Zeitgleich mit Emil kam kein anderer ins Ziel, und zwar war Emil der Dritte oder der Vierte.

(3) Frank kam nicht eher ins Ziel als Bernd.

(4) Frank kam jedoch eher ins Ziel als Achim.

Nenne alle hiernach bestehenden Möglichkeiten der Reihenfolge! Zeige, daß nur bei den von dir genannten Möglichkeiten Gerts Aussagen wahr sind!

Hinweis: Beachte, daß es für die gesuchten Möglichkeiten der Reihenfolge einen Unterschied bedeutet, ob zwei Sportler gleichzeitig ins Ziel kamen oder nicht!

Aufgabe 310524:

Klaus möchte an die Ecken eines Achtecks die Zahlen 1, 2, ... , 8 schreiben, an jede Ecke eine Zahl. Er will dann für jede Ecke die Summe aus den drei Zahlen bilden, die an dieser Ecke und an ihren beiden Nachbarecken stehen. Er möchte erreichen, daß jede der so gebildeten acht Summen

a) größer als 11 ist,

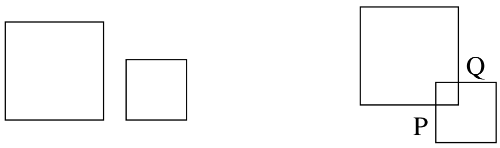
b) größer als 13 ist.

Gib für jedes der beiden Vorhaben a), b) an, ob es sich erfüllen läßt! Ist es erfüllbar, so belege dies durch ein Beispiel mit der Angabe der acht Summen! Ist das betreffende Vorhaben a) bzw. b) nicht erfüllbar, so begründe, warum nicht!

32. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 320511:
Gegeben seien zwei unterschiedlich große Quadrate, wie sie hier dargestellt sind:



Bei der linken Abbildung haben sie keinen gemeinsamen Punkt, bei der rechten genau zwei, nämlich P und Q. Wie können die Quadrate liegen, wenn sie genau

(a) einen Punkt
(b) drei Punkte
(c) vier Punkte
(d) fünf Punkte
(e) sechs Punkte
(f) sieben Punkte

gemeinsam haben sollen?

Zeichne die Quadrate in diesen verschiedenen Lagen.

Aufgabe 320512:
Gesucht ist die größte sechsstellige Zahl, für die folgendes gilt:

a) Die Zahl ist gerade.
b) Die Zehnerziffer stellt eine dreimal so große Zahl dar wie die Zehntausenderziffer.
c) Die Einer- und die Tausenderziffer kann man vertauschen, ohne daß sich die sechsstellige Zahl ändert.
d) Die Hunderterziffer stellt eine halb so große Zahl dar wie die Hunderttausenderziffer.

Aufgabe 320513:
Vergleiche der Körpergrößen ergaben:

Jan ist größer als Steffi, Anna kleiner als Ingo, Franziska kleiner als Jan, Steffi kleiner als Moritz, Franziska kleiner als Moritz, Franziska größer als Steffi, Steffi kleiner als Anna, Anna kleiner als Moritz, Jan kleiner als Anna, Moritz größer als Ingo.

(a) Ordne diese Kinder nach ihrer Größe, beginnend mit dem kleinsten Kind.

(b) Welche der angegebenen zehn Vergleiche hätten ausgereicht, um die Aufgabe eindeutig zu lösen? Warum?

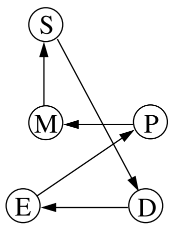
Aufgabe 320514:

Ein 6 m 30 cm langer Kupferdraht ist in drei Teile zu unterteilen. Der erste Teil soll 30 cm länger als der zweite Teil sein und der dritte Teil 60 cm länger als der zweite. Wie lang wird jeder der Teile?

32. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 320521:



Ein Handelsvertreter mit Wohnsitz in Dresden (D) möchte jede der Städte Erfurt (E), Magdeburg (M), Potsdam (P), Schwerin (S) genau einmal aufsuchen und danach zu seinem Wohnsitz zurückkehren. Die erste auswärtige Stadt dieser Reise soll Erfurt sein, die Reihenfolge der anderen Städte ist noch nicht festgelegt. Die Abbildung zeigt eine mögliche Reiseroute.

Gib alle Reiserouten an, die unter den genannten Bedingungen gewählt werden können! Wieviele Reiserouten sind das insgesamt? Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 320522:

In einem Schrank befinden sich 11 karierte, 7 liniierte und 12 unliniierte Schreibblöcke und keine weiteren. Es ist zu dunkel, um die Blöcke unterscheiden zu können, und sie liegen ungeordnet.

Jemand will eine Anzahl Schreibblöcke herausnehmen und erst dann feststellen, wieviele Blöcke der einzelnen Sorten er herausgenommen hat.

a) Welches ist die kleinste Anzahl von Blöcken, durch deren Herausnehmen gesichert wird, daß sich unter den herausgenommenen Blöcken auch 5 karierte befinden?

b) Welches ist die kleinste Anzahl von Blöcken, durch deren Herausnehmen gesichert wird, daß sich unter den herausgenommenen Blöcken auch 5 befinden, die von einander gleicher Sorte sind?

Begründe deine Antworten, indem du jedesmal nachweist, daß die von dir angegebene Anzahl, aber keine kleinere Anzahl, das Gewünschte sichert!

Aufgabe 320523:

Zeichne fünf Rechtecke! Zu jedem dieser Rechtecke sollen dann zwei Geraden gezeichnet werden, die den Rand des Rechtecks schneiden und dabei das betreffende Rechteck in folgende Figuren zerlegen:

a) Zwei Dreiecke und ein Viereck.

b) Ein Dreieck und zwei Vierecke.

c) Ein Dreieck und drei Vierecke.

d) Ein Dreieck, ein Viereck und ein Fünfeck.

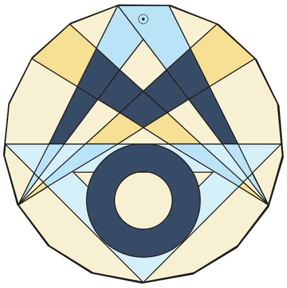
e) Zwei Dreiecke und ein Sechseck.

Führe diese Zeichnungen aus! Begründungen werden nicht verlangt

Aufgabe 320524:

In einem Haus mit Erdgeschoß und drei weiteren Etagen wohnen 72 Personen. In der zweiten Etage sind es 7 Personen mehr als in der ersten, in der dritten 6 Personen mehr als in der ersten. Da im Erdgeschoß außer Wohnungen auch ein Geschäft ist, wohnen dort 12 Personen weniger als in der ersten Etage.

Wieviele Personen wohnen im Erdgeschoß und in jeder der weiteren Etagen? Begründe, wie sich diese Personenzahlen aus den obigen Angaben herleiten lassen und überprüfe, daß bei den von dir angegebenen Zahlen diese Angaben zutreffen!



33. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 330511:

Bernd fragt seinen Großvater: "Wieviele Jahre mag dieses Foto alt sein?" Er bekommt zur Antwort: "Addiere die größte einstellige Zahl und die größte zweistellige Zahl und die größte dreistellige Zahl! Dann subtrahiere die kleinste vierstellige Zahl, und du erhältst die Altersangabe."

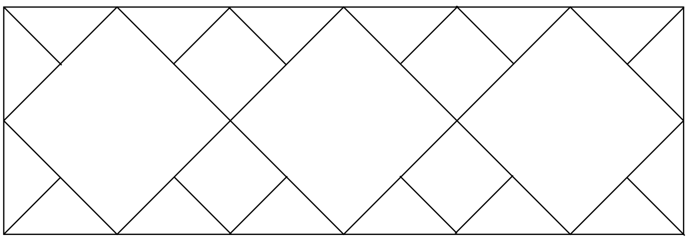
Aufgabe 330512:

Bei einer Geburtstagsfeier wird ein Spiel mit blauen Spielmarken und ebenso vielen roten Spielmarken gespielt. Nach einiger Zeit hatte jedes Kind 12 blaue und 15 rote Spielmarken bekommen, und es waren noch 48 blaue und 15 rote Spielmarken übrig.

Wieviele Kinder spielten dieses Spiel?

Aufgabe 330513:

Kann man die Felder der Abbildung so mit den Farben Blau, Rot, Gelb färben, daß jede Farbe eine gleichgroße Gesamtfläche bedeckt wie jede andere Farbe und daß niemals zwei Farben längs einer Strecke zusammenstoßen? Wenn das möglich ist, stelle eine solche Färbung her! Eine Begründung wird nicht verlangt.



Aufgabe 330514:

Die Zahlen 100 und 90 sollen beide durch eine gesuchte Zahl geteilt werden. Im ersten Fall soll der Rest 4 und im zweiten Fall der Rest 18 bleiben.

Zeige, daß es hierfür genau eine gesuchte Zahl gibt; finde sie und bestätige, daß sie das Verlangte leistet!

33. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 330521:

In einer kleinen Stadt stehen auf einer Straße am linken und am rechten Straßenrand insgesamt 47 Laternen. Auf jeder Straßenseite beträgt der Abstand zwischen je zwei benachbarten Laternen 35 m. Am linken Straßenrand steht je eine Laterne genau am Anfang und am Ende der Straße.

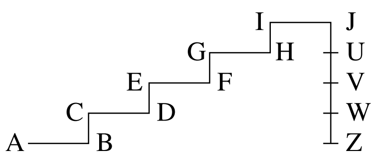
Wie lang ist diese Straße?

Aufgabe 330522:

Rolf sucht vierstellige Zahlen, in denen keine zwei gleichen Ziffern vorkommen. Der Unterschied zwischen der Zehner- und der Hunderterziffer soll 3 betragen, der Unterschied zwischen der Hunderter- und der Tausenderziffer soll 4 betragen. Beim Berechnen dieser Unterschiede soll es nicht auf die Reihenfolge der betreffenden beiden Ziffern ankommen.

Wieviele vierstellige Zahlen der gewünschten Art gibt es insgesamt? Begründe, warum es nicht mehr als von dir angegeben sein können!

Aufgabe 330523:



Die Abbildung zeigt eine treppenartig aufsteigende Linie $ABCDEFGHIJ$ und eine abwärtsgehende Strecke JZ. Alle Winkel bei B, C, D, E, F, G, H, I, J sind rechte Winkel. Die Strecken BC, DE, FG, HI haben einander gleiche Länge, doppelt so lang sind AB, CD, EF, GH, IJ, und viermal so lang ist JZ. Diese Strecke ist in vier gleichlange Strecken JU, UV, VW, WZ zerlegt.

a) Konstruiere eine derartige Figur $ABCDEFGHIJUVWZ$!

b) Finde dann durch Konstruktion die Anzahl der Schnittpunkte, die beim Schnitt der Treppenlinie $ABCDEFGHIJ$

   (1) mit der Strecke AJ zwischen A und J,

   (2) mit der Strecke AU zwischen A und U,

   (3) mit der Strecke AV zwischen A und V,

   (4) mit der Strecke AW zwischen A und W

   vorkommen!

Aufgabe 330524:
Rita berechnet die drei Zahlen

$$1 + 9 - 9 + 3 = a, \qquad 1 \cdot 9 + 9 - 3 = b, \qquad 1 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 3 = c.$$

Sie betrachtet weitere Möglichkeiten, in die Kästchen der Zeile

$$1 \square 9 \square 9 \square 3 =$$

Zeichen einzusetzen, die entweder + oder − oder · sind. Dabei sucht sie alle diejenigen Einsetzungen, bei denen die auszurechnende Zahl größer als 30, aber kleiner als 100 ist.

Finde alle diese Einsetzungen; weise nach, daß du alle gefunden hast! Addiere die dabei entstandenen auszurechnenden Zahlen! Zur so gefundenen Summe addiere weiterhin das Produkt der beiden kleinsten unter den zwischen 30 und 100 gefundenen Zahlen! Addiere schließlich die oben als a, b und c berechneten Zahlen!

34. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 340511:

In einer Schachtel liegen 20 Buntstifte. Jeder Stift hat eine der Farben blau, gelb, rot, violett. Jede Farbe kommt mindestens einmal vor. Es gibt mehr blaue Stifte als gelbe, es gibt ebenso viele gelbe Stifte wie rote, es gibt weniger violette Stifte als rote.

Gib *alle* hiernach möglichen Verteilungen an! (Eine *Verteilung* wird angegeben, indem man angibt, wie viele Stifte von jeder Farbe in der Schachtel liegen.)

Aufgabe 340512:

Xaver und Yvette berichten: Jeder von uns hat sich eine natürliche Zahl gedacht. Wir haben diese Zahlen uns gegenseitig mitgeteilt.

Xaver sagt: Der Nachfolger meiner Zahl ist durch den Nachfolger von Yvettes Zahl teilbar.

Yvette sagt: Die Summe aus dem Nachfolger meiner Zahl und dem Nachfolger von Xavers Zahl ist eine ungerade Zahl.

Anette läßt sich das Produkt von Xavers Zahl und Yvettes Zahl sagen: Es beträgt 36.

Nenne zwei Zahlen, für die diese Aussagen zutreffen! Zeige, daß es keine weiteren derartigen Zahlen gibt!

Hinweis: Der Nachfolger einer natürlichen Zahl ist die um 1 größere Zahl. Beispielsweise hat 115 den Nachfolger 116.

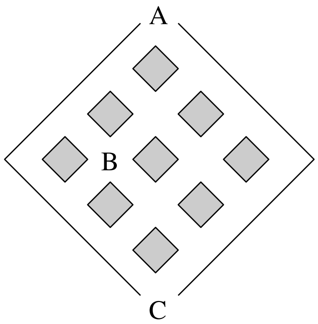
Aufgabe 340513:

$$\begin{array}{ccccccc}
\square & \square & 8 & \cdot & 4 & \square & \square \\
\hline
 & 1 & 4 & 3 & \square & & \\
 & & 2 & 1 & \square & \square & \\
 & & & \square & \square & \square & 6 \\
\hline
 & \square & \square & \square & \square & \square & \square
\end{array}$$

In die leeren Felder der Abbildung sind derart Ziffern einzutragen, daß eine richtig gerechnete Multiplikationsaufgabe entsteht. Dabei soll die Regel beachtet werden, daß in jeder Zeile am Anfang eine von 0 verschiedene Ziffer steht.

Zeige, daß es genau eine Eintragung der gesuchten Art gibt!

Aufgabe 340514:



In das Gefäß aus der Abbildung können Kugeln durch die Öffnung A hineinfallen. Auf ihrem Weg nach unten werden sie jedesmal, wenn sie an die obere Ecke eines Hindernisses kommen, entweder nach links oder nach rechts abgelenkt.

a) Wieviele derartige Wege von A nach B gibt es insgesamt?

b) Wieviele derartige Wege von B nach C gibt es insgesamt?

c) Wieviele derartige Wege von A über B nach C gibt es insgesamt?

d) Wieviele derartige Wege von A nach C gibt es insgesamt?

Erläutere für wenigstens eine der Teilaufgaben a), b), c), d), wie du die gesuchte Anzahl möglicher Wege gefunden hast!

34. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 340521:

In einem Zirkus treten vier Artisten auf. Sie heißen Meier, Neumann , Opitz und Pfeifer. Ihre Vornamen sind, möglicherweise in anderer Reihenfolge: Dieter, Erich, Fritz und Gert.

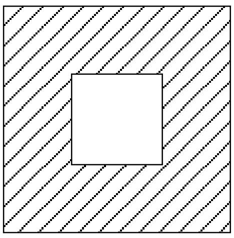
Außerdem ist bekannt:

(1) Die Reihenfolge ihrer Auftritte ist: Pfeifer, Fritz, Meier, Erich.

(2) Diese Auftritte sind, möglicherweise in anderer Reihenfolge: Dieter jongliert, Erich zaubert, Neumann tritt als Clown auf und Pfeifer arbeitet auf dem Drahtseil.

Zeige, daß durch diese Angaben für jeden der Artisten Meier, Neumann, Opitz und Pfeifer eindeutig bestimmt ist, welchen Vornamen er hat! Nenne diese vier zusammengehörenden Vor- und Familiennamen!

Aufgabe 340522:



Die Abbildung zeigt eine ringförmige Fläche. Sie wird von einem Quadrat der Seitenlänge 4 cm und einem Quadrat der Seitenlänge 2 cm eingeschlossen. Beide Quadrate haben denselben Mittelpunkt, jede Seite des kleinen Quadrats ist zu einer Seite des großen Quadrates parallel. Nun sollen mehrere Geraden gezeichnet werden, so daß sie, genügend verlängert, die ringförmige Fläche in Teilflächen zerlegen. Die Teilflächen einer Zerlegung sollen einander gleiche Größe und gleiche Form haben. Folgende Anzahlen sollen erreicht werden:

Aufgabe	Anzahl der Geraden	Anzahl der entstehenden Teilflächen
(a)	2	4
(b)	3	6
(c)	4	8
(d)	6	12

Fertige zu *jeder* der Aufgaben (a), (b), (c), (d) eine Zeichnung an!

Zu *zwei* der Aufgaben (a), (b), (c), (d) fertige noch je eine weitere Zeichnung an, in der die Teilflächen von anderer Gestalt sind als in den vorigen Zeichnungen!

Eine Begründung oder Beschreibung wird nicht verlangt.

Aufgabe 340523:

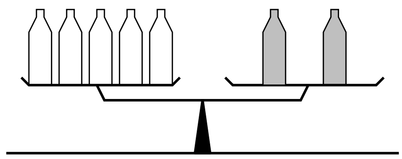
Man kann jede natürliche Zahl 1, 2, 3, ... als eine Summe darstellen, in der jeder Summand eine 1 oder eine 2 ist. Zum Beispiel gibt es für die Zahl 3 unter Beachtung der Reihenfolge genau die Darstellungen

$$\begin{aligned} 3 &= 1+1+1 \\ &= 1+2 \\ &= 2+1 \end{aligned}$$

(a) Gib auch für jede der Zahlen 4, 5 und 6 alle Darstellungen an!

(b) Wie groß ist für jede der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 jeweils die Anzahl aller Darstellungen? Finde *eine Gesetzmäßigkeit, die für diese sechs Anzahlen gilt* ! Wie viele Darstellungen muß es - wenn die von dir genannte Gesetzmäßigkeit sogar allgemein gilt - für die Zahl 10 geben?

Aufgabe 340524:



Auf einer Waage sind fünf links stehende leere Mineralwasserflaschen mit zwei rechts stehenden vollen im Gleichgewicht (siehe Abbildung).

(a) Britta füllt zwei leere Flaschen mit Mineralwasser und erreicht dann, daß wieder Gleichgewicht eintritt, indem sie auf die rechte Waagschale leere Flaschen dazustellt. Wie viele leere Flaschen sind das?

(b) Jan entleert dann eine der rechts stehenden Flaschen und nimmt von der linken Waagschale eine leere Flasche weg. Welche Waagschale neigt sich nun nach unten?

(c) Pia nimmt alle Flaschen von der Waage und stellt dann links zwei volle Flaschen und eine leere Flaschen auf, rechts eine volle Flasche und drei leere Flaschen. Welche Waagschale neigt sich nun nach unten?

34. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 340531:

Fritz hat geträumt, er bekäme ein Paket voller Gummibärchen, wenn er drei Aufgaben (a), (b), (c) löst. Obwohl es nur ein Traum war und er nicht weiß, ob die Zahlen des Traumes genau stimmen, möchte er die Aufgaben doch lösen.

In seinem Traum hieß es:

> Ein Paket enthält 1 000 Gummibärchen. Sie sind in 50 Tüten verteilt. Der Inhalt einer Tüte kostet 1,60 DM. Ein Kilogramm Gummibärchen kostet 20 DM. In jeder Tüte ist dieselbe Anzahl Gummibärchen wie in jeder anderen Tüte. Jedes Gummibärchen wiegt ebenso viel und kostet ebenso viel wie jedes andere Gummibärchen.

Die Aufgaben lauten:

(a) Wieviel kosten zusammengenommen die Gummibärchen in einem Paket?

(b) Wieviel wiegt der Inhalt einer Tüte?

(c) Wieviel wiegt ein Gummibärchen?

Gib die Lösungen zu (a), (b), (c) an und begründe, wie du sie erhalten hast!

Aufgabe 340532:

Aus genau 4 Stäbchen, von denen jedes etwas weniger als 1 cm Länge hat, läßt sich ein kleines Quadrat der Seitenlänge 1 cm legen:

```
 _
|_|
```

Für ein Quadrat, das aus vier der zuvor betrachteten kleinen Quadrate besteht, benötigt man genau 12 Stäbchen:

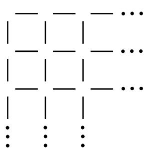
```
 _ _
|_|_|
|_|_|
```

(a) Wie viele Stäbchen genau benötigt man für ein Quadrat, das aus

(1) neun,

(2) sechzehn

dieser kleinen Quadrate besteht?

(b) 

Wie viele Stäbchen genau benötigt man, um mit diesen kleinen Quadraten ein Quadratgitter auszulegen, das 1 m lang und 1 m breit ist?

Eine Begründung wird nicht verlangt. (Allerdings ist zu empfehlen, zur Sicherheit Überlegungen anzugeben, wie sich die gesuchten Zahlen finden lassen, besonders die in (b) gesuchte Zahl.)

Aufgabe 340533:

Annette, Bernd, Christiane, Dieter und Ruth spielen folgendes Spiel: die vier Kinder außer Ruth verabreden, daß eines von ihnen einen Brief bei sich versteckt und daß dann jedes dieser Kinder drei Aussagen macht, von denen mindestens zwei wahr sind. Ruth, die nur diese Regeln und die Aussagen der vier erfährt, soll herausfinden, wer den Brief hat. Eines der vier Kinder Annette, Bernd, Christiane, Dieter hatte sich das Spiel ausgedacht, sie wissen auch, wer es war; nur Ruth weiß das nicht. Folgende Aussagen werden gemacht:

Annette:	Ich habe den Brief nicht. Entweder hat Bernd den Brief, oder Bernd hat den Brief nicht. Christiane hat sich das Spiel ausgedacht.
Bernd:	Wenn ich den Brief nicht habe, dann hat ihn Dieter. Ich habe den Brief nicht. Annette oder Christiane oder Dieter hat den Brief.
Christiane:	Entweder Bernd oder Dieter hat den Brief. Bernd hat drei wahre Aussagen gemacht. Annette hat den Brief nicht.
Dieter:	Wenn ich den Brief nicht habe, dann hat ihn Christiane. Ich habe den Brief nicht. Alle drei Aussagen von Christiane sind wahr.

Untersuche, ob durch die Regeln und die Aussagen eindeutig bestimmt ist, wer den Brief hat! Wenn das der Fall ist, gib diesen Spieler an! Stelle dann auch fest, ob alle Aussagen den Regeln entsprechen, wenn der Brief bei dem von dir angegebenen Spieler ist!

Aufgabe 340534:

In einem Schachverein wurde ein Turnier für Anfänger und für Fortgeschrittene durchgeführt. Jeder Anfänger spielte gegen jeden anderen Anfänger genau zwei Partien; jeder Fortgeschrittene spielte gegen jeden anderen Fortgeschrittenen genau zwei Partien. Diese Partien wurden so angesetzt, daß an jedem von genau 28 Spieltagen genau 3 Partien gespielt wurden. Es nahmen an dem Turnier mehr Anfänger als Fortgeschrittene teil.

Zeige, daß durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist, wieviele Anfänger und wieviele Fortgeschrittene an dem Turnier teilnahmen! Nenne diese beiden Anzahlen!