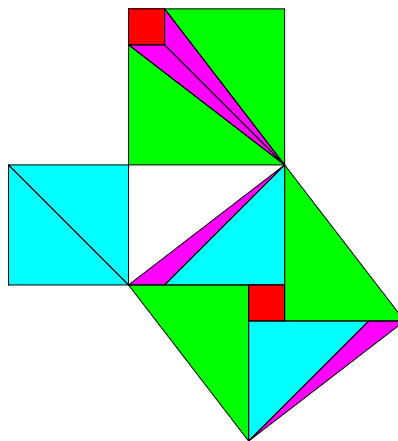
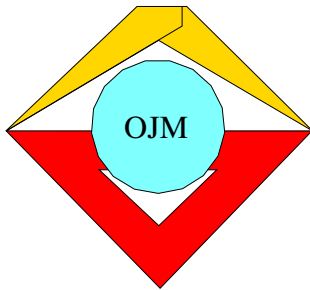




1. - 34. Olympiade - Klasse 5

Aufgaben und Lösungen





1. Mathematik-Olympiade
 1. Stufe (Schulolympiade)
 Klasse 5
 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 010511:

Im Rechenschaftsbericht an den XXII. Parteitag der KPdSU heißt es, daß an die Bevölkerung der Sowjetunion im Jahre 1953 insgesamt 1 757 000 t, im Jahre 1960 aber 4 158 000 t Fleisch und Fleischerzeugnisse verkauft wurden. Wieviel Tonnen Fleisch und Fleischerzeugnisse wurden 1960 mehr verkauft als 1953?

Aufgabe 010512:

Im Werkunterricht sollen Reagenzglasständer für je 5 Reagenzgläser hergestellt werden. Das obere Brettchen ist 160 mm lang. Es soll 5 Bohrungen von je 18 mm Durchmesser erhalten. Der Abstand der ersten bzw. letzten Lochmitte von den Brettchenenden beträgt je 24 mm. Alle Bohrungen sollen untereinander gleichen Abstand haben.

- Wie groß ist der Abstand von Lochmitte zu Lochmitte?
- Wie groß sind die Zwischenräume zwischen den Bohrlochrändern?

Aufgabe 010513:

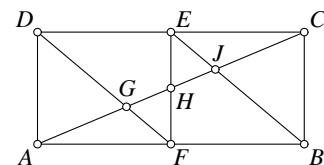
Ersetze die fehlenden Ziffern!

$$\begin{array}{r}
 * * * \cdot * 2 \\
 \hline
 * 0 8 \\
 * 6 * \\
 \hline
 * 1 2 *
 \end{array}$$

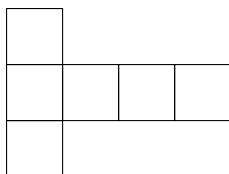
Wie hast du die fehlenden Ziffern gefunden?

Aufgabe 010514:

Wieviel Dreiecke sind in der Figur enthalten? Schreibe alle Dreiecke auf (z. B. ABC)!

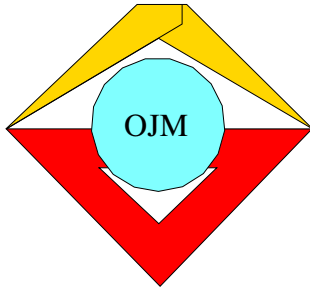


Aufgabe 010515:



Die Abbildung zeigt das Netz eines Würfels.

Es gibt noch andere Möglichkeiten, das Netz eines Würfels zu zeichnen. Versuche, 5 andere Würfelnetze zu finden, und zeichne sie möglichst genau (Kantenlänge $a = 2$ cm)!



1. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 010521:

Im Jahre 1961 wurden in der DDR 70 000 t Schlachtvieh und Geflügel, 115 000 t Milch und 300 000 000 Eier mehr auf den Markt gebracht als im Jahre 1960. Die Einwohnerzahl unserer Republik beträgt rund 17 000 000. Wieviel Schlachtvieh und Geflügel, wieviel Milch und wieviel Eier konnte jeder Bürger unserer Republik im Jahre 1961 zusätzlich verbrauchen? Runde auf volle Kilogramm bzw. volle Stückzahlen!

Aufgabe 010522:

Bei einem Probeflug von Moskau zur sowjetischen Südpolar-Beobachtungsstation Mirny über insgesamt 25 300 km legte ein Flugzeug vom Typ „IL 18“ die letzten 6 700 km in zwei Etappen zurück. Dabei war die erste Etappe um rund 1 700 km länger als die zweite. Wieviel Kilometer betragen die beiden Etappen?

Aufgabe 010523:

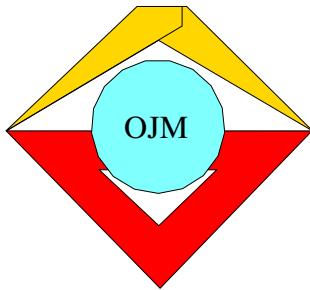
Jemand behauptet, er könne 30 Äpfel so unter 3 Kinder (ungleichmäßig) verteilen, daß jedes Kind eine ungerade Anzahl Äpfel erhält. Ist das möglich? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 010524:

Aus einem Holzbrettchen von der Länge $a = 60$ cm und der Breite $b = 15$ cm sollen 12 kleine Brettchen von der Größe 5 cm mal 15 cm ausgesägt werden. Lutz bemüht sich, mit möglichst wenig Sägeschnitten auszukommen. Wieviel Schnitte muß er mindestens durchführen? (Das Sägen „im Paket“ soll dabei nicht gestattet sein.) Wieviel Zentimeter beträgt der Sägeweg?

Aufgabe 010525:

Zeichne ein beliebiges Dreieck und nenne seine Winkel α , β und γ ! Konstruiere mit Zirkel und Lineal außerhalb des Dreiecks den Winkel $\alpha + \beta + \gamma$! Wie groß ist der konstruierte Winkel vermutlich?



2. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 020511:

Beim Aufbau des Berliner Stadtzentrums entsteht am Alexanderplatz das „Haus des Lehrers“. Zuerst wurde die Baugrube ausgehoben. Dabei mußten etwa $7\,100\text{ m}^3$ Boden abtransportiert werden:

- a) Wieviel Muldenkipperladungen waren das, wenn ein Kipper 4 m^3 Boden transportieren kann?
- b) Wie lang wäre der für den gesamten Transport nötige „Muldenkipperzug“ gewesen, wenn jeder Muldenkipper eine Länge von 3 m hat?

Aufgabe 020512:

„Genau eine Million zweihundertneuntausendsechshundert Sekunden dauert es, bis wir uns wieder treffen“, sagt Walter, der gern mit großen Zahlen rechnet, zu Rolf, als sie sich am 10. Mai um 12.00 Uhr verabschieden.

Wann treffen die beiden wieder zusammen?

Aufgabe 020513:

Zwei Pioniergruppen wollen an einem Sonntag eine Wanderung nach dem zwölf Kilometer entfernten Neuendorf machen. Die erste Gruppe will um 8.00 Uhr aufbrechen. Sie legt in jeder Stunde 4 km zurück. Die andere Gruppe macht eine Radwanderung und kann in jeder Stunde 12 km schaffen.

Wann muß sie aufbrechen, wenn beide Gruppen gleichzeitig in Neuendorf eintreffen wollen?

Aufgabe 020514:

Bei dieser Multiplikationsaufgabe sind einige Ziffern unleserlich. Sie sollen ergänzt werden.

Beschreibe, wie du die fehlenden Ziffern gefunden hast!

$$\begin{array}{r}
 4 * * \cdot * 2 * \\
 * 3 * * \\
 * 1 2 \\
 * * 4 * \\
 \hline
 * * * * * 8
 \end{array}$$

Aufgabe 020515:

An einem Tisch sitzen sieben Schüler. Einer hört auf den Vornamen Fred, einer heißt Willi, vier heißen Lutz und einer heißt Christian. Weiter wissen wir nur, daß unter ihnen zwei Brüder mit dem Familiennamen Scheibner, einer mit dem Zunamen Franke und vier Schüler mit dem Namen Schulz sind.

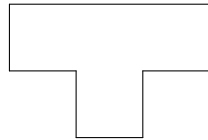
- a) Von wem können wir mit absoluter Sicherheit Vor- und Zunamen angeben?

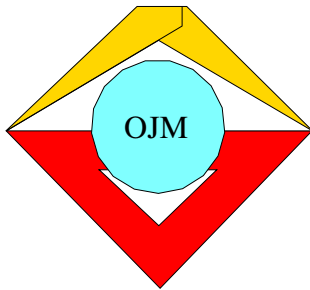


a) Warum muß er so heißen?

Aufgabe 020516:

Wer kann die Figur mit einem Scherenschnitt so zerschneiden, daß die Teile zu einem Quadrat zusammengelegt werden können? Wer findet dazu zwei völlig verschiedene Möglichkeiten? (Es ist gut, wenn man sich eine entsprechende Figur aus Papier ausschneidet und es damit versucht.)





2. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 020521:

Während der Herbstferien waren viele Oberschüler im Ernteeinsatz. Dabei sammelte jeder der 1 200 Schüler eines Stadtbezirkes durchschnittlich 8 dt Kartoffeln täglich. Die Schüler arbeiteten 4 Tage.

- a) Wieviel Kartoffeln wurden von den Schülern dieses Stadtbezirkes insgesamt gesammelt? (Angabe in dt)
- b) Wieviel Familien können von diesem Vorrat Kartoffeln erhalten, wenn der Jahresbedarf je Familie 250 kg beträgt?

Aufgabe 020522:

Die Erdölleitung „Trasse der Freundschaft“ wird etwa 4 000 km lang sein. In jeder Stunde wird die DDR durch diese Leitung 540 t Erdöl erhalten.

- a) Wieviel Tonnen sind das in einer Minute?
- b) Wieviel Kilogramm sind das in einer Sekunde?

Aufgabe 020523:

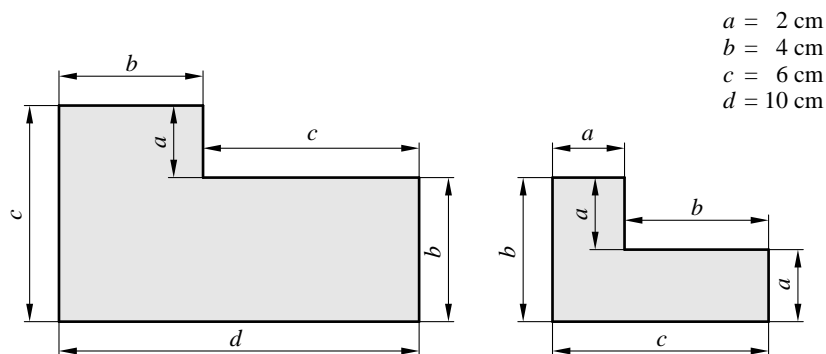
Petra spielt mit Werner eine Partie Schach. Als sie fertig sind, fragt Werner: „Wie lange haben wir eigentlich gespielt?“

Petra antwortet: „Ich weiß es nicht, aber ich habe aus dem Fenster gesehen und gezählt, daß die Straßenbahn genau zehnmal in dieser Zeit an unserem Hause in Stadtrichtung vorbeifuhr. Die erste Bahn kam, als wir mit dem Spiel angingen, und die zehnte, als wir gerade fertig waren.“ (Die Bahn fährt alle 20 Minuten.)

Wie lange haben Petra und Werner gespielt?

Aufgabe 020524:

Die Abbildung zeigt zwei verschieden große Flächen.



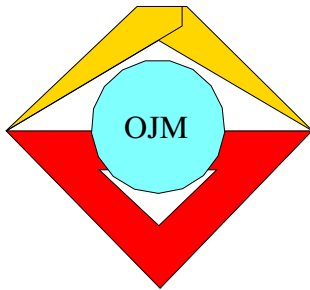


- a) Wie oft ist die kleine Fläche in der großen enthalten?
b) Weise die Richtigkeit dieser Behauptung durch eine Zeichnung nach!

Aufgabe 020525:

Trage auf einer Geraden nacheinander die Strecken $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm und $CD = 4$ cm ab!

Wie groß ist die Entfernung zwischen den Mitten der Strecken AB und CD ? Begründe deine Antwort durch Rechnung!



3. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 030511:

Der VEB Simson Suhl produziert gegenwärtig täglich 235 Kleinstroller KR 50. Im Jahre 1958 betrug die Produktion dagegen nur 42 Kleinstroller täglich. Wieviel Kleinstroller wurden im Jahre 1963 mehr produziert als im Jahre 1958? Die Anzahl der Arbeitstage eines Jahres sei dabei mit 300 angenommen.

Aufgabe 030512:

Nach der Kreisolympiade Junger Mathematiker wurde ein Pionier gefragt, wieviel Punkte er bekommen habe. Scherzhaft sagte er: „Wenn man zu der Zahl meiner Punkte 10 hinzufügt und die Summe verdoppelt, so fehlen mir noch 10 Punkte an 100.“

- a) Wieviel Punkte erzielte der Thälmann-Pionier?
- b) Wie hast du das Ergebnis gefunden?

Aufgabe 030513:

Klaus hat sich für die „Knobeleck“ eine interessante Aufgabe ausgedacht: Es sollen bei der Multiplikationsaufgabe

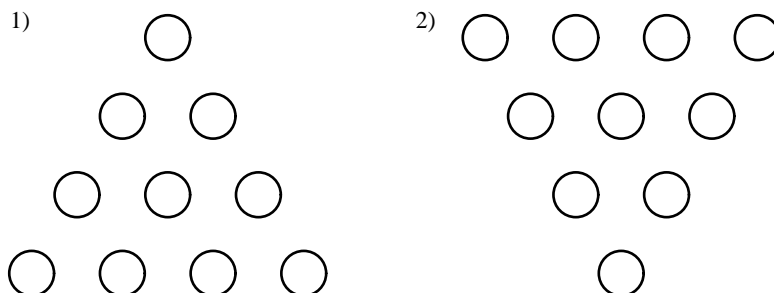
$$13* \cdot 7* = 1****$$

alle * so durch Ziffern ersetzt werden, daß alle drei Zahlen auf die gleiche Ziffer enden und daß beim Ergebnis an der Zehnerstelle die gleiche Ziffer steht wie an der Hunderterstelle. Was hast du bei der Lösung dieser Aufgabe überlegt?

Aufgabe 030514:

Zehn Pfennige liegen in der Anordnung auf dem Tisch, die die Abbildung 1) zeigt. Es sollen einige Pfennige so umgelegt werden, daß die auf der Abbildung 2) dargestellte Anordnung entsteht.

- a) Wieviel Pfennige muß man mindestens umlegen?
- b) Welche Pfennige sind das? Kreuze sie an!





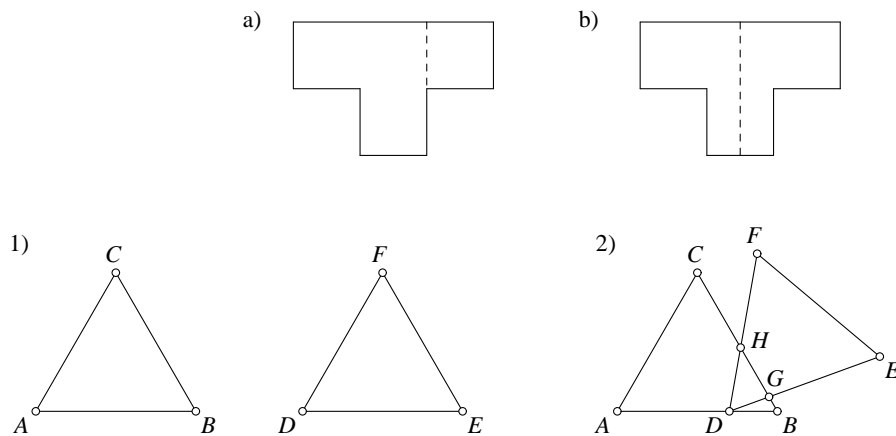
Aufgabe 030515:

Von fünf Thälmann-Pionieren sind folgende zehn Altersvergleiche bekannt: Doris ist jünger als Marga, Bärbel älter als Inge, Renate älter als Doris, Inge jünger als Marga, Bärbel jünger als Renate, Renate jünger als Marga, Doris älter als Inge, Marga älter als Bärbel, Inge jünger als Renate, Doris älter als Bärbel.

- a) Wie lautet die Reihenfolge der fünf Mädchen nach ihrem Alter? Beginne mit der Jüngsten!
- b) Welche angegebenen Vergleiche sind überflüssig? Warum?

Aufgabe 030516:

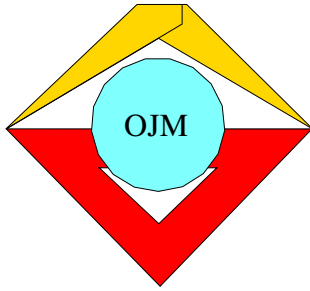
Gegeben seien die beiden unter 1) abgebildeten Dreiecke. Sie haben dabei keinen Punkt gemeinsam. Wenn sie dagegen so liegen wie auf der Abbildung 2), haben sie genau drei Punkte, nämlich D , G und H , gemeinsam.



Wie können die Dreiecke liegen, wenn sie genau

- a) einen Punkt,
- b) zwei Punkte,
- c) vier Punkte,
- d) fünf Punkte,
- e) sechs Punkte

gemeinsam haben sollen? Zeichne die Dreiecke in diesen verschiedenen Lagen!



3. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 030521:

Die Kosmonautin Valentina Tereschkowa umkreiste mit dem Raumschiff "Wostok 6" rund 48mal die Erde. Durchschnittlich benötigte sie für jede Umkreisung rund 88 Minuten. Wie lange dauerte der gesamte Weltraumflug?

Aufgabe 030522:

In einem volkseigenen Betrieb wurden bis Ende Juni von einem bestimmten Maschinenteil täglich 12 Stück hergestellt. Durch den sozialistischen Wettbewerb gelang es, täglich 2 Stück mehr zu produzieren.

- Wieviel Maschinenteile dieser Art wurden nunmehr monatlich - 26 Arbeitstage - angefertigt?
- Wieviel solche Teile können dadurch bis zum Jahresende über den Plan hinaus produziert werden?

Aufgabe 030523:

Heidi, Fritz und Dieter sammeln Briefmarken. Auf die Frage, wieviel Briefmarken sie alle zusammen besitzen, antwortet Fritz: „Jeder von uns hat eine ungerade Zahl von Briefmarken, zusammen sind es genau 500 Stück.“

Was meinst du zu dieser Behauptung?

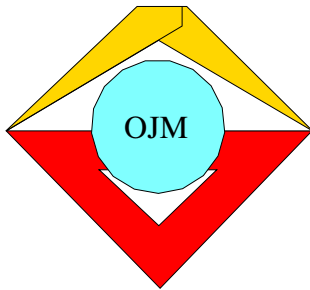
Aufgabe 030524:

Klaus, Ingrid, Peter und Susanne sollen bei einem Sportfest an einem Staffellauf teilnehmen.

- Wieviel verschiedene Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge, in der sie laufen? Begründe deine Antwort!
- Wieviel Möglichkeiten gäbe es, wenn die Staffel aus fünf Läufern bestehen würde?

Aufgabe 030525:

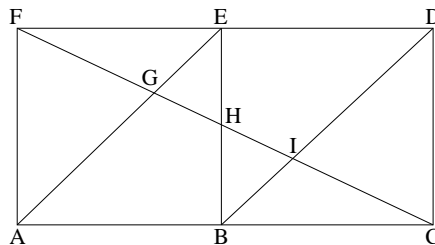
Zeichne drei verschiedene Körpernetze für einen Quader mit den Kantenlängen $a = 3$ cm (Länge), $b = 2$ cm (Breite) und $c = 1$ cm (Höhe)!



4. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 040511:



Wieviel Dreiecke erkennst du in der obigen Figur?

Stelle eine Übersicht dieser Dreiecke auf, z.B. $\triangle ABE$; $\triangle ACF$.

Aufgabe 040512:

Nach der Eichordnung sind im Bereich von 1 g bis 1 kg nur Wägestücke in den Größen von:

1 g, 2 g, 5 g, 10 g, 20 g, 50 g, 100 g, 200 g, 500 g, 1 kg.

zugelassen. Mit einer Waage soll man alle Massebeträge zwischen 1 g und 2 kg in Abstufungen von 1 g ermitteln können. Dabei sollen die Wägestücke nur auf einer Seite aufgestellt werden.

Wieviel Wägestücke der oben angegebenen Sorten werden dann benötigt, wenn ihre Gesamtzahl möglichst gering sein soll?

Aufgabe 040513:

Der Schulgarten einer Stadtschule hat einen Flächeninhalt von 0,15 ha. Der Garten wird in 9 Parzellen aufgeteilt, die einen Flächeninhalt von je 150 m^2 bzw. 200 m^2 besitzen.

Wieviel Parzellen von jeder der beiden Größen befinden sich im Garten?

Aufgabe 040514:

In Mücheln (Geiseltal, Bez. Halle) wurde die längste Eisenbahnbrücke der DDR fertiggestellt. Sie besteht aus 7 gleichen Brückenbögen. Für einen Brückenbogen wurden 147 m^3 Beton verwendet. 1 m^3 Beton hat eine Masse von 24 dt.

Wieviel Tonnen Beton wurden für den Brückenbau benötigt? (Runde auf ganze Tonnen!)

Aufgabe 040515:

Gegeben seien ein Rechteck von 120 mm Länge und 60 mm Breite und ein zweites von 150 mm Länge und 60 mm Breite.



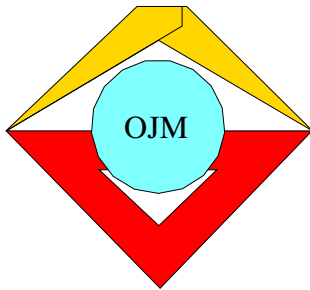
- a) Zerlege die beiden Rechtecke so, daß beim Zusammenfügen aller Teile zwei gleichgroße Quadrate entstehen!
- b) Ist es möglich, jedes Rechteck nur in zwei Teile zu zerlegen und dennoch zwei gleichgroße Quadrate zusammenfügen zu können?

Fertige zu a) und b) je eine Zeichnung an!

Aufgabe 040516:

Die Summe zweier natürlicher Zahlen beträgt 968. Ein Summand endet mit einer Null. Streicht man diese Null, so erhält man die andere Zahl.

Bestimme diese beiden Zahlen!



4. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

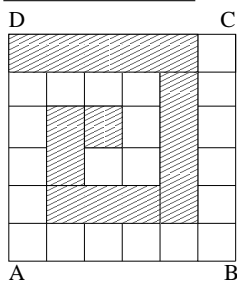
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 040521:

Zwei Dreher übernahmen am 11. Januar 1965 (früh) den Auftrag, 1100 Werkstücke herzustellen. Der erste Dreher stellt 19 Werkstücke je Tag her, der zweite täglich 3 Stück mehr als der erste.

An welchem Tage werden sie bei gleichbleibender Leistung je Tag mit dieser Arbeit fertig, wenn an den Sonntagen nicht, an den Sonnabenden ausnahmsweise voll gearbeitet wird?

Aufgabe 040522:



Teile die Seiten eines Quadrats in sechs gleiche Teile und ziehe von dem Mittelpunkt M aus den aus der Abbildung ersichtlichen schraffierten Streifenzug. Eine Seite des Quadrats hat eine Länge von 12 cm.

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Streifens!

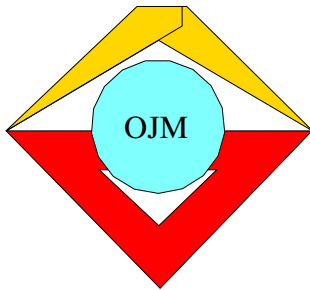
Aufgabe 040523:

- a) Wieviel zweistellige natürliche Zahlen gibt es, bei denen die Differenz der beiden Ziffern gleich 5 ist?
- b) Bei wievielen dieser Zahlen ist die Zahl selbst achtmal so groß wie ihre Quersumme, d.h. wie die Summe ihrer beiden Ziffern?

Aufgabe 040524:

Während einer Vorstellung im "Theater der Jungen Welt" in Leipzig blieben einige Plätze frei. Alfred zählte 17, Annerose dagegen 16 freie Plätze. Heinz sagte, Alfred habe sich auf jeden Fall verzählt.

Wie konnte Heinz seine Aussage begründen, wenn er wußte, daß es im Theater 520 Plätze gibt und in dieser Vorstellung 68 Mädels mehr als Jungen anwesend waren?



5. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 050511:

In drei Abteilen eines Eisenbahnwagens befinden sich 90 Fahrgäste. Würden aus dem ersten Abteil 12 Fahrgäste in das zweite und aus dem zweiten 9 Fahrgäste in das dritte umsteigen, dann wären in allen drei Abteilen gleich viel Personen.

Wieviel Fahrgäste waren ursprünglich in den einzelnen Abteilen?

Aufgabe 050512:

Gegeben:

$$\begin{aligned} 1 & 2 & & = & 3 \\ 1 & 2 & 3 & & = & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & & = & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & & = & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & & = & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & & = & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & & = & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & = & 10 \end{aligned}$$

Setze auf der linken Seite Rechenzeichen derart, daß wahre Aussagen in Form von Gleichungen entstehen. (Nebeneinanderstehende Ziffern dürfen als eine Zahl betrachtet, doch die Reihenfolge darf nicht geändert werden. Du darfst auch Klammern verwenden. Zu jeder Aufgabe genügt eine Lösung.)

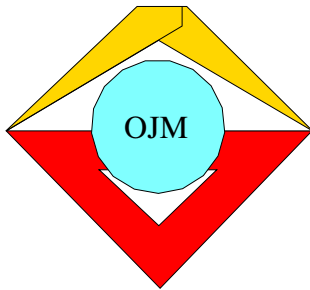
Aufgabe 050513:

Konstruiere ein regelmäßiges Sechseck! Zeichne in das Sechseck alle möglichen Diagonalen ein! Wieviel Diagonalen findest Du? Zähle sie auf, indem du sie benennst (z.B. AB , ...)!

Aufgabe 050514:

Gerd, Fred, Heinz und Werner befinden sich auf dem Weg zur Schule. Fred ist noch dreimal so weit entfernt von der Schule wie Gerd. Heinz hat bis zur Schule noch den vierfachen Weg von Gerd zurückzulegen. Werner muß noch 2,4 km bis zur Schule laufen; das ist die doppelte Länge von Freds Weg.

- Welche Strecken müssen die einzelnen Schüler noch zurücklegen, bis sie die Schule erreicht haben?
- Wieviel Minuten vergehen, bis alle Schüler in der Schule angekommen sind, wenn jeder Schüler für je 100 m genau 90 sec braucht?



5. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 050521:

Aus 36 gleich großen Quadraten soll durch Aneinanderlegen ein Rechteck gebildet werden.

- a) Wieviel Lösungsmöglichkeiten gibt es? (Bei jeder Lösung sollen sämtliche Quadrate verwendet werden.)
- b) Welches der möglichen Rechtecke hat den kleinsten Umfang?

Aufgabe 050522:

Für die fünf natürlichen Zahlen a, b, c, d, e gelten die folgenden Ungleichungen:

$$\begin{array}{cccc}
 a > e; & b < c; & c > e; & d < e; \\
 a > b; & b < d; & c > a; & a > d;
 \end{array}$$

Ordne diese Zahlen der Größe nach an!

Aufgabe 050523:

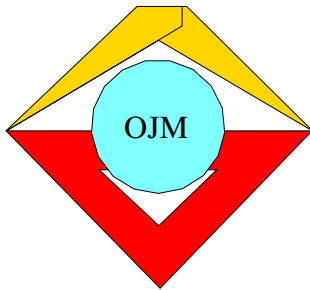
Für jeden von 600 000 Einwohner Leipzigs werden 125 kg Kartoffeln eingekellert.

- a) Berechne die bereitzustellende Menge in Tonnen!
- b) Welches ist die größte Anzahl von Güterwagen mit je 15 t Ladefähigkeit, die mit dieser Menge voll beladen werden können?
- c) Wieviel Tonnen werden durchschnittlich an jedem Tag ausgeliefert, wenn der erste Auslieferungstag der 17.9. und der letzte Auslieferungstag der 14.10. ist und auch an Sonn- und Feiertagen ausgeliefert wird?

Aufgabe 050524:

Ermittle die fehlenden Ziffern!

$$\begin{array}{r}
 6 \ x \cdot \ x \ x \ x \\
 \underline{x \ x} \\
 \ x \ x \\
 \ x \ x \\
 \hline
 x \ x \ x \ 6
 \end{array}$$



6. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 060511:

Laut Jahresplan sind von einem Zementwerk im 2. Halbjahr 16400 t Zement zu produzieren. Im Juli wurden 2430 t, im August 2310 t, im September 2680 t, im Oktober 2830 t, im November 2940 t produziert.

- Berechne die hinreichende kleinste Anzahl von Tonnen Zement, die im Dezember hergestellt werden müssen, damit das Werk seinen Plan erfüllt!
- Berechne den Preis dieser Menge vom Dezember, wenn eine Tonne Zement 39,-MDN kostet!

Aufgabe 060512:

Eine Strecke von 168 m Länge wurde in drei Teile geteilt. Die zweite Teilstrecke war dreimal so groß wie die erste, dagegen betrug die dritte Teilstrecke das Vierfache der ersten Teilstrecke.

Berechne die Längen der einzelnen Teilstrecken!

Aufgabe 060513:

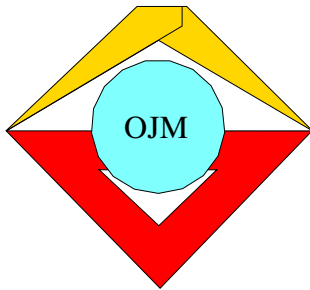
Ein Betrieb kann unter Verwendung des gleichen Uhrwerks verschiedene Ausführungen von Uhren herstellen. Dazu stehen ihm drei verschiedene Gehäuse, vier verschiedene Zifferblätter und zwei verschiedene Zeigerausführungen zur Verfügung.

Gib die größte Anzahl voneinander verschiedenener Ausführungen von Uhren an, die sich unter Verwendung der angegebenen Teile herstellen lassen!

Aufgabe 060514:

Gesucht ist eine natürliche Zahl mit folgenden Eigenschaften: Dividiert man 100 durch diese Zahl, so bleibt der Rest 4, dividiert man 90 durch diese Zahl, so bleibt der Rest 18.

Wie lautet die gesuchte Zahl?



6. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 060521:

In jeder von fünf Kisten befindet sich genau die gleiche Anzahl von Äpfeln. Entnimmt man jeder Kiste 60 Äpfel, bleiben in den Kisten insgesamt soviel Äpfel übrig, wie vorher in zwei Kisten waren.

Ermittle die Gesamtzahl aller Äpfel, die sich anfangs in den Kisten befanden !

Aufgabe 060522:

Gesucht ist eine zweistellige natürliche Zahl mit folgenden Eigenschaften:

Die Summe ihrer Ziffern beträgt 10. Vertauscht man ihre Ziffern und addiert zu dieser dadurch entstandenen Zahl die Zahl 2, so erhält man das Dreifache der ursprünglichen Zahl.

Aufgabe 060523:

Die Zahl 97 236 ist in sechs Summanden zu zerlegen. Der erste Summand ist gleich dem neunten Teil dieser Zahl, der zweite Summand ist doppelt so groß wie der erste, der dritte ist um 12 792 kleiner als der zweite Summand, der vierte dreimal so groß wie der dritte und der fünfte ist ebenso groß wie der dritte Summand.

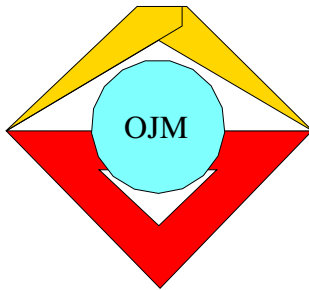
Wie lauten die sechs Summanden?

Aufgabe 060524:

Hans nimmt am Training der Sektion Leichtathletik seiner Schulsportgemeinschaft teil. Eine der Übungen besteht in rhythmischem Gehen mit anschließendem Nachfedern im Stand. Die Länge der Übungsstrecke beträgt 30 m. Am Anfang und am Ende stehen Fahnenstangen. Hans legt die Strecke auf folgende Weise zurück:

Zwei Schritte vor, nachfedern, dann einen Schritt zurück, nachfedern, dann wieder zwei Schritte vor ... u.s.f., bis er die zweite Fahnenstange erreicht.

Welches ist die genaue Anzahl von Schritten, die er unter den angegebenen Bedingungen insgesamt macht, wenn seine Schrittlänge genau 5 dm beträgt?



7. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 070511:

Unter einer Diagonalen eines ebenen Vielecks mit 3 oder mehr Ecken versteht man die Verbindungsstrecken zweier nicht benachbarter Ecken des ebenen Vielecks.

Gibt es ebene konvexe Vielecke (d.h. Vielecke, bei denen jeder Innenwinkel kleiner als 180° ist), bei denen

- die Anzahl der Diagonalen halb so groß ist wie die Anzahl der Eckpunkte?
- die Anzahl der Diagonalen doppelt so groß ist wie die Anzahl der Eckpunkte?

Wenn es solche Vielecke gibt, dann zeichne jeweils ein Beispiel dafür!

Aufgabe 070512:

Ein Bezirk plante, die Instandsetzung dreier Straßen durchzuführen. Die erste Straße hat eine Länge von 8 km, die zweite eine Länge von 7 km, die dritte eine Länge von 6 km. Für jeden Kilometer wurden 3 000 MDN Kosten vorgesehen. Eine der drei Straßen war nur wenig beschädigt, so daß man für diese mit der Hälfte der Kosten pro Kilometer auskam, während bei jeder der beiden anderen genau die eingeplante Summe verwendet wurde. Die Gesamtkosten für die Instandsetzung betragen 51 000 MDN.

Für welche der drei Straßen wurde nicht die eingeplante Summe verwendet?

Aufgabe 070513:

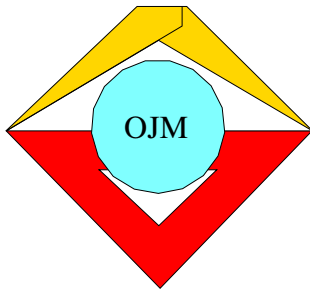
Gesucht ist die größte fünfstellige Zahl, für die folgendes gilt:

- Die Zehnerziffer stellt eine halb so große Zahl dar wie die Tausenderziffer.
- Die Einer- und die Hunderterziffer kann man vertauschen, ohne daß sich die fünfstellige Zahl ändert.

Aufgabe 070514:

Im Ferienlager erhält eine Zeltbelegung von ihrem Pionierleiter den Auftrag, in der Küche beim Kartoffelschälen zu helfen. Von sechs Jungen sollen drei für diese Tätigkeit ausgewählt werden.

Welches ist die Anzahl aller Möglichkeiten, verschiedene Gruppen zusammenzustellen?



7. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 070521:

Die Schüler einer Klasse sammelten insgesamt 336 kg Altpapier. Aus 1 kg Altpapier stellt man in einer Papierfabrik genau 700 g reines weißes Papier her und aus je 30 g von diesem ein Schreibheft. (In der Produktion wird weißes Papier nicht unmittelbar aus Altpapier hergestellt. Durch Zusatz von Altpapier wird aber eine entsprechende Menge Rohstoff eingespart.)

Gib die größtmögliche Anzahl von Heften an, die aus dem gesammelten Altpapier hergestellt werden kann!

Aufgabe 070522:

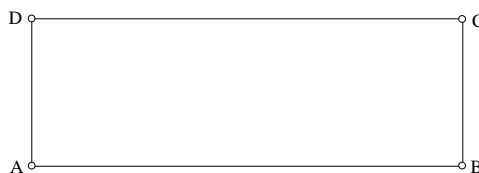
Von einer zweistelligen Zahl z ist bekannt, daß die Einerziffer eine dreimal so große Zahl darstellt wie die Zehnerziffer. Vertauscht man die Ziffern, so entsteht eine Zahl, die um 36 größer als die ursprüngliche ist.

Wie lautet z im Dezimalsystem?

Aufgabe 070523:

Gegeben ist ein Rechteck $ABCD$ (siehe Abb.) mit folgenden Seitenlängen: $\overline{AB} = 6$ cm und $\overline{BC} = 2$ cm.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal das rechtwinklige Dreieck $\triangle DAD_1$, bei dem der Punkt D_1 auf der Seite AB liegt und der Winkel $\sphericalangle D_1DA$ eine Größe von 45° hat!



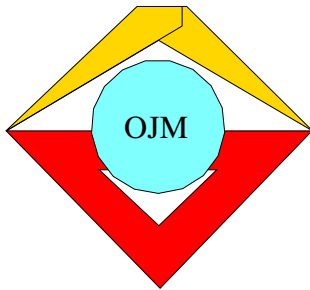
Aufgabe 070524:

Nachdem der Mathematiklehrer sämtliche 4 Olympiadaufgaben seiner 36 Schüler korrigiert und ausgewertet hatte, gab er den Mitgliedern seiner Arbeitsgemeinschaft die folgende Tabelle und führte dazu aus:

”Die Anzahl der Schüler, die keine Aufgabe richtig lösten, ist gleich der Anzahl derjenigen, die alle Aufgaben richtig lösten. Die Anzahl derjenigen, die nur 1 Aufgabe richtig bewältigten, ist doppelt so groß wie die Anzahl der Teilnehmer, die alle Aufgaben richtig lösten, und gleich der Anzahl derjenigen, die genau 3 richtige Lösungen abgaben. Die Anzahl der richtigen (s. Spalte III, Zeile f) ist genau dreimal so groß wie die Anzahl der Teilnehmer mit genau 2 richtigen Lösungen und doppelt so groß wie die Anzahl aller Teilnehmer. Mit diesen Angaben seid ihr in der Lage, die Tabelle zu vervollständigen.”



	I	II	III
	Anzahl der richtigen Lösungen pro Schüler	Anzahl der Schüler	Anzahl der richtigen Lösungen insgesamt
a)	0
b)	1
c)	2
d)	3
e)	4
f)	Gesamtzahlen	36	...



8. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 080511:

Auf einer Großbaustelle sind drei Bagger eingesetzt. Bei gleichbleibender Leistung befördern sie in 20 min insgesamt 90 m^3 Erde. Für die Bedienung dieser drei Bagger ist ein Kollektiv von insgesamt sechs Arbeitern notwendig. Wir nehmen an, daß an Stelle dieser drei Bagger sechs Erdarbeiter diese Arbeit verrichten müßten.

Nach wieviel Arbeitstagen würden sie frühestens die 90 m^3 Erde ausgehoben haben, wenn jeder der Erdarbeiter an jedem Arbeitstag durchschnittlich 5 m^3 Erde bewegt?

Aufgabe 080512:

Setze die Vielfachen der Zahl 3 von 3 bis 27 so in die einzelnen Felder des untenstehenden Quadrates ein, daß die Summen jeder Zeile (waagrecht), jeder Spalte (senkrecht) und jeder Diagonale (von links oben nach rechts unten und von rechts oben nach links unten) gleich sind!

Aufgabe 080513:

Annerose bringt aus dem Garten Äpfel und Pflaumen mit. Als sie nach Hause kommt, wird sie von ihrem Bruder Gerd gefragt: "Wieviel Äpfel und wieviel Pflaumen hast du mitgebracht?"

Verschmitzt antwortet Annerose: "Es sind zusammen weniger als 50 Stück, und zwar dreimal so viel Pflaumen wie Äpfel. Wenn Mutter von den mitgebrachten Äpfeln und Pflaumen jedem von uns vier Geschwistern je einen Apfel und je eine Pflaume gibt, bleiben noch viermal so viel Pflaumen wie Äpfel übrig."

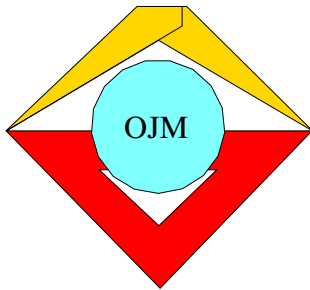
Wieviel Äpfel und wieviel Pflaumen hatte sie mitgebracht?

Aufgabe 080514:

Fünf Flächen eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich. Danach wird dieser Würfel in genau 27 Würfel von je 1 cm Kantenlänge zersägt.

Wieviel dieser kleinen Würfel haben 0; 1; 2; 3 bzw. 4 rot angestrichene Flächen?

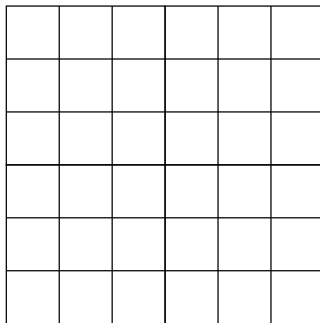
Anleitung: Du kannst dir auch zur Veranschaulichung einen Würfel von 3 cm Kantenlänge basteln. Zerlege jede Fläche in Quadratzentimeter!



8. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 080521:



Kreuze 6 der 36 Felder des gegebenen quadratischen Netzes so an, daß in jeder Zeile und in jeder Spalte genau ein angekreuztes Feld und in jeder der Diagonalen höchstens ein angekreuztes Feld liegt!

Aufgabe 080522:

In einem Lagerraum befinden sich dreimal so viel Kilogramm Weizen wie in einem zweiten. Nachdem aus dem ersten 85 000 kg und aus dem zweiten 5 000 kg entnommen wurden, waren die Bestände gleich.

Wieviel Tonnen Weizen befanden sich vor der Entnahme in dem ersten und wieviel in dem zweiten Lageraum?

Aufgabe 080523:

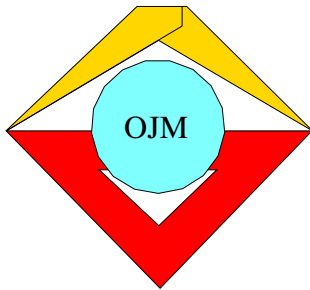
Heinz fragt Gerd: "Wieviel Jahre bist du alt?" Gerd antwortet: "Meine Schwester ist viermal so alt wie mein Bruder. Ich bin mehr als doppelt, aber weniger als viermal so alt wie meine Schwester. Zusammen sind wir drei Geschwister 17 Jahre alt."

Berechne, wieviel Jahre Gerd alt ist! (Alle Altersangaben sollen in vollen Jahren erfolgen.)

Aufgabe 080524:

Ermittle zwei natürliche Zahlen a und b , die gleichzeitig folgenden beiden Bedingungen genügen:

- (1) Die Differenz $a - b$ der beiden natürlichen Zahlen beträgt 3.
- (2) Das Produkt dieser beiden natürlichen Zahlen beträgt 180.



9. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 090511:

Gib eine Möglichkeit an, die Ziffern 1; 2; 3; 4 und 5 so in das gegebene quadratische Netz einzutragen, daß in jeder Zeile, jeder Spalte und in jeder der beiden Hauptdiagonalen jede der 5 Ziffern genau einmal vorkommt!

Anmerkung: Es genügt ein Beispiel. Begründungen werden nicht verlangt.

Aufgabe 090512:

In einer Mathematikarbeitsgemeinschaft wurde die folgende Aufgabe aus einem sowjetischen Lehrbuch gestellt:

Wassja kaufte zwei Alben für Briefmarken. Kolja fragte ihn, wieviel er dafür bezahlt habe. "Ich verwendete zur Bezahlung nur Geldstücke einer Sorte", antwortete Wassja, "und zwar für das eine Album genau 7, für das andere genau 5. Für beide Alben bezahlte ich insgesamt 60 Kopeken."

(In der Sowjetunion gibt es 1-, 2-, 3-, 5-, 10-, 15-, 20- und 50-Kopekenstücke und keine anderen Sorten von Kopekenstücken.)

Wieviel Kopeken kostete das eine und wieviel das andere Album?

Aufgabe 090513:

Die Abbildung zeigt genau 7 Punkte A, B, C, D, E, F, G und genau 5 Geraden, von denen eine durch A, B, C , eine durch A, F, E , eine durch A, G, D , eine durch B, G, F und eine durch C, D, E geht. Außerdem gilt $BF \parallel CE$.

Wir wollen sagen $\left\{ \begin{array}{l} \text{eine Strecke} \\ \text{ein Dreieck} \\ \text{ein Trapez} \end{array} \right\}$ "gehört der Zeichnung an", wenn $\left\{ \begin{array}{l} \text{ihre Endpunkte zwei} \\ \text{seine Eckpunkte drei} \\ \text{seine Eckpunkte vier} \end{array} \right\}$ der Punkte

A, B, C, D, E, F, G sind und wenn $\left\{ \begin{array}{l} \text{die Strecke} \\ \text{alle Seiten des Dreiecks} \\ \text{alle Seiten des Trapezes} \end{array} \right\}$ schon vollständig gezeichnet in der

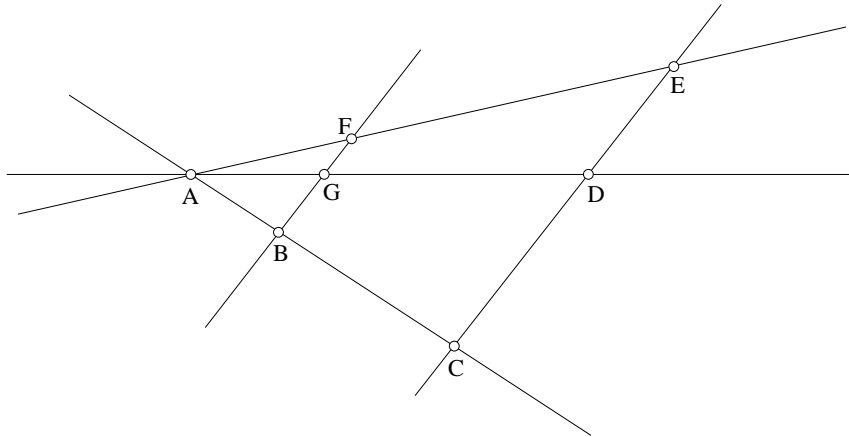
Abbildung $\left\{ \begin{array}{l} \text{vorkommt} \\ \text{vorkommen} \\ \text{vorkommen.} \end{array} \right\}$

Beispiele: Die Strecke AB , das Dreieck $\triangle ABF$ "gehören der Zeichnung an". Die Strecke BD "gehört der



Zeichnung" nicht "an", auch nicht die Strecke, die den Mittelpunkt von AB mit B verbindet, auch nicht das Dreieck $\triangle ABD$.

Gib alle Strecken, Dreiecke und Trapeze an, die "der Zeichnung angehören"!

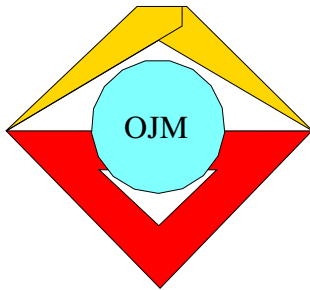


Aufgabe 090514:

Im Werkunterricht fertigen Schüler Bauklötze an, die die Form von Quadern besitzen, und zwar sind bei jedem Bauklotz je drei in verschiedenen Richtungen verlaufende Seitenkanten 55 mm, 55 mm und 70 mm lang.

Zur besseren Aufbewahrung werden diese Bauklötze in quaderförmige Baukästen (mit Schiebedeckel) gepackt, deren Innenmaße (in den drei Richtungen der Seitenkanten gemessen) 0,33 m, 2,2 dm und 21 cm betragen.

Berechne die größtmögliche Anzahl von Bauklötzen, die in sechs dieser Baukästen eingeschichtet werden können!



9. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

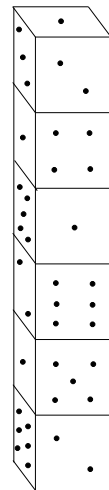
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 090521:

Auf einem Tisch sind sechs gleichgroße Spielwürfel so übereinandergesetzt, wie es die Abb. zeigt. Auf der obersten Fläche ist die Augenzahl 1 zu sehen.

Ermittle die Summe der Augenzahlen der verdeckten Flächen dieser Würfel!

Beachte dabei, daß die Augenzahl von je zwei gegenüberliegenden Würfelflächen eines jeden Spielwürfels stets 7 beträgt.



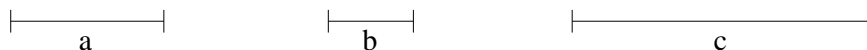
Aufgabe 090522:

In einem HO-Bekleidungshaus kauften drei Kunden von dem gleichen Stoff. Der erste kaufte genau 3 m, der zweite genau 5 m und der dritte genau 9 m. Der zweite Kunde bezahlte 30,- M mehr als der erste.

Wieviel Mark hatten die drei Kunden insgesamt für den Stoff zu bezahlen?

Aufgabe 090523:

Gegeben seien drei Strecken mit den Längen a , b und c (siehe Abb.).



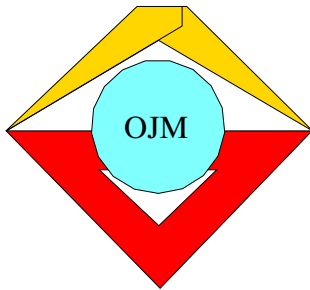
Konstruiere eine Strecke mit der Länge $2 \cdot (2a + 3b - c)$!

Bei der Konstruktion darf die Maßeinteilung des Lineals nicht benutzt werden. Eine Konstruktionsbeschreibung ist nicht verlangt.

Aufgabe 090524:

Ermittle alle natürlichen Zahlen z , für die die nachfolgenden Bedingungen gleichzeitig gelten:

- (a) z ist ungerade;
- (b) z ist durch 3, 5 und 7 teilbar;
- (c) $500 < z < 1000$.



10. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 100511:

Die Abbildung 1 zeigt unter a) bis e) von fünf Würfeln je ein Schrägbild.

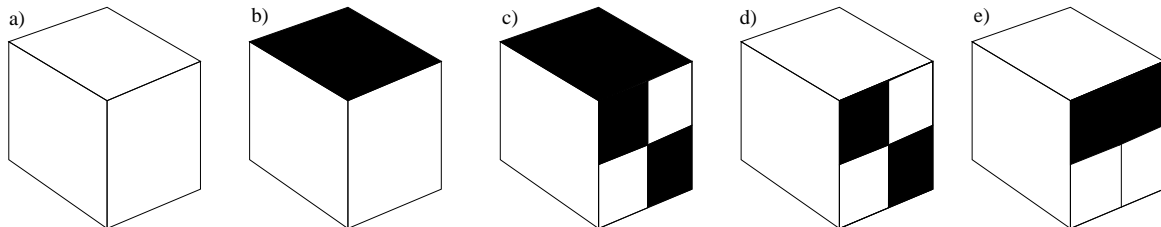


Abbildung 1

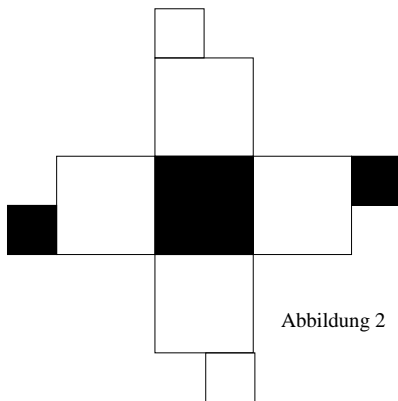


Abbildung 2

Die Abbildung 1a zeigt ein Netz, aus dem genau ein Würfel hergestellt werden kann, wenn die Seite mit den gefärbten Flächen nach außen kommen soll.

Beantworte für jedes der fünf Schrägbilder die Frage, ob es den aus dem abgebildeten Netz (Abbildung 2) hergestellten Würfel darstellen kann oder nicht!

(In den Fällen, in denen die Antwort "Ja" lautet, genügt die Angabe dieser Antwort. In den Fällen, in denen die Antwort "Nein" lautet, ist sie zu begründen.)

Aufgabe 100512:

In einem alten Buch mit lustigen mathematischen Knobeleyen fand Annerose folgenden Vers:

Eine Zahl hab' ich gewählt,
107 zugezählt,
dann durch 100 dividiert
und mit 11 multipliziert,
endlich 15 subtrahiert,
und zuletzt ist mir geblieben
als Resultat die Primzahl 7.

Gibt es wenigstens eine Zahl, die den gegebenen Bedingungen genügt? Wenn ja, ermittle alle diese Zahlen!



Aufgabe 100513:

Gib eine Möglichkeit an, die Zahlen 1; 1; 2; 2; 3; 3; 4; 4; 5; 5; 6; 6; 7; 7; 8; 8 so in die Felder des abgebildeten quadratischen Netzes einzutragen, daß als Summe der Zahlen jeder Zeile (waagrecht), jeder Spalte (senkrecht), jeder der beiden Diagonalen (von links oben nach rechts unten und von rechts oben nach links unten) und als Summe der Zahlen in den vier Eckfeldern die Zahl 18 erhalten wird! (Keine Begründung erforderlich)

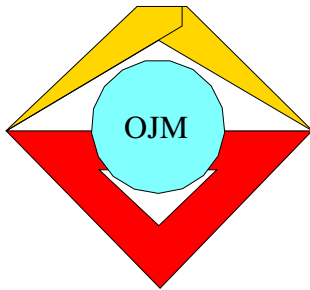
Aufgabe 100514:

Hans und Günter wollen Briefmarken tauschen. Auf die Frage nach der Anzahl seiner Tauschmarken antwortet Günter:

”Ich habe heute polnische, sowjetische und bulgarische Briefmarken und sonst keine anderen zum Tausch anzubieten. Es sind insgesamt 30 Stück. Die Anzahl der sowjetischen Marken ist größer als die der polnischen, aber kleiner als die der bulgarischen. Die Anzahl der bulgarischen Marken dagegen ist größer als das Vierfache, aber kleiner als das Fünffache der Anzahl meiner sowjetischen Marken.”

Gib alle Möglichkeiten an, die folgende Tabelle so auszufüllen, daß diese Bedingungen erfüllt sind!

Anzahl der polnischen Marken	...
Anzahl der sowjetischen Marken	...
Ungleichung zwischen der Anzahl der sowjetischen und der Anzahl der polnischen Marken	...
Ungleichung zwischen der Anzahl der sowjetischen und der Anzahl der bulgarischen Marken	...
Ungleichung zwischen der Anzahl der bulgarischen Marken und dem Vierfachen der Anzahl der sowjetischen Marken	...
Ungleichung zwischen der Anzahl der bulgarischen Marken und dem Fünffachen der Anzahl der sowjetischen Marken	...



10. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

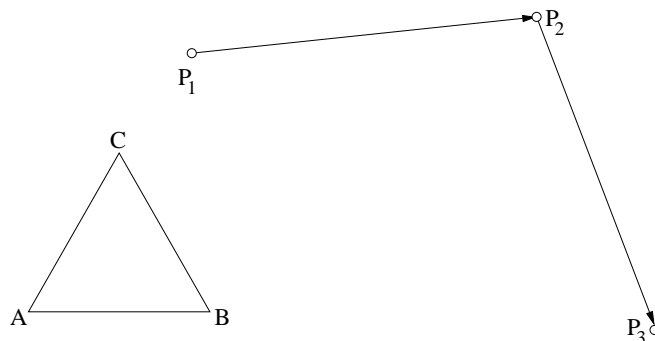
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 100521:

Auf der Abbildung sind ein Dreieck $\triangle ABC$ und zwei Verschiebungspfeile $\overrightarrow{P_1P_2}$ und $\overrightarrow{P_2P_3}$ abgebildet.

Mit dem Dreieck $\triangle ABC$ sollen nacheinander die Verschiebungen ausgeführt werden, die durch die Verschiebungspfeile $\overrightarrow{P_1P_2}$ und $\overrightarrow{P_2P_3}$ gegeben sind.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal das dabei entstehende Dreieck $\triangle A_2B_2C_2$! (Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.)



Aufgabe 100522:

Gib sämtliche Lösungen des nachstehenden Kryptogramms (siehe Abb.) an, d.h. ersetze die geometrischen Figuren so durch je eine der Ziffern 0 bis 9, daß zusammen mit den bereits angegebenen Ziffern sämtliche (waagrecht und senkrecht stehenden) Aufgaben richtig gelöst sind. Dabei bedeuten gleiche Figuren gleiche Ziffern.

$$\begin{array}{r}
 \# @ + 8 = 3 \S \\
 - \quad - \quad - \\
 1 \% + \S = 1 \S \\
 \hline
 1 @ + 3 = \# \%
 \end{array}$$

Aufgabe 100523:

Die Mitglieder einer Arbeitsgemeinschaft "Junge Botaniker" unterstützten ihre Paten-LPG beim Obstbau. Zu diesem Zwecke hielten sie eine 2,6 ha große Obstplantage, auf der je Hektar durchschnittlich 150 Apfelbäume standen, von Schädlingen frei. Danach wurden von jedem Baum durchschnittlich 50 kg Äpfel geerntet. Berechne, wieviel Tonnen Äpfel unter diesen Umständen insgesamt auf der Plantage geerntet wurden!

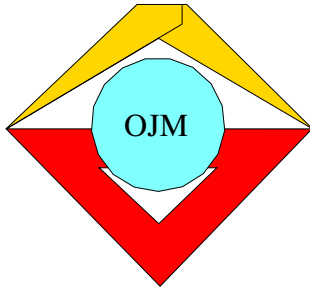


Aufgabe 100524:

Eine Gruppe Junger Mathematiker führte eine Exkursion durch. Jeder Teilnehmer bezahlte 1,50 Mark für die Fahrkosten. Bei der Bezahlung des Sammelfahrscheines blieb ein Betrag von 1,10 Mark übrig.

Hätte jeder Teilnehmer 1,40 Mark eingezahlt, so hätten 1,10 Mark an den Kosten des Sammelfahrscheines gefehlt.

Ermittle die Anzahl der Teilnehmer an dieser Exkursion! Wieviel Geld erhielt jeder dieser Teilnehmer zurück, als der zuviel eingezahlte Betrag gleichmäßig unter ihnen verteilt wurde?



11. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 110511:

Bei einem Manöver unserer NVA legte ein Fahrzeug in 9 Teilstrecken eine Gesamtstrecke von 1 780 km zurück. Die erste Teilstrecke betrug 220 km. Die restlichen 8 Teilstrecken waren untereinander gleich lang.

Berechne die Länge einer jeden dieser restlichen 8 Teilstrecken!

Aufgabe 110512:

Rolf behauptet, daß sich eine Additionsaufgabe mit der Summe 1 000 bilden läßt, wobei sämtliche Summanden natürliche Zahlen sind, in deren dekadischer Darstellung ausschließlich die Ziffer 8 auftritt, und zwar insgesamt genau 8 mal.

Stelle fest, ob Rolfs Behauptung richtig ist!

Wenn sie es ist, so gib alle derartigen Additionsaufgaben an und ordne darin die Summanden der Größe nach, beginnend mit dem größten!

Aufgabe 110513:

Zeichne 5 Geraden g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 so, daß sie

- keinen gemeinsamen Punkt,
- genau einen Schnittpunkt,
- genau vier Schnittpunkte,
- genau fünf Schnittpunkte,
- genau sechs Schnittpunkte,
- genau sieben Schnittpunkte,
- genau acht Schnittpunkte,
- genau neun Schnittpunkte,
- genau zehn Schnittpunkte miteinander haben!

Als Lösung gilt eine jeweilige Zeichnung ohne Begründung. Parallele Geraden sind als solche zu kennzeichnen (z. B. $g_1 \parallel g_2$).

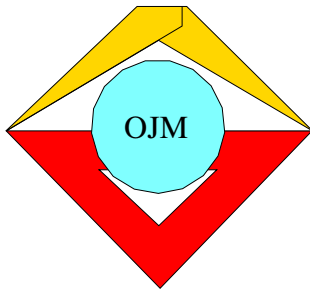


Aufgabe 110514:

Es soll das Produkt $21 \cdot 12 \cdot 25$ berechnet werden.

Manfred will diese Aufgabe schriftlich lösen. Annerose sagt: "Mit Hilfe eines Rechenvorteils kann ich die Aufgabe auch im Kopfe rechnen."

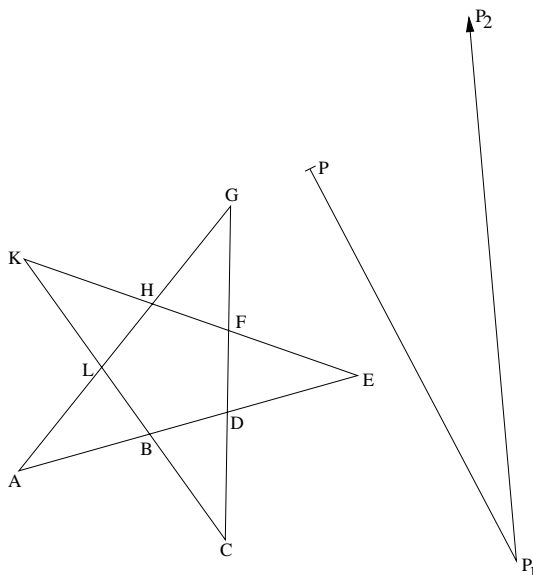
Gib an, welchen Rechenvorteil Annerose benutzt haben könnte!



11. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 110521:



Auf der Abbildung sind eine Sternfigur $ABCDEFGHKL$ und zwei Verschiebungspfeile $\overrightarrow{PP_1}$ und $\overrightarrow{P_1P_2}$ abgebildet. Auf die Sternfigur sollen nacheinander die Verschiebungen $\overrightarrow{PP_1}$ und $\overrightarrow{P_1P_2}$ angewendet werden.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck die dabei entstehende Sternfigur $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G_2H_2K_2L_2$!

Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

Aufgabe 110522:

Bernd hat an Monika insgesamt 21 Mark an Beiträgen abzurechnen. Er hat 8 Zweimarkstücke und 6 Fünfmückstücke und kein weiteres Geld bei sich. In Monikas Kasse befinden sich genau 20, – Mark, und zwar in Form von 10 Zweimarkstücken. Sie behauptet, daß es unter diesen Umständen 3 verschiedene Möglichkeiten gibt, den angegebenen Betrag abzurechnen.

Dabei sollen keine Möglichkeiten gezählt werden, bei denen ein Geldstück einmal zwischen Bernd und Monika hin- und ein gleichwertiges später wieder zurückgegeben wird. Auch sollen Möglichkeiten, die sich nur in der Reihenfolge unterscheiden, in der Geldstücke gegeben werden, nicht als verschieden gelten. Ebenso soll es nicht darauf ankommen, welches Fünfmück- oder welches Zweimarkstück gegeben wird.

Stelle fest, ob Monikas Behauptung richtig ist.

Anmerkung: Eine Untersuchung, ob diese 3 Möglichkeiten, falls es sie gibt, die einzigen sind, ist nicht erforderlich.

Aufgabe 110523:

Am Wettbewerb der mathematischen Schülerzeitschrift "alpha" beteiligten sich 1970 von einer Oberschule insgesamt 216 Schüler. Das waren dreimal so viele wie im Jahr 1969. Im Jahr 1969 gab es an derselben



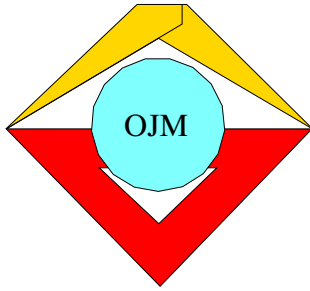
Schule doppelt so viele Teilnehmer am alpha-Wettbewerb wie im Jahr 1968.

Berechne jeweils die Anzahl aller Schüler dieser Oberschule, die am alpha-Wettbewerb der Jahre 1968 und 1969 teilgenommen haben!

Aufgabe 110524:

Ermittle alle diejenigen zweistelligen natürlichen Zahlen z , von denen jede alle folgenden Bedingungen gleichzeitig erfüllt:

- (a) Die Zahl z ist nicht durch 10 teilbar.
- (b) Subtrahiert man die Einerziffer der Zahl von ihrer Zehnerziffer, so erhält man 4.
- (c) Vertauscht man die Ziffern von z miteinander, dann erhält man eine neue zweistellige Zahl z_1 , deren Dreifaches kleiner ist als z .



12. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 120511:

Auf einer Geburtstagsfeier stellt Rainer seinen Gästen folgende - schon im Altertum bekannte - Knobelaufgabe:

Eine Schnecke beginnt am Anfang eines Tages vom Erdboden aus eine 10 m hohe Mauer emporzukriechen. In der folgenden Zeit kriecht sie während der ersten 12 Stunden je eines Tages um 5 m höher und gleitet während der restlichen 12 Stunden des gleichen Tages jeweils um 4 m nach unten.

Nach wieviel Stunden hat sie erstmals die gesamte Mauerhöhe erreicht?

Aufgabe 120512:

Heinz, Gerd und Jochen haben sich in einem Zeltlager für Thälmann-Pioniere kennengelernt. Von diesen drei Jungen ist folgendes bekannt:

- (1) Mindestens zwei von ihnen spielen Tischtennis, mindestens zwei Fußball.
- (2) Einer von ihnen wohnt in Berlin, einer in Leipzig und einer in Rostock. Keiner von ihnen wohnt gleichzeitig in zwei dieser Orte.
- (3) Nur Heinz und der Berliner sind Tischtennispieler.
- (4) Nur Gerd und der Leipziger sind Fußballspieler.
- (5) Jochen, der Handball spielt, ist älter als der Leipziger.
- (6) Keiner der Tischtennispieler spielt auch Handball.
- (7) Der Handballspieler ist nicht der älteste der drei Jungen.

Gib von jedem der drei Jungen an, wo er wohnt und welche der drei Sportarten er betreibt! Wer ist der älteste und wer der jüngste der drei Jungen?

Aufgabe 120513:

Von einem Bahnhof wurden mit zwei LKW Kartoffeln abtransportiert, und zwar insgesamt 170 t. Der erste LKW, der bei jeder Fahrt mit 4 t Kartoffeln beladen wurde, führte insgesamt 20 Fahrten aus.

Wieviel Fahrten führte der zweite LKW insgesamt aus, wenn er bei jeder Fahrt mit 5 t der Kartoffeln beladen wurde, die der erste LKW nicht abtransportiert hatte?

Aufgabe 120514:

Erklärung: Mit der Schreibweise einer "fortlaufenden Ungleichung" $a < b < c < d$ drückt man aus, daß die drei Ungleichungen $a < b$, $b < c$ und $c < d$ gelten. Es gelten dann auch die Ungleichungen $a < c$, $a < d$ und



$b < d$.

Aufgabe:

Es seien w, x, y, z vier natürliche Zahlen, für die folgende Ungleichungen gelten:

(1) $z > x$

(2) $z < w$

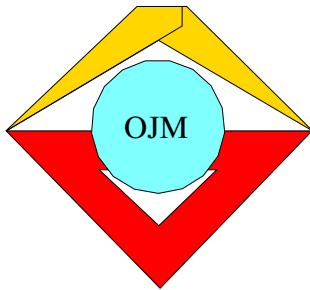
(3) $w > x$

(4) $x < y$

(5) $y > w$

(6) $z < y$

Stelle fest, ob sich alle diese Ungleichungen in Form einer fortlaufenden Ungleichung schreiben lassen!



12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 120521:

In der folgenden Aufgabe ist jedes Sternchen (*) so durch eine der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zu ersetzen, daß eine richtig gelöste Multiplikationsaufgabe entsteht. Dabei muß jede Zeile mit einer von 0 verschiedenen Ziffer beginnen.

$$\begin{array}{r} 4 * * \cdot 3 * * \\ \hline * * * 5 \\ 3 * * * \\ 8 * * \\ \hline * * * * 3 * \end{array}$$

Als Ergebnis wird nur eine richtig ergänzte Aufgabe ohne Begründung verlangt.

Aufgabe 120522:

Eine Oberschule führte für alle Schulklassen ein Schulsportfest durch. Nach dem Sportfest behauptete Gerald, es hätte insgesamt 325 Teilnehmer gegeben.

Günter, der wußte, daß die Anzahl der an dem Sportfest teilnehmenden Mädchen um genau 24 größer war als die der teilnehmenden Jungen, meinte, Gerald's Behauptung sei falsch.

Weise nach, daß Günter's Meinung richtig ist!

Aufgabe 120523:

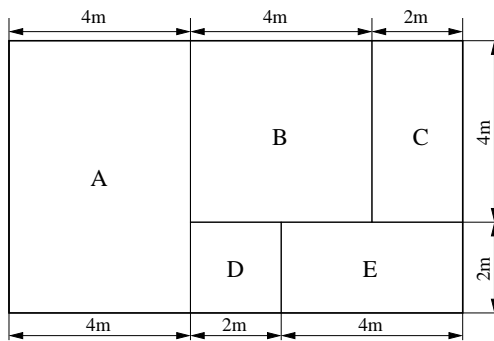
In einem Kasten befinden sich insgesamt 100 gleichgroße Kugeln, nämlich 28 rote, 28 blaue, 26 schwarze, 16 weiße und 2 grüne.

Ulrike soll aus diesem Kasten im Dunkeln (also ohne bei irgendeiner der herausgenommenen Kugeln die Farbe erkennen zu können) eine Anzahl von Kugeln herausnehmen. Diese Anzahl soll sie so wählen, daß unter den herausgenommenen Kugeln mindestens 9 die gleiche Farbe haben müssen.

Welches ist die kleinste Kugelanzahl, die Ulrike wählen kann, um diese Aufgabe zu erfüllen?



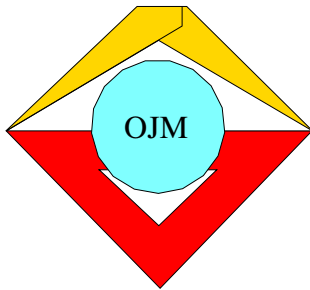
Aufgabe 120524:



Die Abbildung stellt den Grundriß einer Wohnung mit den Räumen A , B , C , D , E dar.

- Zeichne den Grundriß dieser Wohnung im Maßstab 1:100!
- Die Fußböden der Räume A und B sollen gestrichen, die der Räume C , D und E mit einem Fußbodenbelag ausgelegt werden.

Ermittle den Flächeninhalt der Fußböden der einzelnen Räume und gib die Anzahl der zu streichenden und die der auszulegenden Quadratmeter an!



13. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 130511:

- Ermittle die größte Anzahl von Schnittpunkten, die 6 voneinander verschiedene gleichgroße Kreise insgesamt miteinander haben können! Dabei sind als Schnittpunkte jeweils die Schnittpunkte zweier Kreise zu verstehen.
- Zeichne ein Beispiel, bei dem 6 Kreise die unter a) ermittelte größte Anzahl von Schnittpunkten miteinander haben und die Kreismittelpunkte überdies alle auf einer und derselben Geraden liegen! Wähle als Radius $r = 3$ cm und nummeriere die Schnittpunkte.

Aufgabe 130512:

Karl soll einen Würfel der Kantenlänge 4 cm aus Knetmasse, ohne ihn zu verformen, so zerteilen, daß am Ende nur Würfel von je 1 cm Kantenlänge entstehen.

- Ermittle die Anzahl der Würfel (der geforderten Art), die auf diese Weise entstehen!
- Stelle fest, wieviel Schnitte Karl dabei insgesamt ausführen muß, wenn ein Schnitt niemals mehr als einen der vorher vorhandenen Körper zerteilen darf, d.h. wenn das Schneiden "im Paket" nicht gestattet ist!

Aufgabe 130513:

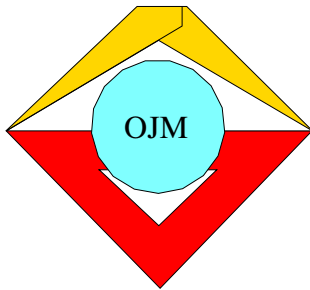
Das Dreifache der Summe der Zahlen 38 947 und 12 711 soll durch das Sechsfache der Differenz der Zahlen 9 127 und 8 004 dividiert werden. Wie lautet der Quotient?

Aufgabe 130514:

Aus einer Schulklasse arbeiten einige Thälmann-Pioniere im Klub der internationalen Freundschaft mit. Auf die Frage, wer von ihnen im Dolmetscherbüro dieses Klubs mitarbeitet, melden sich 7. Dann wird gefragt, wer im Länderzirkel des Klubs mitarbeitet; hierauf melden sich 6. Ebenso wird festgestellt, daß 5 der Pioniere im Zirkel junger Korrespondenten des Klubs tätig sind. Andere als diese 3 Zirkel gibt es in diesem Klub nicht.

Als Nächstes wird die Frage gestellt, wer gleichzeitig mindestens im Dolmetscherbüro und im Länderzirkel mitarbeitet; diesmal melden sich 4 der Pioniere. Ebenso ermittelt man, daß 3 von ihnen gleichzeitig mindestens im Dolmetscherbüro und im Zirkel junger Korrespondenten tätig sind und 2 von den Pionieren gleichzeitig mindestens zum Länderzirkel und zum Zirkel junger Korrespondenten gehören. Genau einer der Pioniere der genannten Schulklasse gehört allen drei Zirkeln an.

Ermittle die Anzahl aller derjenigen Pioniere dieser Klasse, die im Klub der internationalen Freundschaft mitarbeiten! (Sämtliche Zahlenangaben gelten als genau)



13. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 130521:

Eine Fischereigenossenschaft hatte an einem Tage nur Hechte, Barsche und Plötzen gefangen. Davon waren insgesamt 125 Plötzen. Ferner waren es doppelt soviel Barsche wie Hechte; die Anzahl der Hechte betrug ein Fünftel der Anzahl der Plötzen.

Stelle fest, wieviel Fische die Fischereigenossenschaft an diesem Tage insgesamt gefangen hatte!

Aufgabe 130522:

Zeichne zwei Geraden g_1 und g_2 , die einander in einem Punkte S schneiden! Wähle einen Punkt T , der auf keiner der beiden Geraden liegt! Konstruiere die bei der Verschiebung ST entstehenden Bilder g'_1 und g'_2 der beiden Geraden!

Aufgabe 130523:

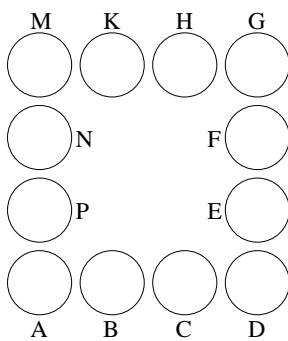


Abb. A 523

In die 12 Felder $A, B, C, D, E, F, G, H, K, M, N, P$ der nebenstehenden Figur (Abb. A 523) sollen die natürlichen Zahlen von 1 bis 12, jede genau in eines der Felder, so eingetragen werden, daß die Summe der in den Feldern A, B, C, D stehenden Zahlen 22 beträgt, ebenso die Summe der in den Feldern D, E, F, G stehenden Zahlen, gleichfalls die Summe der in den Feldern G, H, K, M stehenden Zahlen und auch die Summe der in den Feldern M, N, P, A stehenden Zahlen.

- Gib eine derartige Eintragung von Zahlen an!
- Untersuche, welche Zahlen bei jeder derartigen Eintragung in den Feldern A, D, G und M stehen!

Aufgabe 130524:

Im Centrum-Warenhaus sind zu Dekorationszwecken gleichgroße Konservbüchsen zu einer "Pyramide" aufgeschichtet worden. In jeder Schicht sind die Büchsen so "im Dreieck" angeordnet, wie Abb. A 524 zeigt. Die dort mit k bezeichnete Anzahl der Büchsen längs einer jeden "Seitenkante des Dreiecks" beträgt für die unterste Schicht 9. In jeder weiteren Schicht ist die entsprechende Anzahl k um 1 kleiner als in der unmittelbar darunterliegenden Schicht. Die oberste Schicht besteht aus einer Büchse.

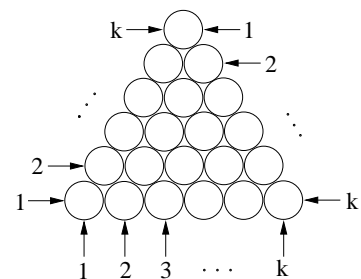
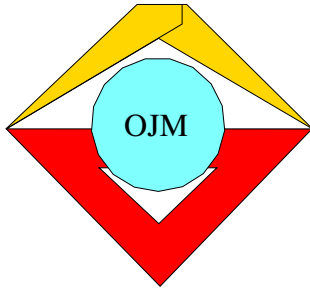


Abb. A 524

Ermittle die Anzahl aller in der "Pyramide" enthaltenen Büchsen!



14. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 140511:

Ermittle die natürlichen Zahlen a, b, c, d, e , von denen folgendes bekannt ist:

- (1) a ist die Hälfte von b .
- (2) b ist die Summe von c und d .
- (3) c ist die Differenz von d und e .
- (4) d ist das Dreifache von e .
- (5) e ist der vierte Teil von 56.

Aufgabe 140512:

Ein Quader von der Länge $a = 1,50$ m, der Breite b und der Höhe c hat eine Grundfläche von $12\,600$ cm² und ein Volumen von $1\,323$ dm³.

Ermittle b und c (in Zentimetern)!

Aufgabe 140513:

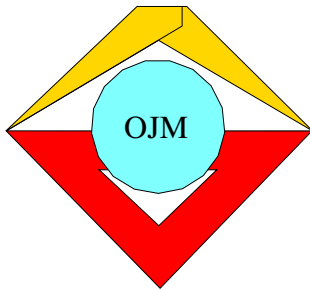
Die Schüler Lutz, Dora, Erich, Nina, Bernd und Manja beteiligten sich an der Kreisolympiade Junger Mathematiker. Dabei erzielte Bernd mehr Punkte als Erich, Lutz bekam zwar mehr Punkte als Dora, aber weniger als Erich. Nina erhielt eine kleinere Punktzahl als Dora. Manjas Punktzahl war größer als die Punktzahl Bernds.

Ermittle die Reihenfolge der Punktzahlen der genannten Schüler; schreibe sie mit der größten beginnend auf!

Aufgabe 140514:

Einige Schüler einer Klasse 5 trugen ein Schachturnier aus. Jeder Teilnehmer spielte gegen jeden anderen genau 2 Partien. Insgesamt wurden an 24 Tagen je 3 Partien ausgetragen.

Ermittle die Anzahl der Teilnehmer an diesem Turnier!



14. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

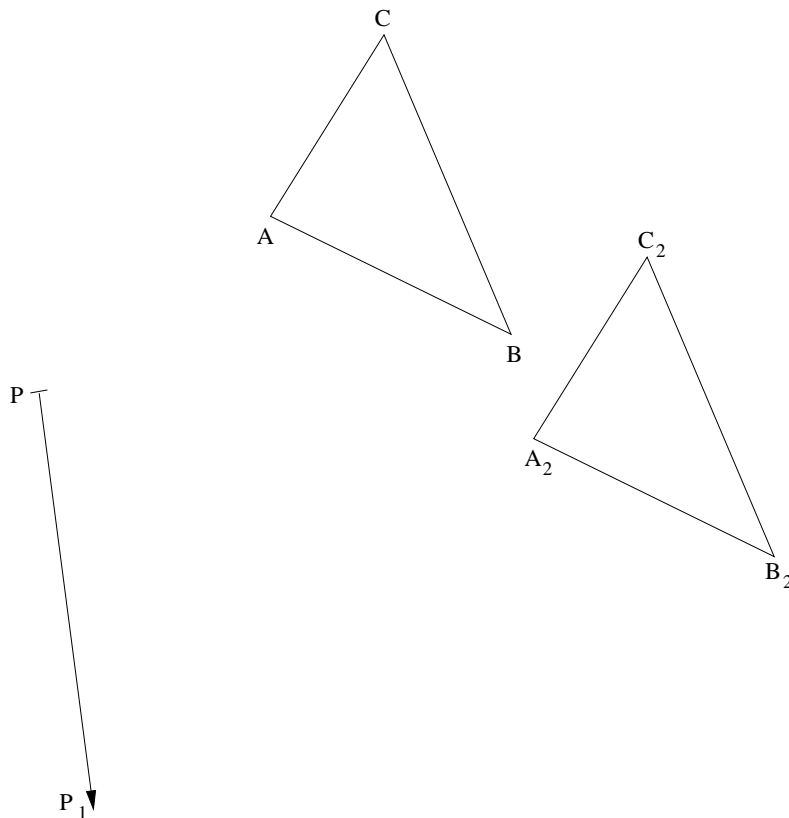
Aufgabe 140521:

Auf dem beiliegenden Arbeitsblatt sind ein Dreieck ABC , ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$ sowie ein Dreieck $A_2B_2C_2$ abgebildet.

Das Dreieck $A_2B_2C_2$ ist dadurch entstanden, daß auf das Dreieck ABC zuerst die Verschiebung $\overrightarrow{PP_1}$, und dann eine zweite Verschiebung angewendet wurde.

Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel, Lineal und Zeichendreieck denjenigen Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_2}$, der diese zweite Verschiebung angibt!

Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.





Aufgabe 140522:

Anita und Peter sollten für ihre Gruppe aus dem Konsum 7 Flaschen Selterswasser holen. Sie hatten eine Geldsumme bei sich, die genau hierfür gereicht hätte. Sie konnten aber nur Brause bekommen, von der jede Flasche 15 Pfennige mehr kostete als eine Flasche Selterswasser. Für ihr gesamtes Geld erhielten sie nunmehr 4 Flaschen Brause.

Ermittle den Preis für eine Flasche Selterswasser und den Preis für eine Flasche Brause. Wieviel kosteten die 4 Flaschen Brause?

Aufgabe 140523:

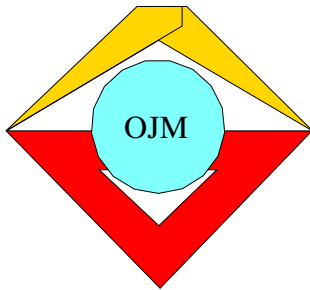
Uwe fuhr mit einem Sonderzug ins Ferienlager. Als der Zug genau die Hälfte seiner Reisestrecke zurückgelegt hatte, schlief Uwe ein und erwachte erst, als der Zug noch eine Strecke von genau 25 km bis zum Reiseziel zurückzulegen hatte. Diese Strecke war halb so lang wie die Strecke, die der Zug zurückgelegt hatte, während Uwe schlief.

Wieviel Kilometer betrug Uwes Reisestrecke?

Aufgabe 140524:

Schülerinnen und Schüler einer Klasse 5 trugen ein 14tägiges Schachturnier aus. Dabei wurden an jedem der 14 Tage genau 6 Spiele ausgetragen. Die Anzahl der teilnehmenden Jungen war größer als die der teilnehmenden Mädchen. Jedes Mädchen spielte gegen jedes andere Mädchen und jeder Junge gegen jeden anderen Jungen genau zweimal. Keines der Mädchen spielte gegen einen Jungen.

Ermittle die Anzahl der Mädchen und die der Jungen, die an diesem Turnier teilnahmen!



15. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 150511:

Im Jahre 1974 erzielten 187 Schiffe der DDR-Handelsflotte eine Transportleistung von insgesamt 10 800 000 t.

Berechne zur Veranschaulichung dieser Leistung, welche Länge ein Güterzug bei gleicher Transportleistung haben müßte! Dabei sei angenommen, daß dieser Zug aus Güterwagen mit einer Tragfähigkeit von je 25 t besteht und daß jeder dieser Wagen (einschließlich der Koppelvorrückung) eine Länge von 12 m besitzt.

Wieviel Güterzüge zu je 60 dieser Güterwagen hätten 1974 täglich fahren müssen, um die gleiche Transportleistung zu erzielen (das Jahr sei zu 360 Tagen gerechnet)?

Aufgabe 150512:

Ermittle alle positiven geraden Zahlen u , p , g , die folgende Ungleichungen erfüllen:

- a) $42 > 5u > 19$
- b) $11 < (3p + 3) < 22$
- c) $23 > (3g - 3) \geq 3$, und für die $(3g - 3)$ eine natürliche Zahl ist!

Gib die Lösungsmenge so an, daß die geraden Zahlen, die jeweils die betreffende Ungleichheit erfüllen, der Größe nach geordnet sind! Beginne stets mit der kleinsten!

Aufgabe 150513:

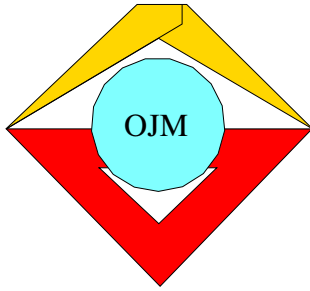
Eine Gruppe von Pionieren unternahm eine Radwanderung. Sie starteten innerhalb eines Ortes und erreichten nach 800 m Fahrt den Ortsausgang. Nachdem sie danach das Fünffache dieser Strecke zurückgelegt hatten, rasteten sie. Nach weiteren 14 km machten sie Mittagspause. Die Reststrecke bis zu ihrem Fahrtziel betrug 2,5 km weniger als die bisher zurückgelegte Strecke.

Ermittle die Gesamtlänge der Strecke vom Start bis zum Ziel!

Aufgabe 150514:

An einem Waldlauf beteiligten sich insgesamt 81 Personen. Von den teilnehmenden Erwachsenen (18 Jahre oder älter) war die Anzahl der Männer doppelt so groß wie die der Frauen. Die Anzahl der teilnehmenden Kinder und Jugendlichen (unter 18 Jahren) betrug die Hälfte der Anzahl der teilnehmenden Erwachsenen. Dabei waren es halb soviel Kinder (unter 16 Jahren) wie Jugendliche (16 Jahre oder älter, aber unter 18 Jahre).

Gib die Anzahlen der teilnehmenden erwachsenen Männer, Frauen sowie der teilnehmenden Kinder und Jugendlichen an!



15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 150521:

Die Werkstätten des Flachglaskombinates Torgau beschlossen, im Jahre 1975 als Beitrag zum Wohnungsbauprogramm 135 000 m² Flachglas über den Plan hinaus zu produzieren. Diese Glasmenge reicht für 4 500 Neubauwohnungen eines bestimmten Typs aus.

Ermittle den Bedarf an Flachglas (in Quadratmetern), der nach diesen Angaben für 1 000 Neubauwohnungen dieses Typs zugrunde gelegt wurde.

Aufgabe 150522:

Bei den folgenden fünf Gleichungen sind für die Buchstaben x, y, z, u, v natürliche Zahlen so einzusetzen, daß wahre Aussagen entstehen. Dabei bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Zahlen.

- (1) $x = y : 40$,
- (2) $z = 4 \cdot u$,
- (3) $u = 280 : 7$,
- (4) $160 = v + 40$,
- (5) $y = z + v$.

Aufgabe 150523:

Als eine Pioniergruppe über ihre in den letzten Jahren durchgeführten Ferienreisen berichtete, stellte sich folgendes heraus:

- (1) Genau 13 Mitglieder dieser Gruppe waren schon einmal an der Ostsee.
- (2) Genau 15 Pioniere waren schon einmal im Harz.
- (3) Genau 6 Pioniere waren schon einmal sowohl an der Ostsee als auch im Harz.
- (4) Genau 4 Pioniere waren bisher weder an der Ostsee noch im Harz.

Ermittle die Anzahl aller Pioniere, die dieser Gruppe angehören!

Aufgabe 150524:

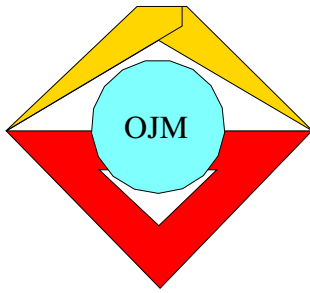
Gegeben sei eine Gerade g und auf ihr ein Punkt A .

Konstruiere auf dieser Geraden g vier weitere Punkte B, C, D, E , die in dieser Reihenfolge auf derselben von A ausgehenden Halbgeraden liegen und für die folgendes zutrifft:



- (1) Die Strecke AB ist 2,5 cm lang.
- (2) Die Strecke BC ist um 0,3 dm länger als die Strecke AB .
- (3) Die Strecke CE ist genauso lang wie die Summe der Strecken AB und BC .
- (4) Die Strecke DE ist um 50 mm kürzer als die Strecke CE .

Beschreibe die Konstruktion, und ermittle die Länge der Strecke AD (in cm)!



16. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 160511:

In einer Mathematik-Arbeitsgemeinschaft stellt Monika den Teilnehmern folgende Aufgabe:

”Jeder der Buchstaben A, L, P, H bedeutet eine einstellige natürliche Zahl. Dabei gilt:

- (1) Die Zahl H ist doppelt so groß wie die Zahl P .
- (2) Die Zahl A ist gleich der Summe aus der Zahl P und dem Doppelten der Zahl H .
- (3) Die Zahl L ist gleich der Summe der Zahlen A, P und H .

Schreibt man die Zahlen $ALPHA$ in dieser Reihenfolge hintereinander, dann erhält man die (fünfstellige) Leserzahl der mathematischen Schülerzeitschrift ”alpha”.

Wie groß ist diese Leserzahl?”

Aufgabe 160512:

Auf einer Geraden g sollen fünf Punkte A, B, C, D, E in dieser Reihenfolge angeordnet sein und folgende Bedingungen erfüllen:

- (1) Die Strecke AE hat die Länge $\overline{AE} = 18$ cm.
 - (2) Die Strecke AD ist 2 cm kürzer als die Strecke AE .
 - (3) Die Strecke CD hat die Länge $\overline{CD} = 5$ cm.
 - (4) Die Strecke AB ist 3 cm länger als die Strecke CE .
- a) Konstruiere fünf derartige Punkte A, B, C, D, E !
 - b) Ermittle die Längen der Strecken AD, AB, BC !

Als Lösung genügt:

- a) eine Konstruktion ohne Beschreibung und
- b) die Ermittlung der Streckenlängen $\overline{AD}, \overline{AB}, \overline{BC}$ aus den Bedingungen (1) bis (4).

Aufgabe 160513:

Um zu ermitteln, welchen Durchschnittswert die Masse eines Maiskolbens von einem Versuchsfeld hat, hatten Schüler einer Mathematik-Arbeitsgemeinschaft sechs Kolben ausgewählt und gewogen.

Der größte Kolben hatte eine Masse von 850 g, drei Kolben hatten eine Masse von je 640 g, zwei Kolben von



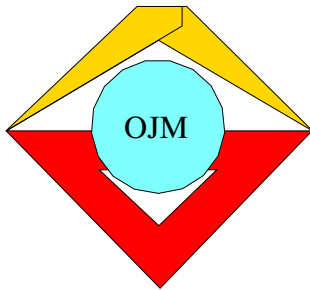
je 460 g.

Wieviel Gramm betrug hiernach die durchschnittliche Masse eines dieser sechs Maiskolben?

Aufgabe 160514:

Ein rechteckiger Spielplatz wird eingezäunt. Die Gesamtlänge des Zaunes beträgt 390 m; die langen Seiten des Rechtecks sind doppelt so lang wie die kurzen.

- a) Ermittle die Seitenlängen des Spielplatzes!
- b) Zeichne den Spielplatz (Konstruktion des Rechtecks) im Maßstab 1 : 1000!



16. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 160521:

$$\begin{array}{r} A \cdot A = B \\ + \quad \cdot \quad - \\ \hline C \cdot D = E \\ F - G = H \end{array}$$

In das obenstehende Kryptogramm sind für die Buchstaben Ziffern (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) so einzutragen, daß für gleiche Buchstaben gleiche Ziffern stehen und daß alle angegebenen Rechenaufgaben richtig gerechnet sind.

Stelle fest, ob es eine solche Eintragung gibt, ob sie die einzige ist und wie sie in diesem Falle lautet!

Aufgabe 160522:

Zwei Junge Pioniere legten in ihrem Ruderboot stromabwärts in 10 Minuten eine Strecke zurück, deren Länge insgesamt 1 km und 200 m betrug.

Wieviel Zeit brauchten sie, um dieselbe Strecke gegen den Strom zurückzurudern, wenn sie dabei durchschnittlich in jeder Minute 40 m weniger zurücklegten als auf der Hinfahrt?

Aufgabe 160523:

Zeichne ein Quadrat $ABCD$ mit $\overline{AB} = 4$ cm! Zeichne dann einen Verschiebungspfeil \overrightarrow{PQ} , der 5 cm lang ist und parallel zur Geraden durch A und C in Richtung von A nach C verläuft!

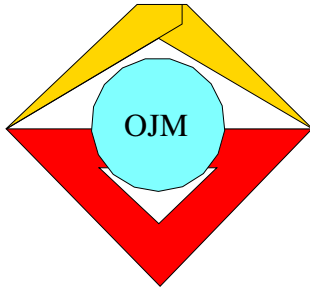
Konstruiere das Bild $A'B'C'D'$ des Quadrates $ABCD$ bei der Verschiebung \overrightarrow{PQ} !

Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

Aufgabe 160524:

Jeder Schüler braucht im Jahr 15 Hefte. Aus 1 Tonne Papier können 25 000 Hefte hergestellt werden.

Wieviele Schüler insgesamt kann man unter diesen Umständen aus 3 Tonnen Papier für ein Jahr mit Heften versorgen?



17. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulolympiade) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 170511:

Die Oberschule "Wilhelm Pieck" hat genau 314 Jungen und genau 322 Mädchen als Schüler. Ein Sechstel von ihnen gehört der FDJ an, alle anderen sind Mitglieder der Pionierorganisation "Ernst Thälmann".

Ermittle die Anzahl der FDJler unter diesen Schülern und die Anzahl der Pioniere unter ihnen!

Aufgabe 170512:

Von drei Pionieren, die sich in einem Rätelager treffen, ist folgendes bekannt:

- (1) Ihre Vornamen sind Frank, Gerd und Harald.
- (2) Ihre Familiennamen lauten Schulze, Müller und Krause.
- (3) Frank heißt mit Familiennamen nicht Krause.
- (4) Der Vater von Gerd ist Offizier der NVA.
- (5) Gerd besucht die 6. Klasse, der Pionier mit dem Familiennamen Krause geht in die 7. Klasse.
- (6) Der Vater des Pioniers mit dem Familiennamen Schulze arbeitet als Dreher.

Wie heißen diese drei Pioniere mit Vor- und Zunamen?

Aufgabe 170513:

Fritz möchte eine Subtraktionsaufgabe aufschreiben, bei der die Differenz zweier natürlicher Zahlen zu bilden ist. Als Ergebnis soll eine dreistellige Zahl entstehen, deren drei Ziffern alle einander gleich sind.

Der Minuend soll eine Zahl sein, die auf Null endet. Streicht man diese Null, so soll sich der Subtrahend ergeben.

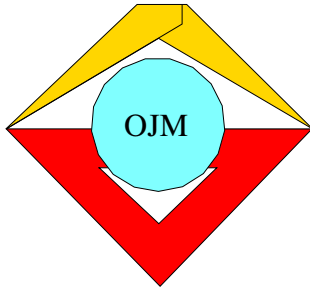
Gib alle Subtraktionsaufgaben an, für die das zutrifft!

Aufgabe 170514:

Eine Strecke von 240 m ist so in vier Teilstrecken geteilt, daß folgendes gilt:

- (1) Die erste Teilstrecke ist doppelt so lang wie die zweite Teilstrecke.
- (2) Die zweite Teilstrecke ist so lang wie die Summe der Längen der dritten und vierten Teilstrecke.
- (3) Die dritte Teilstrecke ist ein Fünftel der Gesamtstrecke.

Ermittle die Längen der einzelnen Teilstrecken!



17. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 170521:

Im Schulgarten steckten Schüler auf einem 8 m^2 großen Beet als Saatgut Erbsen, und zwar ebenso dicht, wie dies auf großen Flächen üblich ist. Der Ernteertrag dieses Beetes betrug das Fünfzehnfache des Saatgutes.

Wieviel kg Erbsen ernteten die Schüler von diesem Beet, wenn für eine 1 ha große Fläche 2 dt Erbsen als Saatgut üblich sind?

Aufgabe 170522:

Auf drei Bäumen sitzen insgesamt 56 Vögel. Nachdem vom ersten Baum 7 auf den zweiten und vom zweiten 5 Vögel auf den dritten Baum geflogen waren, saßen nun auf dem zweiten Baum doppelt so viel Vögel wie auf dem ersten und auf dem dritten doppelt so viel Vögel wie auf dem zweiten Baum.

Berechne, wieviel Vögel ursprünglich auf jedem der Bäume saßen!

Aufgabe 170523:

Eine Fläche von 1710 m^2 ist in 9 Parzellen eingeteilt. Jede der Parzellen hat entweder die Größe 150 m^2 oder die Größe 210 m^2 .

Wieviel Parzellen jeder dieser Größe gibt es insgesamt auf der genannten Fläche?

Aufgabe 170524:

Drei vorgegebene Strecken \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} und drei Strecken gesuchter Längen a , b , c sollen die folgenden Eigenschaften haben:

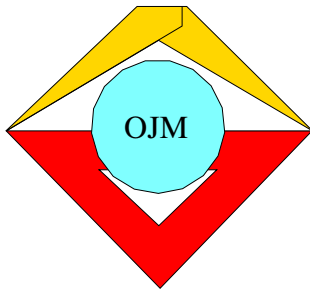
$$\overline{AB} = a + b = 5,6 \text{ cm};$$

$$\overline{CD} = a - b = 1,8 \text{ cm};$$

$$\overline{EF} = b + c = 6,2 \text{ cm}.$$

Zeichne drei derartige Strecken \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} , und ermittle aus ihnen durch eine Konstruktion (nur mit Zirkel und Lineal) die gesuchten Längen a , b und c !

Begründe, warum deine Konstruktion die gesuchten Längen a , b , c ergibt, wenn sie die geforderten Eigenschaften haben!



18. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 180511:

Gerda, Peter und Renate sehen auf dem Tisch einen Teller mit Haselnüssen stehen. Sie wissen nicht, wieviel Nüsse es sind.

Gerda meint: "Wenn man fünfmal nacheinander 19 Nüsse vom Teller wegnimmt, bleiben noch mehr als 5 Nüsse auf dem Teller zurück." Renate meint: "Wollte man aber fünfmal nacheinander 20 Nüsse von dem Teller wegnehmen, so würden die Nüsse dafür nicht ausreichen." Peter sagt: "Eine von euch beiden hat bestimmt recht."

Nach dem Auszählen wurde festgestellt, daß Peter sich geirrt hatte. Wieviel Nüsse lagen insgesamt auf dem Teller?

Aufgabe 180512:

Marie-Luise hat einen außen rot angestrichenen Würfel aus naturfarbenem Holz. Der Würfel hat 3 cm Kantenlänge. Marie-Luise denkt sich diesen Würfel in kleine Würfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt.

- a) Wie viele derartige kleine Würfel würden aus dem roten Würfel insgesamt entstehen?
- b) Wie viele von den kleinen Würfeln hätten drei rot angestrichene Seitenflächen,
- c) zwei rot angestrichene Seitenflächen,
- d) eine rot angestrichene Seitenfläche,
- e) keine rot angestrichene Seitenfläche?

Als Lösung genügt die Angabe der in a) bis e) erfragten Anzahlen. Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 180513:

	31		
	26	20	
			8

In die freien Felder des abgebildeten Rechtecks sind Zahlen so einzutragen, daß sie von links nach rechts gelesen und von oben nach unten gelesen immer kleiner werden und daß für jede Zeile und jede Spalte gilt: Alle Differenzen, die man in einer Zeile bzw. Spalte zwischen zwei unmittelbar neben- bzw. untereinanderstehenden Zahlen bilden kann, sind für diese Zeile bzw. Spalte gleich.

Gib ferner für jede Zeile und jede Spalte diese Differenz an!

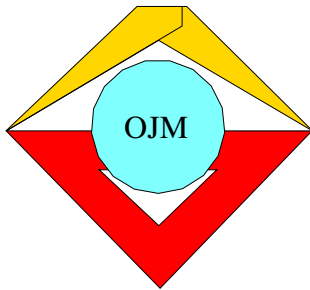
Der Lösungsweg ist zu beschreiben.



Aufgabe 180514:

Auf einem Parkplatz stehen insgesamt 60 Personenkraftwagen der Typen "Trabant", "Wartburg", "Skoda" und "Wolga". Die Anzahl der Wagen vom Typ "Trabant" ist doppelt so groß wie die Anzahl der Wagen der drei anderen Typen zusammengenommen. Außerdem gilt: Es stehen dreimal soviel Wagen vom Typ "Wartburg" wie von den Typen "Skoda" und "Wolga" zusammen auf dem Parkplatz und drei Wagen mehr vom Typ "Skoda" als vom Typ "Wolga".

Wieviel PKW jeden Typs stehen auf diesem Parkplatz?



18. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 180521:

Die Gleise der BAM werden nach ihrer Fertigstellung eine Gesamtlänge von 3 200 km haben. Je 1 m Gleis entsprechen 2 m Schiene.

Wieviel Tonnen Stahl werden für die Schienen der BAM insgesamt benötigt, wenn man für je 1 m Schiene 65 kg Stahl braucht?

Aufgabe 180522:

Marie-Luise möchte eine zweistellige natürliche Zahl z angeben, die die folgenden Bedingungen (1), (2), (3) gleichzeitig erfüllt:

- (1) Die Zahl z ist nicht durch 10 teilbar.
- (2) Vergrößert man die Einerziffer der Zahl z um 4, so erhält man die Zehnerziffer von z .
- (3) Vertauscht man die Ziffern von z miteinander, dann erhält man eine Zahl, deren Dreifaches kleiner als 100 ist.

Ermittle alle Zahlen z , die die genannten Bedingungen erfüllen!

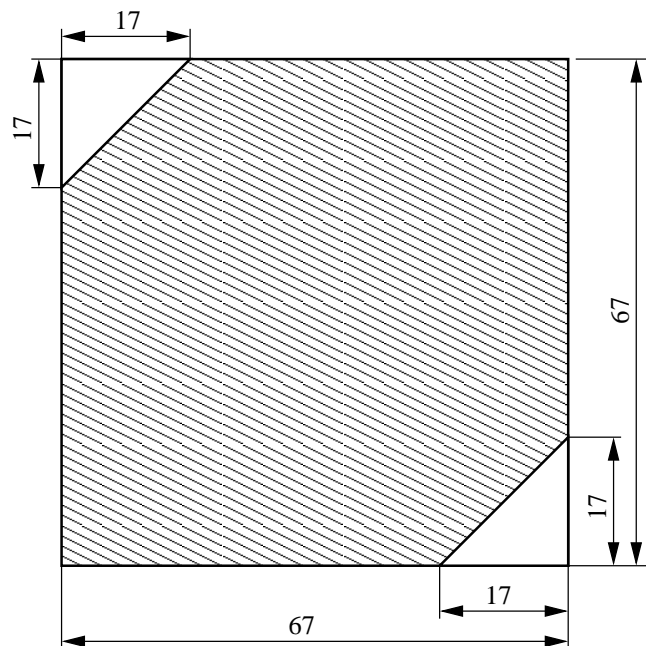
Aufgabe 180523:

Vier Kooperative Abteilungen Pflanzenproduktion (KAP), die mit A , B , C und D bezeichnet sein sollen, besitzen zusammen 92 Traktoren. Wenn B zur besseren Nutzung drei ihrer Traktoren an A und vier ihrer Traktoren an D weitergibt, dann verfügen alle vier KAP über die gleiche Anzahl von Traktoren.

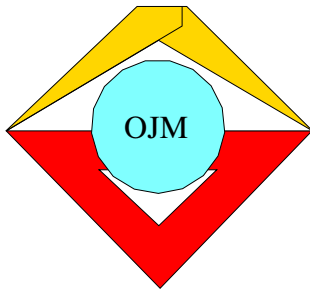
Wie viele Traktoren besaß ursprünglich jede der vier KAP?

Aufgabe 180524:

Die abgebildete schraffierte Fläche entsteht, indem von einer quadratischen Fläche zwei (gleichgroße) dreieckige Flächen abgeschnitten werden.



Aus den in der Abbildung angegebenen Maßen (in mm) ist der Flächeninhalt der schraffierten Fläche (in cm^2) zu berechnen.



19. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 190511:

(Eine historische Aufgabe, 2000 Jahre v.d.Z.)

In einem Käfig sind Kaninchen und Fasane eingesperrt. Diese Tiere haben zusammen 40 Köpfe und 104 Füße.

Nenne die Anzahl aller Kaninchen und die Anzahl aller Fasane, die in dem Käfig sind!

Aufgabe 190512:

In die sieben leeren Felder des folgenden Bildes sind Zahlen derart einzutragen, daß alle vier waagerechten und alle vier senkrechten Aufgaben richtig gerechnet sind.

Eine Begründung wird nicht verlangt.

$$\begin{array}{ccccccc}
\boxed{4} & + & \boxed{} & - & \boxed{} & = & \boxed{2} \\
+ & & - & & + & & + \\
\boxed{} & - & \boxed{2} & + & \boxed{0} & = & \boxed{} \\
- & & + & & - & & - \\
\boxed{} & + & \boxed{} & - & \boxed{6} & = & \boxed{6} \\
= & & = & & = & & = \\
\boxed{1} & + & \boxed{5} & - & \boxed{} & = & \boxed{3}
\end{array}$$

Aufgabe 190513:

Kurt, Peter und Konrad sind jeweils in genau einer der drei Arbeitsgemeinschaften “Mathematik”, “Biologie”, “Zeichnen”. Ferner ist bekannt:

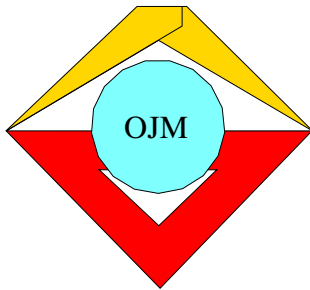
- (1) Peter geht häufiger zum Schwimmen als der Junge aus der AG “Mathematik”.
- (2) Der Junge aus der AG “Mathematik” und Konrad haben nicht gleich viele Urkunden bei einem Sportwettkampf erhalten.
- (3) Peter geht in eine niedrigere Klasse als der Junge aus der AG “Biologie”.

Welcher der drei Jungen besucht die AG “Mathematik”, welcher die AG “Biologie” und welcher die AG “Zeichnen”?

Aufgabe 190514:

Wie viele Streichhölzer würden sich insgesamt in einem hohlen Würfel unterbringen lassen, dessen Kantenlänge, innen im Hohlraum gemessen, 1 m beträgt?

Wir wollen dabei annehmen, daß jedes Streichholz genau 5 cm lang, 2 mm breit und 2 mm hoch ist. Die Verdickung am Streichholzkopf und andere Unregelmäßigkeiten sollen bei dieser Aufgabe nicht berücksichtigt werden.



19. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 190521:

In einer Konsumverkaufsstelle werden genau vier verschiedene Waschpulversorten A , B , C und D angeboten. Insgesamt sind 900 Pakete Waschpulver im Lager der Verkaufsstelle vorhanden; jedes Paket hat 250 g Inhalt. Ein Drittel des gesamten Lagerbestandes an Waschpulver ist von der Sorte A . Ein Viertel des übrigen Bestandes ist von der Sorte B . Von der Sorte C sind ebenso viele Pakete im Lager wie von der Sorte D .

- Wieviel Pakete beträgt für jede einzelne der vier Sorten der Lagerbestand?
- Wieviel Kilogramm Waschpulver sind insgesamt in den Paketen enthalten?

Aufgabe 190522:

In einem Bericht eines Schülers über einen 60 m-Lauf war zu lesen:

”Es war ein spannender Lauf unserer Mädchen. Astrid zog an Doris vorbei und konnte dann ihren Vorsprung bis ins Ziel behaupten. Auf den letzten Metern gelang es sogar noch Beate, Doris zu überholen. Das war zwar eine aner kennenswerte Leistung, jedoch kam Beate noch etwas später ins Ziel als Christine. Doris wurde nur teilweise den in sie gesetzten Erwartungen gerecht; immerhin konnte sie Christine hinter sich lassen.”

Können alle Aussagen dieses Berichtes gleichzeitig wahr sein? Begründe deine Entscheidung!

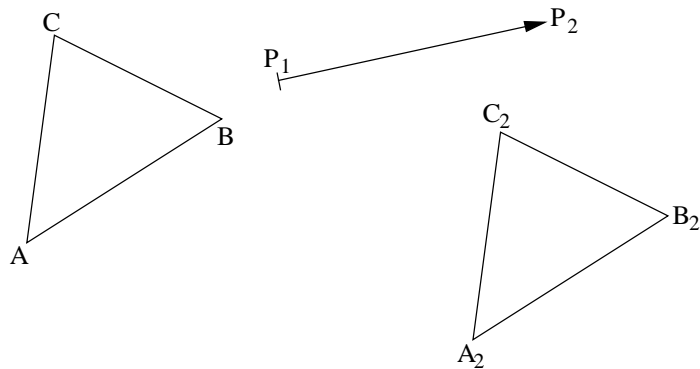
Aufgabe 190523:

Auf diesem Arbeitsblatt sind ein Dreieck ABC , ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_2}$ sowie ein Dreieck $A_2B_2C_2$ abgebildet.

Gesucht ist ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$ mit folgender Eigenschaft:

Wendet man auf das Dreieck ABC zuerst die Verschiebung $\overrightarrow{PP_1}$ und dann die Verschiebung $\overrightarrow{P_1P_2}$ an, so entsteht das Dreieck $A_2B_2C_2$.

Konstruiere einen Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_1}$ mit dieser Eigenschaft! Verwende dabei nur Lineal (ohne Benutzung der Millimetereinteilung), Zirkel und (nur zum Konstruieren von Parallelen) Zeichendreieck! Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt!

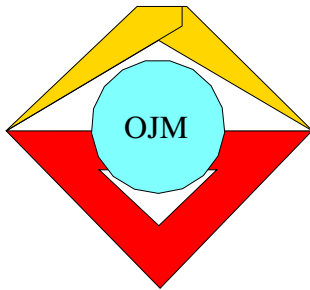


Aufgabe 190524:

Das untenstehende Muster einer Multiplikationsaufgabe soll so ausgefüllt werden, daß in jedes Kästchen genau eine Ziffer eingetragen wird und daß dabei eine richtig gerechnete Aufgabe entsteht. Für gleiche Variable sind gleiche Ziffern einzusetzen. Wie üblich soll 0 nicht als Anfangsziffer vorkommen. Für das Ausfüllen der leeren Kästchen werden sonst keine weiteren Vorschriften gemacht.

$$\begin{array}{r}
 \boxed{x} \boxed{y} \boxed{z} \cdot \boxed{8} \boxed{x} \boxed{z} \\
 \hline
 \boxed{x} \boxed{x} \boxed{8} \boxed{8} \\
 \phantom{\boxed{x} \boxed{y} \boxed{z}} \boxed{} \boxed{} \boxed{x} \\
 \phantom{\boxed{x} \boxed{y} \boxed{z}} \phantom{\boxed{} \boxed{}} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\
 \hline
 \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{}
 \end{array}$$

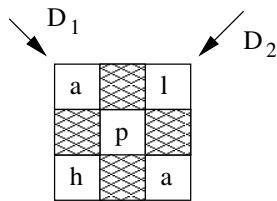
Begründe, wie sich aus diesen Forderungen eine vollständige Eintragung ergibt!



20. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulolympiade) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 200511:



Ralph, ein eifriger Leser der mathematischen Schülerzeitschrift alpha stellt in einer Arbeitsgemeinschaft seinen Mitschülern folgende Aufgabe:

In der abgebildeten Figur sind für a, h, l, p natürliche Zahlen so einzutragen, daß sich in jeder der beiden Diagonalen D_1, D_2 die Summe 135 ergibt. Dabei soll die Zahl p das Dreifache der Zahl a sein, und die Zahl h soll das Fünffache der Zahl l sein.

Ermittle alle derartigen Eintragungen, und erkläre, wie man sie finden kann! Überprüfe dabei auch, ob alle geforderten Bedingungen erfüllt sind!

Aufgabe 200512:

Zum Transport einer bestimmten Menge Schotter hätte ein LKW mit 5 t Ladefähigkeit genau 105 vollbeladene Fuhren durchführen müssen. Nach 35 dieser Fuhren wurde er durch einen anderen LKW mit 7 t Ladefähigkeit abgelöst.

Stelle fest, wieviel vollbeladene Fuhren dieser zweite LKW noch durchzuführen hat, um die restliche Schottermenge abzutransportieren!

Aufgabe 200513:

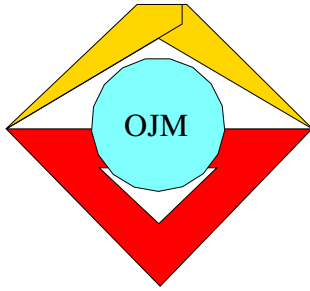
Annegret, Heidi, Katrin, Lore, Petra und Ruth bewohnen im Pionierlager gemeinsam ein Zelt und beschließen, die Reihenfolge für ihren Ordnungsdienst nach ihrem Alter festzulegen, beginnend mit dem ältesten Mädchen. Alle sechs Mädchen sind im gleichen Jahr geboren, jedes an einem anderen Tag. Katrin ist älter als die fünf anderen Mädchen. Heidi hat einen Monat nach Annegret Geburtstag, sie ist aber älter als Petra. Lore ist jünger als Annegret. Ruth ist älter als Heidi und hat einen Tag später Geburtstag als Lore.

In welcher Reihenfolge müssen die sechs Pioniere ihren Ordnungsdienst versehen, wenn sie ihren Beschluß verwirklichen wollen?

Aufgabe 200514:

Von den sieben Schülern Annette, Beate, Christine, Dieter, Frank, Gerd und Hans hatte jeder in mindestens einem der beiden Fächer Mathematik und Russisch die Note 1. Auf die Frage, wer in genau einem dieser beiden Fächer die Note 1 hat, meldeten sich von diesen Schülern nur Annette, Christine, Frank, Gerd und Hans. In Mathematik hatten von ihnen nur Beate, Christine, Dieter und Frank die Note 1. Ermittle aus diesen Angaben alle diejenigen der sieben Schüler, die

- a) in Mathematik und in Russisch,
- b) in Mathematik, aber nicht in Russisch,
- c) in Russisch, aber nicht in Mathematik die Note 1 hatten!



20. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 200521:

Zwei Geschwister erhielten im September zusammen 6 Mark für abgelieferte Altstoffe. Im Oktober erhielten sie zusammen 13 Mark. Im November bekamen sie 2 Mark weniger als in den beiden vorigen Monaten zusammen.

Ein Drittel ihres in den drei Monaten erzielten Gesamterlöses spendeten sie für die Solidarität, ein weiteres Drittel des Gesamterlöses legten sie in ihre gemeinsame Ferienkasse. Den Rest teilten sie sich zu gleichen Teilen zum persönlichen Gebrauch.

Ermittle den Betrag, den damit jeder der beiden für sich persönlich erhielt!

Aufgabe 200522:

Bei einem Einkauf wurde der Preis von 170 Mark mit genau 12 Geldscheinen bezahlt. Jeder dieser Geldscheine war ein 10-Mark Schein oder ein 20-Mark-Schein.

Ermittle die Anzahl der 10-Mark-Scheine und die der 20-Mark-Scheine, die zum Bezahlen der angegebenen Summe verwendet wurden!

Aufgabe 200523:

Fritz will auf einer Geraden vier Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge angeordnet zeichnen. Dabei sollen folgende Bedingungen erfüllt werden:

- (1) Die Länge der Strecke AD soll 15 cm betragen.
- (2) Die Strecke BC soll um 3 cm länger sein als die Strecke AB .
- (3) Die Strecke CD soll doppelt so lang sein wie die Strecke AC .

Untersuche, ob diese Bedingungen erfüllbar sind! Wenn dies der Fall ist, so ermittle alle diejenigen Längenangaben für die Strecken AB, BC und CD , durch die diese Bedingungen erfüllt werden!

Aufgabe 200524:

Ein Mathematiklehrer, ein Physiklehrer und ein Deutschlehrer treffen sich auf einer Tagung. Sie heißen Meyer, Peters und Siewert. (Die Reihenfolge der Familiennamen braucht nicht mit der Reihenfolge der Berufe übereinzustimmen.)

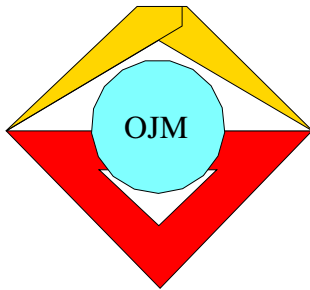
Im Gespräch stellen sie fest, daß einer von ihnen mit Vornamen Otmar, ein anderer Kurt und der dritte Karl heißt und daß einer in Leipzig, einer in Suhl und einer in Schwerin wohnt. Ferner wissen wir:

- (1) Herr Meyer erzählt dem Physiklehrer, daß er den Mathematiklehrer in Leipzig besucht habe.
- (2) Darauf erwidert ihm Herr Peters: "Das weiß ich schon, Kurt."



(3) Karl hatte ihm nämlich berichtet, daß er Besuch aus Suhl gehabt habe.

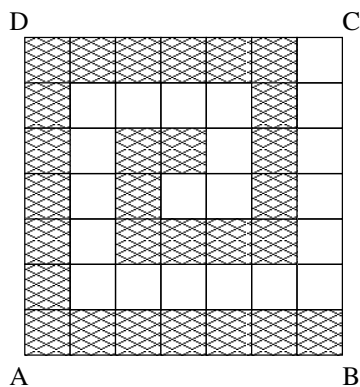
In diesem Gespräch ist nur von diesen drei Personen die Rede. Ordne jedem Familiennamen den zugehörigen Vornamen, Wohnort und Beruf zu!



21. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 210511:



Ein Quadrat $ABCD$ mit 14 cm Seitenlänge ist in 7 mal 7 gleichgroße Teilquadrate zerlegt. Aus einigen dieser Teilquadrate ist ein Streifenzug so zusammengestellt, wie die Abbildung zeigt. Der Streifenzug ist durch Schraffieren hervorgehoben.

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt dieses Streifenzuges!

Aufgabe 210512:

Die Pioniergruppen der Klassen $5a$, $5b$ und $5c$ einer Schule fertigten für einen Solidaritätsbasar Buchhüllen an. Dabei fertigte die Klasse $5a$ genau 6 Hüllen mehr als die Klasse $5b$ an, und die Klasse $5c$ schaffte das Doppelte von dem, was die Klasse $5b$ anfertigte. Insgesamt wurden von den Pionieren der drei Klassen 66 Buchhüllen hergestellt.

Wieviel Buchhüllen fertigte jede der drei Pioniergruppen an?

Aufgabe 210513:

$$\begin{array}{r} \boxed{8} \boxed{0} \boxed{0} - \boxed{} \boxed{} = \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \cdot + = \boxed{6} \boxed{0} \boxed{8} \\ \hline \boxed{2} \boxed{5} + \boxed{} \boxed{3} = \boxed{} \boxed{} \boxed{} \end{array}$$

In jedes leere Kästchen der Abbildung soll eine der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 so geschrieben werden, daß die drei waagerechten und die senkrechten Aufgaben richtig gerechnet sind.

Eine Beschreibung und Begründung der Lösung wird nicht verlangt.

Aufgabe 210514:

Eine Aufgabe aus einer Leningrader Mathematikolympiade:

Ein "Oktoberkind" (das ist ein Jungpionier bis zur 3. Klasse), ein Pionier und ein Komsomolze führen in ein Pionierlager. Ihre Vornamen sind (nicht unbedingt in derselben Reihenfolge) Kolja, Igor und Sascha. Aus ihren Gesprächen im Zug erfuhren wir:

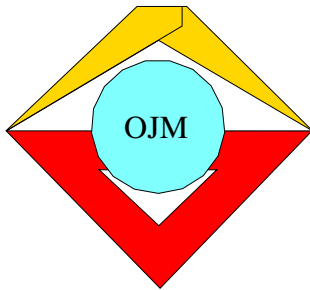
- (1) Kolja und der Komsomolze sind zwei begeisterte Angler.



(2) Das Oktoberkind wohnt in Leningrad; Sascha auch, aber in einer anderen Straße.

(3) Sascha ist jünger als der Komsomolze.

Welchen Vornamen hat das Oktoberkind, welchen Vornamen hat der Pionier, und welchen Vornamen hat der Komsomolze?



21. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 210521:

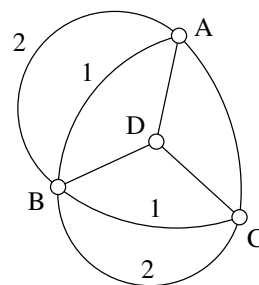
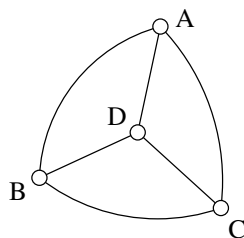
Ein Behälter, der mit Sonnenblumenöl gefüllt ist, wiegt 17 kg 500 g. Der leere Behälter würde 2 kg 700 g wiegen.

- Wieviel Liter Öl befinden sich in dem Behälter, wenn 1 Liter Sonnenblumenöl 925 g wiegt ?
- Für den Ladenverkauf wird das Öl in Flaschen zu 400 g abgefüllt. Wieviel Flaschen lassen sich mit dem im Behälter befindlichen Öl füllen?

Aufgabe 210522:

Die vier Springbrunnen A, B, C, D eines Parkes sind so durch Wege verbunden, wie es das Bild zeigt. Ein Spaziergänger möchte so durch den Park gehen, daß er jeden dieser Wege genau einmal durchläuft. Ein solcher Spaziergang soll bei einem beliebigen Brunnen beginnen und bei einem beliebigen Brunnen (nicht unbedingt bei demselben) enden.

- Untersuche, ob ein derartiger Spaziergang möglich ist!
- Später wurde noch ein weiterer Weg zwischen B und A und ein weiterer Weg zwischen B und C angelegt, wie das Bild zeigt. Untersuche, ob es danach möglich ist, einen Spaziergang der gewünschten Art zu machen!



Hinweis: Lautet bei a) oder b) die Antwort, daß ein derartiger Spaziergang nicht möglich ist, so beweise, warum nicht! Lautet die Antwort aber, daß er möglich ist, so gib einen solchen Spaziergang an!

Aufgabe 210523:

Vier Schüler mit den Familiennamen Erdborn, Freimuth, König und Meyer haben die Vornamen Alfred, Martin, Norbert und Torsten (nicht unbedingt in derselben Reihenfolge). Sie treffen sich auf der Geburtstagsfeier ihres Mitschülers Franz Neubert. Außer ihnen nahmen keine weiteren Personen an dieser Feier teil. Es ist bekannt:



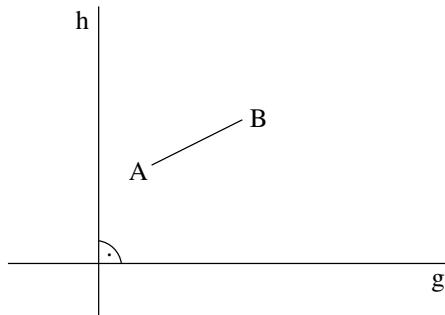
- (1) Als ersten Gast konnte Franz seinen Mitschüler Meyer begrüßen, als zweiten Norbert und danach Erdborn und später Martin.
- (2) Jeder Gast brachte genau ein Geschenk mit: Meyer hatte ein Würfelspiel, Alfred einen Kugelschreiber, Martin einen Strauß Rosen und König ein Buch mitgebracht.

Wie heißen die vier Schüler mit ihren Vor- und Familiennamen?

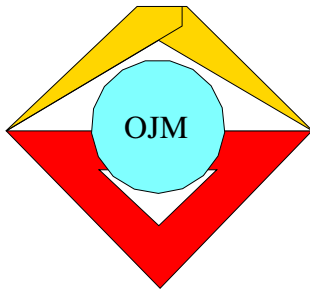
Aufgabe 210524:

Auf dem Arbeitsblatt sind zwei Geraden g, h und eine Strecke AB gegeben. Konstruiere einen Verschiebungspfeil \overline{PQ} parallel zu h und danach einen Verschiebungspfeil \overline{RS} parallel zu g , und zwar so, daß folgendes gilt:

Wenn man die Strecke AB durch die Verschiebung \overline{PQ} in die Strecke $A'B'$ überführt und diese danach durch die Verschiebung \overline{RS} in die Strecke $A''B''$, so liegt A'' auf g und B'' auf h .



Eine Beschreibung und Begründung der Konstruktion wird nicht verlangt.



22. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulolympiade) Klasse 5 Aufgaben

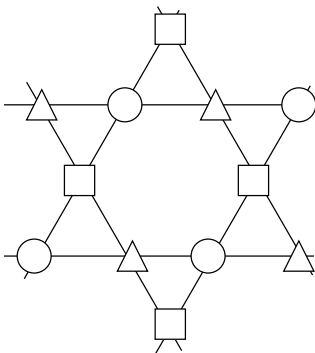
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 220511:

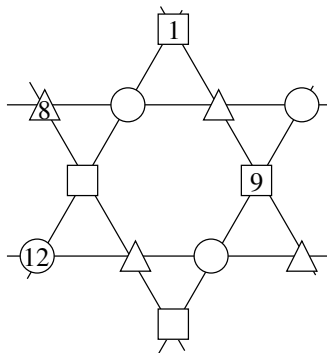
In die 12 Felder des Bildes *a* sind die Zahlen von 1 bis 12 so einzutragen, daß folgendes gilt:

- Auf jeder eingezeichneten Geraden beträgt die Summe der Zahlen in den vier Feldern 26;
- die Summe der Zahlen in den vier Dreiecksfeldern beträgt 26;
- die Summe der Zahlen in den vier Kreisfeldern beträgt 26;
- die Summe der Zahlen in den vier Quadratfeldern beträgt 26.

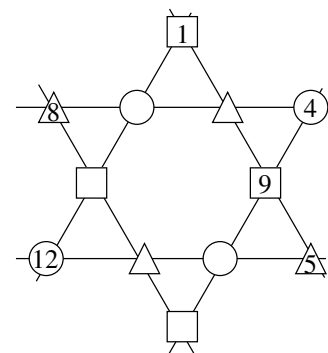
- a) Vervollständige die Eintragung Bild b), und überprüfe, ob dann alle Forderungen erfüllt sind!
- b) Nenne einen Rechenweg, der zu derselben vollständigen Eintragung führt, aber nur die Vorgabe aus Bild c) benutzt!
- c) Versuche, noch andere Eintragungen für Bild a) zu finden, z.B. solche, bei denen die Zahl 12 nicht in einem der sechs "äußeren" Felder steht!



a)



b)



c)

Aufgabe 220512:

Mutter kauft ein. Sie hat genau 50 M bei sich. Eigentlich möchte sie drei Schals, eine Mütze und ein Paar Handschuhe kaufen, aber das Geld reicht hierfür nicht. Eine Mütze kostet 18 M, ein Schal halb so viel, ein Paar Handschuhe kosten 1,50 M mehr als ein Schal. Sie kauft drei Schals und ein Paar Handschuhe.

Wieviel Geld hat sie danach noch insgesamt übrig?



Aufgabe 220513:

Rolf, ein Mitglied im Bezirksklub Junger Mathematiker, schreibt seinen Mitschülern die folgenden drei Gleichungen auf:

$$\begin{aligned}B \cdot J \cdot M &= 135, \\M + A + T + H + E &= 32, \\(H + E + I) : (T - E - R) &= 3.\end{aligned}$$

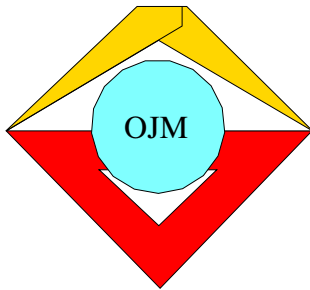
Er verlangt, jeden der Buchstaben $A, B, E, H, I, J, M, R, T$ so durch eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zu ersetzen, daß alle drei Gleichungen wahr sind. Dabei sollen gleiche Buchstaben durch gleiche Zahlen, verschiedene Buchstaben durch verschiedene Zahlen ersetzt werden.

- Anke antwortet: "Ich finde schon aus der ersten Gleichung, welche drei Zahlen für B, J und M einzusetzen sind. Nur ihre Reihenfolge weiß ich noch nicht." Welche drei Zahlen sind dies!
- Bertolt sagt: "Dann erhält man aus der zweiten Gleichung, welche Zahl M bedeutet." Wie könnte Bertolt die beiden anderen von Anke genannten Zahlen ausgeschlossen haben?
- Nach weiterem Probieren finden die Mitschüler eine vollständige Lösung. Welche könnte es z.B. sein?

Aufgabe 220514:

Ein Rechteck mit den Seitenlängen 4 cm und 7 cm soll in Quadrate zerlegt werden. Zwei dieser Quadrate sollen die Seitenlänge 3 cm haben. Die anderen Quadrate sollen dann noch so groß wie möglich sein.

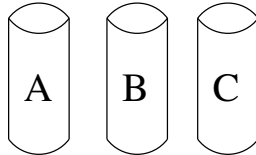
- Zeichne eine Zerlegung, von der du vermutest, daß sie die geforderten Eigenschaft hat! Wieviel Quadrate (außer den beiden der Seitenlänge 3 cm) kommen in deiner Zeichnung insgesamt vor?
- Beweise, daß in jeder Zerlegung der geforderten Art diese anderen Quadrate alle dieselbe Seitenlänge haben müssen! Wie groß ist sie? Wie kann man die Anzahl dieser Quadrate auch rechnerisch finden, ohne sie zu zeichnen?



22. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 220521:

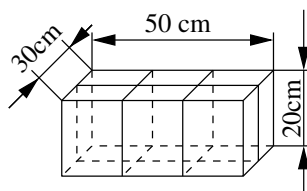


Sieben Kugeln sind so auf drei Becher A , B und C zu verteilen, daß im Becher C nicht weniger Kugeln als im Becher B und im Becher B nicht weniger als im Becher A liegen.

Es dürfen auch Becher leer bleiben.

Gib alle verschiedenen Möglichkeiten einer solchen Verteilung an!

Aufgabe 220522:



Das Bild zeigt ein 50 cm langes, 30 cm breites und 20 cm hohes verschürtes Paket. Die Schnur wurde möglichst sparsam verwendet, also von Knoten zu Knoten überall nur einfach gelegt. Zum Verknoten wurden noch zusätzlich 10 cm Schnur gebraucht.

Wieviel Zentimeter Schnur wurden daher zum Verschnüren dieses Paketes insgesamt verwendet?

Aufgabe 220523:

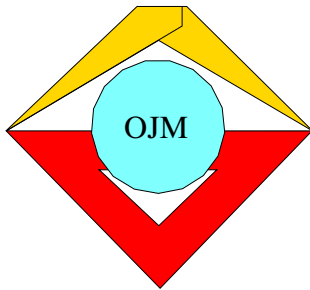
Über die 650 Schüler einer Schule liegen folgende Angaben vor:

- 500 Schüler sind Mitglied einer Sport-Arbeitsgemeinschaft.
- 400 Schüler sind Mitglied einer anderen Arbeitsgemeinschaft.
- 100 Schüler sind nicht Mitglied einer Arbeitsgemeinschaft.

Aus diesen Angaben soll ermittelt werden, wieviel der 650 Schüler sowohl Mitglied einer Sport-Arbeitsgemeinschaft als auch Mitglied einer anderen Arbeitsgemeinschaft sind. Erkläre, wie man diese Anzahl finden kann!

Aufgabe 220524:

Ein Schüler kauft 5 gleiche Hefte und 7 gleiche Bleistifte, wofür er insgesamt 3,80 M bezahlt. Wie teuer ist ein derartiges Heft und wie teuer ein derartiger Bleistift, wenn ein Bleistift doppelt so viel kostet wie ein Heft?



23. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 230511:

Bernd, Peter und Fred nahmen mit Erfolg an der Schulolympiade teil. Jeder von ihnen bekam genau eine der folgenden drei Auszeichnungen: 1. Preis, 2. Preis oder Diplom. Ferner ist bekannt:

- (1) Der Schüler mit den 2. Preis ist älter als Bernd.
- (2) Fred erhielt nicht den 1. Preis.
- (3) Bernd gehört keiner mathematischen Arbeitsgemeinschaft an.
- (4) Der Schüler, der den 1. Preis errang, ist in einer mathematischen Arbeitsgemeinschaft.

Wer von ihnen erhielt den 1. Preis, wer von ihnen erhielt den 2. Preis, und wer von ihnen erhielt das Diplom? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 230512:

Die Maßzahlen der (in Zentimeter gemessenen) Seitenlängen eines Dreiecks sind drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen. Der Umfang dieses Dreiecks beträgt 42 cm.

Wie lang sind seine drei Seiten?

Aufgabe 230513:

Für die Buchstaben a, b, c, d, e, f sind in den nachstehenden Aufgaben (1) bis (6) natürliche Zahlen so einzusetzen, daß richtig gerechnete Aufgaben entstehen. Dabei sollen gleiche Buchstaben gleiche Zahlen und verschiedene Buchstaben verschiedene Zahlen bedeuten.

- (1) $a + b + c = 21$,
- (2) $b \cdot c = 42$,
- (3) $c + d = 70 : b$,
- (4) $e : a = d$,
- (5) $c = 54 : 9$,
- (6) $a + b + c + d + e + f = 60$

Finde eine solche Eintragung und überprüfe, ob sie alle Forderungen erfüllt!

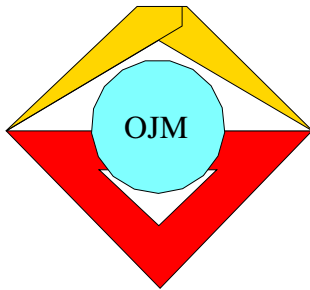


Aufgabe 230514:

3	+		-		=7
·		+		·	
	·		:		=3
-		-		+	
	+		-		=6
=2		=4		=7	

In die leeren Felder der Abbildung sind natürliche Zahlen so einzusetzen, daß alle waagerechten und senkrechten Aufgaben richtig gelöst werden.

- a) Gib eine solche Einsetzung an!
- b) Es gibt insgesamt vier solche Einsetzungen. Erkläre, wie man diese finden kann und gib sie an!



23. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 230521:

Die Zahlen von 1 bis 10 sollen als Ergebnisse von Rechenaufgaben auftreten, bei denen außer den Zeichen für die vier Grundrechenoperationen und Klammern jeweils nur die Ziffer 3 auftreten soll, und zwar genau 5 mal. Für zwei Aufgaben wurden Beispiele angegeben.

Gib für die Ergebnisse 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 und 10 je eine derartige Aufgabe an!

Beispiele:

$$1 = 3 - 3 : 3 - 3 : 3 = (3 + 3 + 3) : 3 : 3$$

$$7 = (33 - 3) : 3 - 3 = 3 \cdot 3 + 3 : 3 - 3$$

Aufgabe 230522:

Mit 12 gleichlangen Hölzchen sollen Begrenzungen von Flächen gelegt werden. Es sind jedesmal alle 12 Hölzchen für eine Fläche zu verwenden. Außerdem dürfen benachbarte Hölzchen nur gestreckte oder rechte Winkel bilden.

Die Abbildung A 230522 zeigt als Beispiel eine solche Fläche, die einen Inhalt von 5 Flächeneinheiten besitzt. (Als Flächeneinheit gilt der Flächeninhalt eines Quadrates mit der Seitenlänge eines Hölzchens.)

Zeichne jeweils eine solche Fläche mit einem Flächeninhalt von

- a) 6 Flächeneinheiten,
- b) 7 Flächeneinheiten,
- c) 8 Flächeneinheiten,
- d) 9 Flächeneinheiten!

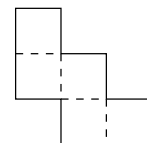


Abbildung A 230522

Aufgabe 230523:

Die drei Pioniere Hans, Karl und Peter fahren mit dem Rad von Leipzig nach Halle. Hans fuhr dabei in je 10 Minuten 2 Kilometer, Karl benötigte für je 2,5 Kilometer 10 Minuten, während Peter in je 10 Minuten 3 Kilometer zurücklegte und Halle nach genau 100 Minuten erreichte.

Wieviel Minuten nach Peter trafen Hans und Karl in Halle ein, wenn alle drei Pioniere zur gleichen Zeit in Leipzig abfahren?

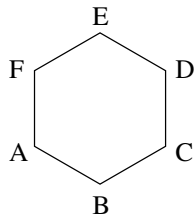
Aufgabe 230524:

In der nachstehenden Abbildung sind ein regelmäßiges Sechseck $ABCDEF$ und ein Punkt S' gegeben. Der Schnittpunkt der Diagonalen AD , BE und CF des Sechsecks sei S . Wir betrachten diejenige Verschiebung,

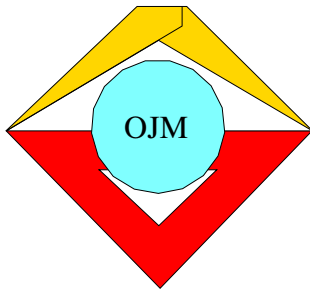


bei der S den Bildpunkt S' hat.

Konstruiere den Verschiebungspfeil $\overrightarrow{SS'}$ und das Bild $A'B'C'D'E'F'$ des Sechsecks $ABCDEF$ bei dieser Verschiebung!



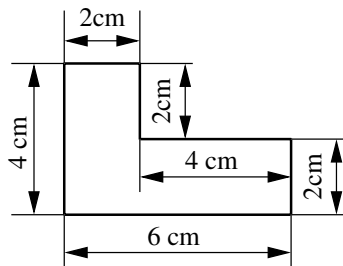
S'



24. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulolympiade) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 240511:



Aus Flächenstücken wie in der Abbildung kann man eine Quadratfläche zusammensetzen, deren Seitenlänge 8 cm beträgt.

Wieviele solcher Flächenstücke sind hierzu erforderlich? Weise die Richtigkeit deiner Antwort durch eine Zeichnung nach!

Aufgabe 240512:

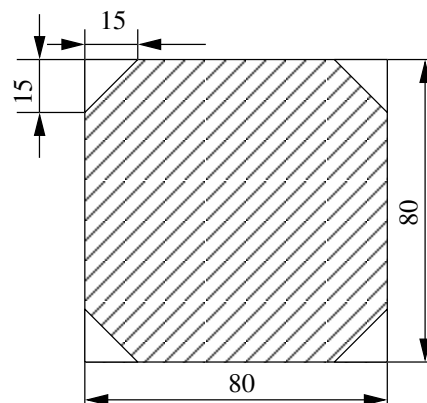
Roland löste eine Divisionsaufgabe. Er erhielt als Ergebnis den Quotienten 36. Roland machte die Probe, indem er den Divisor mit diesem Quotienten multiplizierte. Dabei las er versehentlich im Divisor statt einer Ziffer 7 eine 1 und erhielt als Ergebnis dieser Multiplikation nicht den gegebenen Dividenden, sondern die Zahl 756.

Wie hieß die Divisionsaufgabe, die Roland lösen sollte?

Aufgabe 240513:

Die schraffierte Fläche in der Abbildung entsteht aus einem Quadrat, von dem vier gleichgroße Dreiecke abgeschnitten werden.

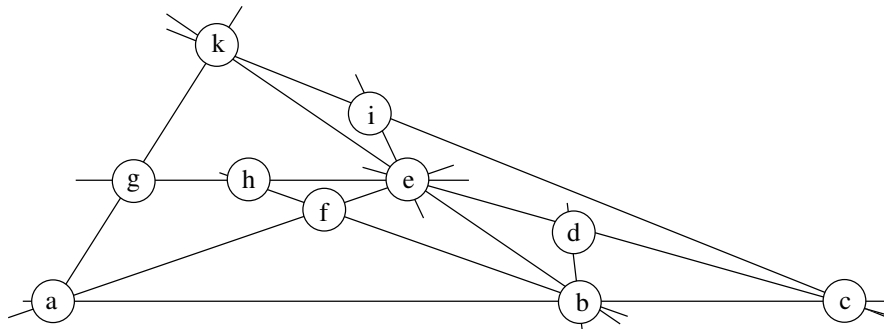
Berechne aus den in Millimeter angegebenen Maßen den Flächeninhalt der schraffierten Fläche in Quadratzentimeter!





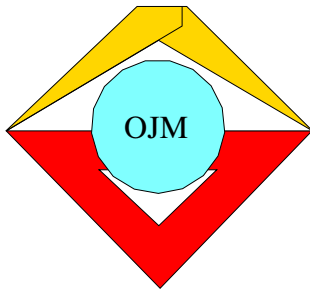
Aufgabe 240514:

In die Felder der Abbildung soll für jeden Buchstaben eine der Zahlen von 1 bis 10 eingetragen werden. Jede dieser Zahlen soll genau einmal vorkommen. Auf jeder eingezeichneten Geraden soll die Summe der Zahlen 15 betragen; es soll also gelten:



$$\begin{aligned}
 15 &= a + b + c \\
 &= a + f + e \\
 &= a + g + k \\
 &= b + d \\
 &= b + e + k \\
 &= b + f + h \\
 &= c + d + e \\
 &= c + i + k \\
 &= e + h + g \\
 &= e + i.
 \end{aligned}$$

- (a) Gib eine solche Eintragung an, bei der zusätzlich festgelegt wird, daß $e = 5$ und $k = 2$ ist!
- (b) Gib eine weitere von (a) verschiedene Eintragung an, die die Bedingungen der Aufgabe erfüllt! (Für e und k dürfen auch andere als die in (a) eingesetzten Zahlen verwendet werden.)
- (c) Beweise, daß es keine Eintragung gibt, bei der alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt sind und außerdem $e = 10$ gilt!



24. Mathematik-Olympiade 2. Stufe (Kreisolympiade) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 240521:

Harald will an der Wandzeitung über die rege Freizeitbeschäftigung der Pioniere Marion, Petra und Ruth berichten. Ihm ist bekannt:

- (1) Jedes der drei Mädchen betreibt genau eine der Sportarten Schwimmen, Tischtennis, Volleyball. Jede dieser drei Sportarten wird von einem der drei Mädchen betrieben.
- (2) Marion liest in ihrer Freizeit außerdem gern Abenteuerbücher, die Volleyballspielerin aber nicht.
- (3) Die Volleyballspielerin beschäftigt sich dagegen gern mit Mathematik, sie hat bei der letzten Mathematik-Olympiade mehr Aufgaben richtig gelöst als Petra.
- (4) In der Russisch-Olympiade hat Marion besser abgeschnitten als die Tischtennisspielerin.

Beweise, daß die Verteilung der drei Sportarten auf die drei Mädchen durch die Angaben (1), (2), (3), (4) eindeutig bestimmt ist! Welches Mädchen betreibt welche Sportart?

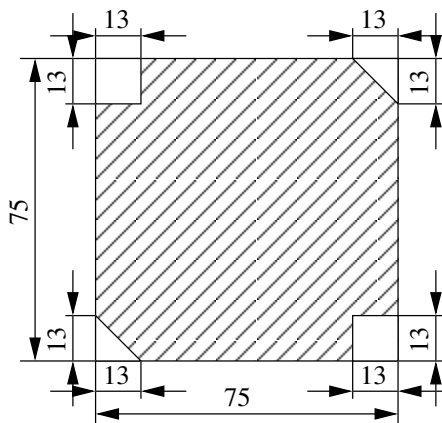
Aufgabe 240522:

In einem metallverarbeitenden VEB werden verschiedene Einzelteile produziert. Dazu werden vier Maschinen eingesetzt; mit jeder Maschine wird eine Sorte dieser Einzelteile hergestellt. Die Ergebnisse einer Schicht waren folgende:

Es wurden insgesamt 4320 Teile hergestellt, und zwar auf der ersten Maschine ein Drittel der 4320 Teile, auf der zweiten Maschine ein Fünftel der 4320 Teile. Auf der dritten Maschine wurden ebenso viele Teile hergestellt wie auf der vierten Maschine.

Berechne für jede der vier Maschinen die Stückzahl der auf dieser Maschine hergestellten Teile!

Aufgabe 240523:



Die abgebildete schraffierte Fläche entsteht aus einem Quadrat, indem man von ihm zwei Dreiecke und zwei Quadrate abschneidet.

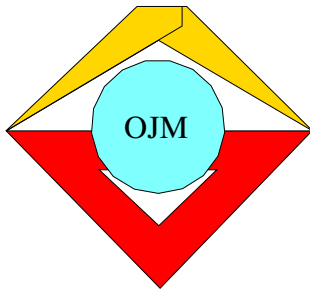
Berechne aus den in Millimeter angegebenen Längen den in Quadratzentimeter gemessenen Flächeninhalt der schraffierten Fläche!



Aufgabe 240524:

Peter berichtet: "Ich habe eine natürliche Zahl aufgeschrieben. Eine zweite natürliche Zahl habe ich aus der ersten durch Anhängen einer Ziffer 0 gebildet. Die Summe der beiden Zahlen beträgt 3 058."

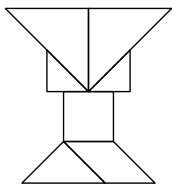
Beweise, daß man aus diesen Angaben eindeutig ermitteln kann, welche Zahl Peter als erste Zahl aufgeschrieben hat! Gib diese Zahl an!



25. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 250511:



Die Teilflächen der dargestellten Figur lassen sich

- a) zu einer Quadratfläche und
- b) zu einer Rechteckfläche, die keine Quadratfläche ist, zusammensetzen.

Gib je eine Möglichkeit dafür an!

Aufgabe 250512:

Bei einem Gruppenfest im Pionierlager verabreden 17 Kinder folgendes Spiel:

Es wird im Kreis herum immer wieder von 1 bis 7 gezählt, wobei sich jedes siebente Kind aus dem Kreis entfernen soll und dann auch beim weiteren Zählen nicht mehr berücksichtigt wird. Wer zuletzt übrigbleibt, hat verloren und muß einen Pfand geben.

Frank Pfiffig darf vorschlagen, bei welchem Kind mit dem Abzählen begonnen werden soll. Er will seinen Freund Norbert Nörgel ärgern und beginnt mit dem Abzählen so, daß dieser verliert. Wie kann er das erreichen?

Aufgabe 250513:

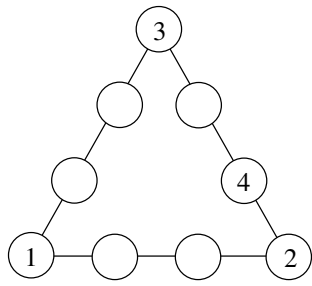
Drei Kunden in einem Eisenwarengeschäft kauften Schrauben. Jede Schraube kostete 7 Pfennig. Der zweite Kunde kaufte vier Schrauben mehr als der erste Kunde. Der dritte Kunde kaufte doppelt so viele Schrauben wie der zweite Kunde. Die drei Kunden bezahlten dafür insgesamt 5 Mark und 32 Pfennig.

Wieviel bezahlte der dritte Kunde?

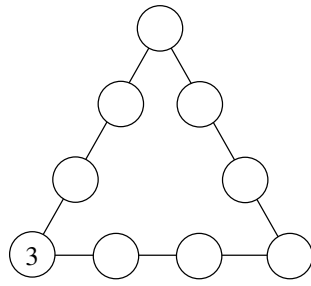
Aufgabe 250514:

In jede der Abbildungen a), b), c) sollen die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 in die Kreise eingetragen werden. Jede dieser Zahlen soll (jeweils bei einer solchen Eintragung) genau einmal vorkommen. Für einige Kreise ist die einzutragende Zahl bereits vorgeschrieben. Ferner soll für jede Eintragung folgendes gelten: Addiert man auf je einer Dreiecksseite die vier Zahlen, so ergibt sich bei jeder der drei Seiten dieselbe Summe.

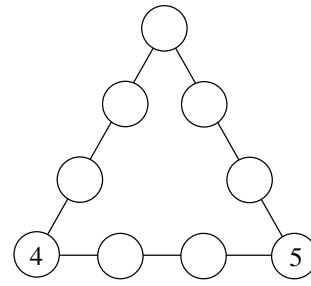
- a) Finde eine Eintragung in Abbildung a), bei der sich für jede der drei Seiten die Summe 17 ergibt!
- b) Finde möglichst viele Eintragungen in Abbildung b), bei denen sich für jede der drei Seiten die Summe 21 ergibt!
- c) Finde möglichst viele Eintragungen in Abbildung c), bei denen sich für jede der drei Seiten derselbe Wert der Summe ergibt! Gib zu jeder dieser Eintragungen diesen Wert an!



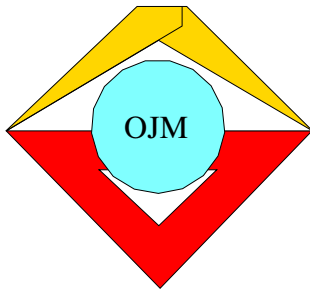
a)



b)



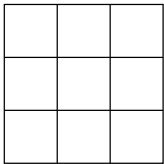
c)



25. Mathematik-Olympiade 2. Stufe (Kreisolympiade) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 250521:



In einem (3×3) -Felderbrett (siehe Abbildung) sind genau neun Quadrate enthalten, die aus einem Feld bestehen (\square), außerdem genau vier Quadrate, die aus vier Feldern bestehen ($\begin{smallmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{smallmatrix}$), und genau ein Quadrat, das aus neun Feldern besteht. Insgesamt sind in dem (3×3) -Felderbrett also 14 Quadrate enthalten.

Beantworte folgende Fragen:

- Wieviel Quadrate sind insgesamt in einem (4×4) -Felderbrett enthalten?
- Wieviel Quadrate sind insgesamt in einem (5×5) -Felderbrett enthalten?
- Wieviel Quadrate sind insgesamt in einem (6×6) -Felderbrett enthalten?

Eine Begründung der Antworten wird nicht verlangt.

Aufgabe 250522:

Vom Bahnhof Mathestädt fährt zu jeder vollen Viertelstunde ein Bus ab und trifft nach 2 Stunden in Knobelhausen ein. Von dort fahren ebenfalls im Viertelstundenabstand Busse auf derselben Straße nach Mathestädt, wo sie nach 2 Stunden Fahrzeit eintreffen. Morgens fährt der erste Bus von Mathestädt um 5.00 Uhr und der erste Bus von Knobelhausen um 7.10 Uhr ab. Die Busfahrer begrüßen einander jedesmal mit Kopfnicken, wenn sie sich unterwegs begegnen.

Wie viele ihm entgegenkommende Kollegen begrüßt der Busfahrer Franz Freundlich auf einer Fahrt von Mathestädt nach Knobelhausen, wenn diese Fahrt um 10.00 Uhr beginnt?

Aufgabe 250523:

Auf die Randlinie eines Quadrates sollen zwölf Damesteine so verteilt werden, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Auf jeder Ecke des Quadrates liegen gleich viele Damesteine. Dabei ist es zulässig, daß die Ecken frei von Damesteinen sind; es dürfen aber auch mehrere Damesteine übereinander auf den Ecken liegen.
 - Auf jeder Seite des Quadrates (einschließlich ihrer beiden Eckpunkte) sind gleich viele Damesteine. Dabei sollen alle Damesteine, die auf einer Quadratseite, aber zwischen deren Eckpunkten liegen, übereinander gestapelt sein.
- a) Gib vier verschiedene Verteilungen der zwölf Damesteine an, so daß jede dieser Verteilungen die Bedingungen (1) und (2) erfüllt!



b) Begründe, daß es nicht mehr als vier verschiedene Verteilungen dieser Art geben kann!

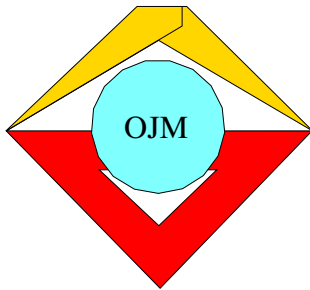
Aufgabe 250524:

Zeichne ein Quadrat $A'B'C'D'$ mit $\overline{A'B'} = 5,0$ cm! Zeichne dann einen Verschiebungspfeil \overrightarrow{PQ} , der 6,5 cm lang ist und parallel zur Geraden durch B' und D' in Richtung von B' nach D' verläuft!

Es soll nun zum Bild $A'B'C'D'$ bei dieser Verschiebung das Original $ABCD$ ermittelt werden. Bei der Lösung dieser Aufgabe darf die mm-Skala des Lineals nicht mehr verwendet werden.

- a) Löse die genannte Aufgabe so, daß außer Zirkel und Lineal auch das Zeichendreieck zum Ziehen von Parallelen durch die Punkte A' , B' , C' und D' benutzt wird!
- b) Löse (in einer neuen Zeichnung) die Aufgabe nur mit Zirkel und Lineal und so, daß weder die Gerade durch A und A' noch die Gerade durch C und C' gezeichnet wird!

Eine Begründung und Konstruktionsbeschreibungen werden nicht verlangt.



26. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

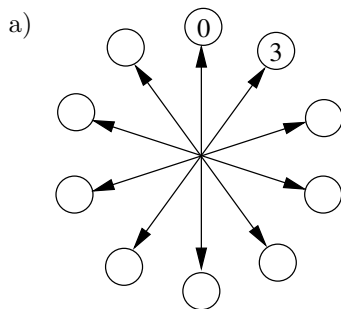
Aufgabe 260511:

Die Mädchen Grit, Regina und Beate tragen jede eine einfarbige Bluse. Von diesen drei Blusen ist eine gelb, eine rot und eine blau.

Grit stellt fest, daß keines der Mädchen eine Bluse von der Farbe trägt, die den gleichen Anfangsbuchstaben wie der Vorname des Mädchens hat. Das Mädchen mit der roten Bluse antwortet darauf: "Das hatte ich noch gar nicht bemerkt, aber du hast recht. Grit!"

Welche Bluse trägt jedes der Mädchen?

Aufgabe 260512:



Die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sollen so in die kleinen Kreise der Abbildung eingetragen werden, daß jedes Paar benachbarter Kreise dieselbe Summe wie das Paar an den beiden entgegengesetzten Pfeilspitzen ergibt.

Jede der zehn Zahlen soll genau einmal vorkommen. Die Zahlen 0 und 3 sollen wie angegeben eingetragen werden.

Gib eine Eintragung an, die alle diese Forderungen erfüllt!

- b) Für die Zahlen 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 läßt sich eine entsprechende Aufgabe stellen. Wie kann man für sie auf einfache Weise eine Lösung aus der Lösung von a) gewinnen?
- c) Löse die entsprechende Aufgabe für die natürlichen Zahlen $n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5, n + 6, n + 7, n + 8, n + 9$!
- d) Begründe deine Lösung von c) !

Aufgabe 260513:

Jörg bewundert Holgers Kaninchen und Tauben. Er möchte gern wissen, wieviel Kaninchen und Tauben Holger besitzt, und fragt ihn deshalb danach. Dieser antwortet: "Ich habe insgesamt 24 Tiere, die zusammen 62 Beine haben. Andere Tiere als Kaninchen und Tauben habe ich nicht."

Wieviel Kaninchen und wieviel Tauben besitzt Holger? Begründe deine Antworten!

Aufgabe 260514:

Der Pionier Klaus Knobler tritt als Zauberkünstler vor seiner Pioniergruppe auf. Nachdem ihm die Augen verbunden wurden, bittet er einen Zuschauer, aus einer Streichholzschatel eine beliebige ungerade Anzahl

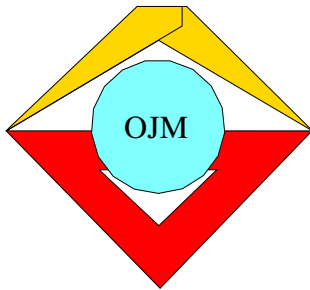


von Hölzern, jedoch mindestens 13, zu entnehmen. Diese Hölzer sollen in zwei parallelen Reihen auf den Tisch gelegt werden, wobei die obere Reihe genau ein Streichholz mehr enthalten soll als die untere. Nachdem dies geschehen ist, läßt Klaus Knobler

- (1) irgendeine von ihm selbst genannte Anzahl a (mindestens 1, jedoch weniger als 7) Streichhölzer aus der oberen Reihe fortnehmen, dann
- (2) aus der unteren Reihe so viele Streichhölzer wegnehmen, wie oben noch liegen, und dann
- (3) aus der oberen Reihe alle übrigen Streichhölzer entfernen.

Danach nennt Klaus Knobler den staunenden Zuschauern die Anzahl der auf dem Tisch verbliebenen Hölzer. Wie groß ist sie?

Durch welche Überlegung kann Klaus Knobler sie finden, ohne die Anzahl der zu Beginn auf dem Tisch liegenden Hölzer zu kennen?



26. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 260521:

Auf der DDR-Olympiade Junger Mathematiker treffen sich Andreas, Britta, Dirk und Kerstin. Sie kommen jeder aus einer anderen Stadt, und zwar aus Berlin, Dresden, Halle und Schwerin. Wir wissen folgendes über sie:

- (1) Andreas und der Teilnehmer aus Berlin sind von den vier Schülern die beiden einzigen, die schon im Vorjahr auf der DDR-Olympiade waren;
- (2) die beiden anderen, nämlich Kerstin und der Teilnehmer aus Dresden sind zum ersten Mal bei der DDR-Olympiade anwesend.
- (3) Dirk ist älter als der Teilnehmer aus Berlin.
- (4) Kerstin ist jünger als der Teilnehmer aus Schwerin.

Welcher Teilnehmer kommt aus welcher Stadt? Wer sind die beiden, die schon in Vorjahr an der DDR-Olympiade teilgenommen haben?

Aufgabe 260522:

Fritz hat drei rot und drei blau angestrichene kreisförmige Spielmarken. Keine zwei von diesen sechs Spielmarken sind in der Größe einander gleich.

- a) Fritz legt zuerst nur die drei verschieden großen roten Spielmarken nebeneinander auf den Tisch. Zeichne alle möglichen Anordnungen dieser drei Spielmarken auf! Wie viele Anordnungsmöglichkeiten sind dies insgesamt?
- b) Nun möchte Fritz alle sechs Spielmarken so nebeneinander legen, daß sich stets die Farben der Spielmarken abwechseln. Wie viele Anordnungsmöglichkeiten der Spielmarken gibt es hierfür insgesamt? Nenne die Anzahl und erkläre, warum es genau diese Anzahl der Anordnungsmöglichkeiten gibt!

Aufgabe 260523:

Zeichne eine Strecke AB der Länge 15 cm! Auf dem Strahl, der den Ausgangspunkt A hat und durch B geht, sollen nun zwei weitere Punkte C und D so eingezeichnet werden, daß $4 \cdot \overline{AC} = \overline{AD}$ und $\overline{CB} = \overline{BD}$ gilt.

Wie groß sind dafür \overline{AC} und \overline{AD} zu wählen?

Erkläre, wie man zur Berechnung dieser beiden Längen \overline{AC} und \overline{AD} kommen kann, und zeichne dann die Punkte C und D !



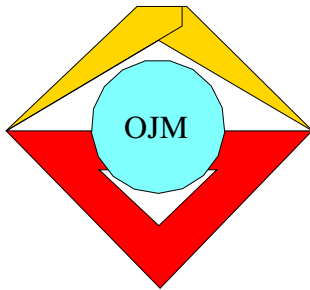
Aufgabe 260524:

Du kannst die mit zwei Würfeln von jemandem geworfenen beiden Augenzahlen nennen, ohne sie gesehen zu haben, wenn du folgende Rechenschritte (1) bis (4) ausführen und dir nur das Endergebnis nach Schritt (4) ansagen läßt:

- (1) Die mit dem einen Würfel geworfene Augenzahl ist zu verdoppeln.
- (2) Hierzu ist 5 zu addieren.
- (3) Die erhaltene Summe ist mit 5 zu multiplizieren.
- (4) Zum Produkt ist die mit dem anderen Würfel geworfene Augenzahl zu addieren.

Wenn du nämlich vom Ergebnis des Schrittes (4) die Zahl 25 subtrahierst, so erhältst du diejenige Zahl, deren eine Ziffer die Augenzahl des einen Würfels und deren andere Ziffer die Augenzahl des anderen Würfels bezeichnet.

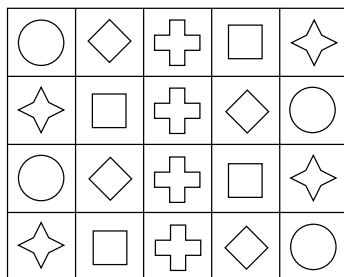
- a) Überprüfe dies an einem selbstgewählten Beispiel!
- b) Weise nach, daß das für jeden mit zwei Würfeln möglichen Wurf gilt!



27. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 270511:



Jemand will die abgebildete Figur in genau vier Teile zerschneiden. Keines der 20 kleinen Quadrate soll dabei zerschnitten werden. Die vier Teile sollen sich so übereinander legen lassen, daß sie sich dann völlig gleichen (gleiche Gestalt und gleiche Verteilung der Muster).

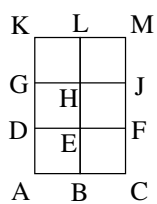
Es gibt fünf Möglichkeiten für eine derartige Zerlegung. Zeichne diese fünf Zerlegungen! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270512:

Eine Strecke von 240 mm Länge soll in zwei Teilstrecken zerlegt werden. Die größere Teilstrecke soll genau 47mal so lang sein wie die kleinere.

Wie lang muß dann die kleinere Teilstrecke sein und wie lang die größere? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 270513:



Die Abbildung zeigt ein Rechteck $ACMK$, das aus sechs kleinen Quadraten zusammengesetzt ist. Man kann in der Abbildung außer diesem Rechteck noch weitere Rechtecke finden, die sich aus solchen kleinen Quadraten zusammensetzen und die selbst keine Quadrate sind. Zum Beispiel ist $DFJG$ ein derartiges Rechteck.

Nenne alle derartigen Rechtecke außer $ACMK$!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270514:

- a) Die Figur der Abbildung a soll so "in einem Zuge" gezeichnet werden, daß dabei keine Linie zweimal durchlaufen wird.

Ein solcher "Zug" kann z.B. im Punkt L beginnen und über die Punkte $M, J, K, L, B, A, H, G, H, J, F, G, F, M, D, F, E, D, C, B, H, K, B, C, D$ nach Punkt L zurückführen.

Suche mindestens einen weiteren derartigen "Zug" und schreibe ihn wie im Beispiel mit Hilfe der bei ihm zu durchlaufenden Punkte auf!

- b) Auch die Figur der Abbildung b läßt sich in einem Zuge so zeichnen, daß jede Linie genau einmal durchlaufen wird. Gib mindestens einen derartigen "Zug" an!



c) Vergleiche Anfangs- und Endpunkt der von dir in den Abbildungen a und b gefundenen Wege! Was stellst du fest?

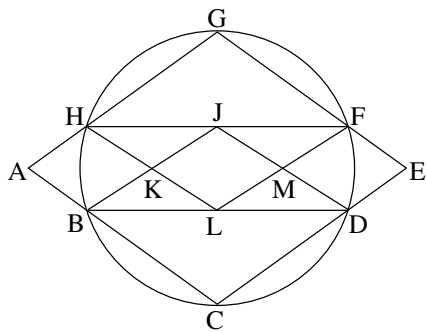


Abbildung a

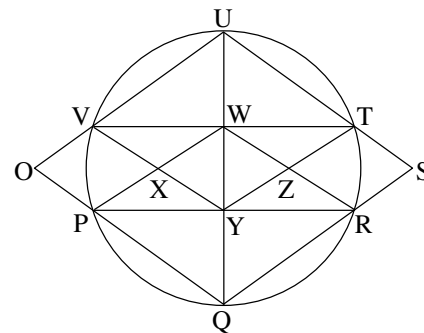
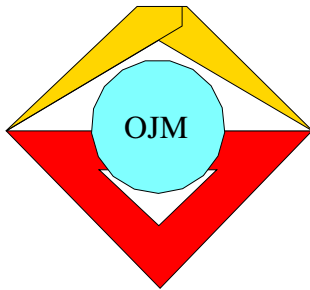


Abbildung b



27. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 270521:

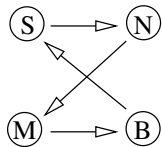
Von Anja, Beate, Kerstin, Steffen und Maik wissen wir folgendes:

- (1) Steffen ist kleiner als Kerstin und größer als Beate.
- (2) Maik ist kleiner als Steffen und größer als Beate.
- (3) Anja ist kleiner als Beate.

Ordne die Kinder nach ihrer Größe! Beginne mit dem größten Kind! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270522:

Ein Tourist, der in Magdeburg (M) wohnt, möchte bei einer Rundreise jede der Städte Schwerin (S), Neubrandenburg (N) und Berlin (B) genau einmal aufsuchen und erst dann in seinen Wohnort zurückkehren.



Eine mögliche Reiseroute wäre von Magdeburg aus über Berlin, Schwerin und Neubrandenburg zurück nach Magdeburg (siehe Abbildung).

Gib alle Reiserouten an, die der Tourist unter den genannten Bedingungen wählen kann! Wieviel Reiserouten sind das insgesamt?

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 270523:

In einer Olympiadeklasse wurde genau die Hälfte aller Teilnehmer mit einem Preis ausgezeichnet. Es gab nur erste, zweite und dritte Preise. Genau ein Achtel aller Teilnehmer erhielt einen ersten Preis. Genau ein Sechstel aller Teilnehmer erhielt einen zweiten Preis. In dieser Olympiadeklasse waren insgesamt mindestens 20, aber weniger als 30 Teilnehmer.

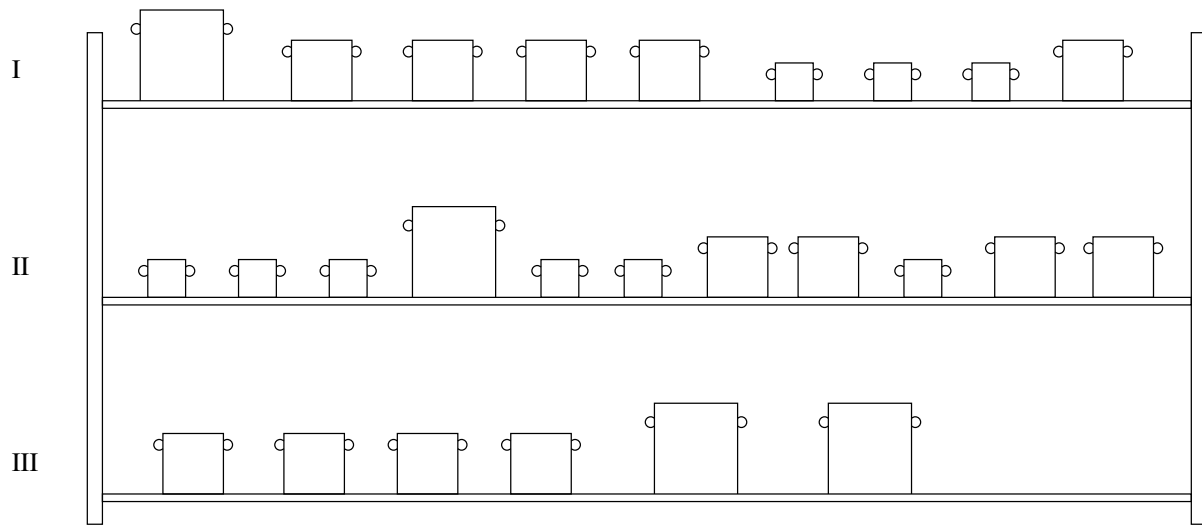
Wieviel Teilnehmer genau waren in dieser Olympiadeklasse?

Wie viele erste, zweite bzw. dritte Preise gab es darin?

Gib an, wie du diese gesuchten Anzahlen eindeutig aus den obigen Angaben findest!



Aufgabe 270524:

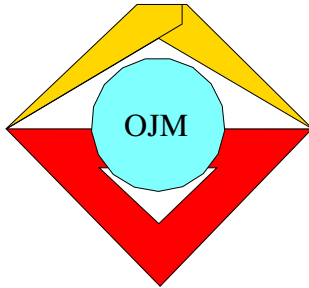


Die Abbildung zeigt ein Regal, in dem Töpfe von genau drei verschiedenen Größen stehen. In jeder der Reihen I, II, III ergibt sich das gleiche Fassungsvermögen von genau 24 Litern.

Welches Fassungsvermögen hat jeweils ein Topf der verschiedenen Sorten?

Erkläre, wie sich für jede Topfsorte das Fassungsvermögen aus den Angaben über die Reihen I, II und III ergibt!

Überprüfe, daß bei deinen Ergebnissen sich wirklich für jede Reihe ein Fassungsvermögen von genau 24 Litern ergibt!



28. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 280511:

	9	

In jedes der acht freien Felder der Figur ist genau eine natürliche Zahl so einzutragen, daß die Summe der drei in jeder waagerechten und jeder senkrechten Reihe stehenden Zahlen jeweils 39 beträgt.

Finde eine derartige Eintragung, bei der neun Zahlen vorkommen, von denen keine zwei einander gleich sind!

Aufgabe 280512:

Aus den Ziffern 1, 2 und 3 sollen dreistellige Zahlen gebildet werden.

- a) Jede dieser drei gegebenen Ziffern soll in jeder der zu bildenden Zahlen genau einmal vorkommen.
Schreibe alle dreistelligen Zahlen auf, die sich auf diese Art und Weise bilden lassen!
- b) In weiteren dreistelligen Zahlen aus den drei gegebenen Ziffern dürfen Ziffern auch mehr als einmal auftreten; dafür brauchen sie nicht alle vorzukommen.
Schreibe alle diejenigen dreistelligen Zahlen auf, die nun zusätzlich zu den in a) aufgezählten Zahlen noch gebildet werden können!

Aufgabe 280513:

Vier gleich große Kisten mit gleichem Inhalt haben zusammen eine Masse von 132 kg.

Welche Masse hat dann der Inhalt einer Kiste, wenn die Masse aller vier leeren Kisten zusammen 12 kg beträgt?

Aufgabe 280514:

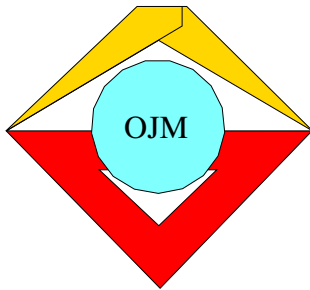
- a) Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(1;9)$, $B(4;6)$ und $C(6;10)$!
Verbinde je zwei dieser drei Punkte durch eine Strecke!
Wieviel Verbindungsstrecken sind das insgesamt?
- b) Zeichne zwei weitere Punkte D und E ; wähle sie so, daß jede Verbindungsstrecke von zwei der fünf Punkte A , B , C , D , E keinen weiteren der fünf Punkte enthält! Verbinde je zwei der fünf Punkte durch eine Strecke!
Wieviel Verbindungsstrecken sind das insgesamt?



- c) Man kann die in b) gesuchte Anzahl von Verbindungsstrecken auch durch eine Überlegung ermitteln, ohne die Punkte und die Strecken zu zeichnen.

Beschreibe eine solche Überlegung!

- d) Ermittle auf die in c) beschriebene Weise die Anzahl aller Verbindungsstrecken zwischen je zwei von zehn Punkten, für die dasselbe wie in b) gilt!



28. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

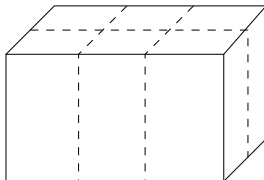
Aufgabe 280521:

In einer Gaststätte, die aus einem Speisesaal und einem Grillrestaurant besteht, sind im Speisesaal genau 135 Plätze für die Gäste vorhanden. Die Anzahl der Plätze im Grillrestaurant beträgt ein Drittel von der Anzahl der Plätze im Speisesaal.

- Wieviel Plätze stehen in der Gaststätte insgesamt zur Verfügung?
- Im Sommer kommen noch Plätze im Freien hinzu. Ihre Anzahl ist doppelt so groß wie die Anzahl der Plätze im Grillrestaurant.

Wie groß ist im Sommer das Platzangebot der Gaststätte?

Aufgabe 280522:



Das in der Abbildung abgebildete Paket ist von links nach rechts 45 cm lang, von vorn nach hinten 30 cm breit, und es ist 25 cm hoch. Es soll in der dargestellten Weise (gestrichelte Linie) mit Klebeband verklebt werden. Für das Überlappen von End- und Anfangsstücken sind zusätzlich *insgesamt* 10 cm Klebeband vorgesehen.

Wieviel Zentimeter Klebeband werden demnach insgesamt gebraucht? Wieviel Meter sind das?

Aufgabe 280523:

- Zeichne eine Gerade g und ein Dreieck ABC , dessen Eckpunkt C auf g liegt, während A und B nicht auf g liegen, sondern sich auf verschiedenen Seiten der Geraden g befinden!
- Von einer Verschiebung wird verlangt, daß bei ihr die Gerade g sich selbst als Bild hat und daß die Verschiebungsweite 6 cm beträgt.

Wie viele solcher Verschiebungen gibt es insgesamt?

Zeichne zu jeder dieser Verschiebungen einen Verschiebungspfeil!

- Konstruiere das Bild des Dreiecks ABC bei jeder der in b) genannten Verschiebungen!

Aufgabe 280524:

- In einer Kiste sind 3 grüne und 4 gelbe Kugeln und keine weiteren. Kerstin und Steffen überlegen, wieviel Kugeln sie mindestens aus der Kiste herausholen müssen, um zu sichern, daß von jeder Farbe (mindestens) eine dabei ist. Beim Herausholen der Kugeln soll nicht in die Kiste geschaut werden.



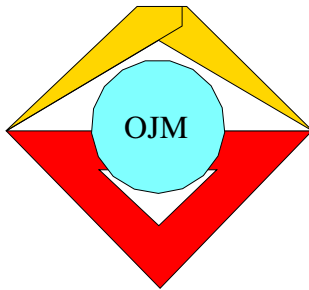
Kerstin meint, man müsse mindestens 5 Kugeln herausholen; dies würde aber auch ausreichen, um das Gewünschte zu sichern. Steffen ist dagegen der Ansicht, daß dafür schon 4 Kugeln reichen.

Wer von beiden hat recht? Begründe deine Entscheidung.

- b) Jetzt seien in der Kiste 23 rote, 33 blaue, 21 schwarze, 21 weiße, 2 grüne Kugeln und keine weiteren.

Gib an und begründe, wieviel Kugeln man mindestens herausnehmen muß, um zu sichern, daß 6 dieser Kugeln einander gleiche Farbe haben!

Zeige, daß die von dir angegebene Zahl dafür auch ausreicht!



29. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 290511:

Kerstin erhält am 30. April zu ihrem Geburtstag von mehreren Verwandten Geld geschenkt. Sie hat nun genau 35 Mark in ihrer Sparbüchse und nimmt sich vor, in den folgenden Monaten fleißig Altstoffe zu sammeln, so daß sie am Ende jedes Monats genau 5 Mark in die Sparbüchse stecken kann.

Am Ende welchen Monats werden, wenn ihr Vorhaben gelingt, erstmals 55 Mark in der Sparbüchse sein?

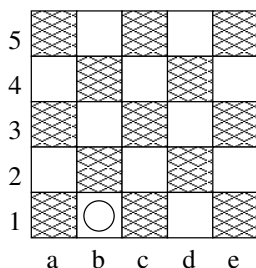
Aufgabe 290512:

Wenn man zwei zweistellige Zahlen hintereinanderschreibt, entsteht eine vierstellige Zahl.

Gib zwei zweistellige Zahlen so an, daß die Summe aus diesen beiden Zahlen und der daraus gebildeten vierstelligen Zahl genau 1 478 beträgt!

(Ein Nachweis, daß es nur eine einzige Möglichkeit für zwei solche Zahlen gibt, wird nicht verlangt. Du kannst aber versuchen, einen solchen Nachweis zu finden.)

Aufgabe 290513:

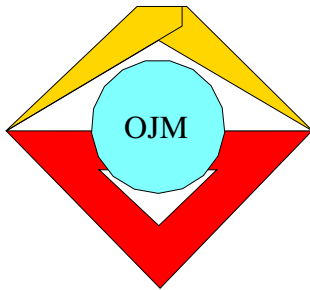


Das Bild zeigt ein Spielbrett mit einem Damestein auf dem Feld $b1$. Er darf, wie im Damespiel üblich, stets einen Schritt nach links oben oder nach rechts oben gehen. So kann er in vier Schritten auf die oberste Zeile (d.h. auf irgendeines der beiden Felder $b5$, $d5$) gelangen.

Gesucht ist die Anzahl aller verschiedenen Wege, auf denen dieses Ziel erreichbar ist. Gib diese Anzahl an und beschreibe, wie du sie gefunden hast!

Aufgabe 290514:

- Zeichne in einem Koordinatensystem (Einheit 1 cm) ein Dreieck ABC mit $A(1;2)$, $B(3;2)$, $C(1;4)$!
- Wähle \overrightarrow{AB} als Verschiebungspfeil und zeichne das bei dieser Verschiebung aus dem Dreieck ABC entstehende Bild $A'B'C'$ in dasselbe Koordinatensystem!
- Zeichne dazu noch das bei der Verschiebung $\overrightarrow{A'C'}$ entstehende Bild $A''B''C''$ des Dreiecks $A'B'C'$!
- Welche Dreiecke und welche Parallelogramme sind mit ihren vollständigen Seitenkanten in der nun entstandenen Gesamtfigur insgesamt enthalten? Zähle diese Dreiecke und Parallelogramme wie üblich durch Angabe ihrer Eckpunkte auf!



29. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 290521:

1			
		2	
	3		
			4

Die leeren Felder im Bild sind so mit Zahlen 1, 2, 3, 4 auszufüllen, daß jede dieser Zahlen in jeder Zeile und in jeder Spalte genau einmal vorkommt.

Gib alle solche Eintragungen an!

(Ein Beweis, daß es keine weiteren derartigen Eintragungen gibt, wird nicht verlangt.)

Aufgabe 290522:

Susanne besitzt 18 Spielwürfel. Einige davon sind rot, andere blau und die restlichen gelb. Sie stellt fest, daß die Anzahl der blauen Würfel um 1 kleiner ist als die doppelte Anzahl der roten Würfel. Weiter bemerkt sie, daß das Dreifache der Anzahl der roten Würfel, wenn man es um 1 vermehrt, gerade die Anzahl der gelben Würfel ergibt.

Zeige, daß Susannes Feststellungen nur bei einer einzigen Möglichkeit für die drei Anzahlen der roten, blauen und gelben Würfel wahr sein können! Gib diese drei Anzahlen an!

Aufgabe 290523:

Gesucht ist eine natürliche Zahl z , die folgende Bedingungen erfüllt:

- (1) An der Zehnerstelle von z steht die Ziffer 0.
- (2) Wenn man aus z durch Weglassen der Ziffer 0 an der Zehnerstelle eine neue Zahl z' bildet und dann die Summe $z + z'$ ausrechnet so erhält man 5174.

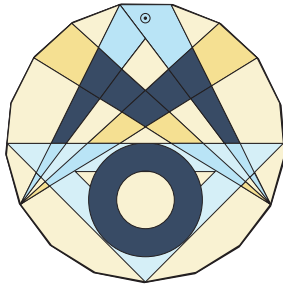
Zeige, daß es nur eine Zahl geben kann, die diese Bedingungen erfüllt, und gib diese Zahl an! Überprüfe auch, daß die von dir angegebene Zahl z die Bedingungen erfüllt!

Aufgabe 290524:

8								
7								
6								
5								
4								
3								
2								
1		○						
	a	b	c	d	e	f	g	h

Das Bild zeigt ein Spielbrett mit einem Damenstein aus dem Feld $b1$. Er darf, wie im Damespiel üblich, nur stets einen Schritt nach links oben oder nach rechts oben gezogen werden.

- a) Ermittle die Anzahl aller Wege, auf denen der Stein von $b1$ bis zum Feld $g8$ gelangen kann!
- b) Ermittle die Anzahl aller Wege, auf denen der Stein von $b1$ bis zum Feld $e8$ gelangen kann!



30. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulrunde)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 300511:

Die folgenden Figuren sollen jeweils in gleichgroße Teile zerlegt werden, d.h. in Teile, die alle denselben Flächeninhalt haben.

- Zeichne ein gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge 5 cm und zeichne darin ein, wie es in zwei gleich große Teile zerlegt werden kann!
- Zeichne ein weiteres gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge 5 cm und seine Zerlegung in drei gleich große Teile!
- Zeichne für ein weiteres solches Dreieck eine Zerlegung in vier gleich große Teile!
- Zeichne ein Quadrat der Seitenlänge 7 cm und eine Zerlegung dieses Quadrates in sieben gleich große Teile!

Aufgabe 300512:

Die Schüler Arnim, Bert, Conny und Detlef wohnen in verschiedenen Städten der DDR, und zwar jeder in genau einer der Städte Dresden, Magdeburg, Potsdam, Schwerin. Darüber macht Arnim folgende vier Aussagen:

- Ich bin weder aus Potsdam noch aus Dresden.
- Bert ist entweder aus Potsdam oder aus Schwerin.
- Conny ist weder aus Dresden noch aus Magdeburg.
- Detlef ist entweder aus Potsdam oder aus Magdeburg.

Stelle fest, ob alle diese Aussagen Arnims gleichzeitig wahr sein können! Begründe deine Feststellung!

Aufgabe 300513:

Fritz, Hans und Petra haben am Ostseestrand einen Beutel voll Muscheln gesammelt. Sie wissen nicht, wieviel Muscheln sie im Beutel haben.

Fritz meint: "Wenn man siebenmal hintereinander je 12 Muscheln aus dem Beutel nimmt, dann bleiben noch mehr als 6 Muscheln übrig."

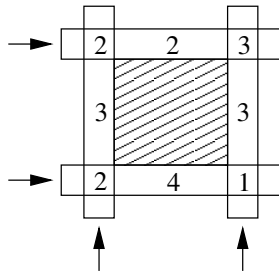
Hans meint: "Wenn man aber neunmal hintereinander je 10 Muscheln aus dem Beutel nehmen wollte, dann würden die Muscheln dafür nicht ausreichen."

Petra zählt nun die Muscheln nach und stellt fest: "Keiner von euch beiden hat recht."

Wieviel Muscheln waren insgesamt im Beutel?



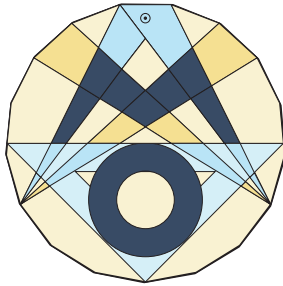
Aufgabe 300514:



In einem Schema wie im Bild sollen natürliche Zahlen eingetragen werden. Das Bild zeigt ein Beispiel. Darin beträgt die Summe aller acht Zahlen 20. In jeder Zeile und in jeder Spalte (siehe die Pfeile) entsteht dieselbe Teilsumme, nämlich 7.

- a) Gib zwei verschiedene Eintragungen an, bei denen jeweils die Summe aller acht Zahlen 30 beträgt und in jeder Zeile sowie in jeder Spalte die Teilsumme 8 entsteht!
- b) Gib eine Eintragung an, bei der in jeder Zeile, und in jeder Spalte die Teilsumme 10 entsteht und die Summe aller acht Zahlen möglichst klein ist!
- c) Gib eine Eintragung an, bei der die Summe aller acht Zahlen 24 beträgt und in jeder Zeile sowie in jeder Spalte ein einheitlicher Wert als Teilsumme entsteht, der möglichst klein ist!

Eine Begründung zu den Eintragungen wird nicht verlangt.



30. Mathematik-Olympiade 2. Stufe (Regionalsrunde) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 300521:

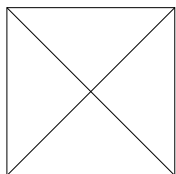


Abb. A 300521

- a) Die Abbildung A 300521 zeigt eine Zerlegung eines Quadrates durch geradlinige Schnitte in vier Teilfiguren.

Gib an, wie sich aus diesen Teilfiguren zwei einander gleichgroße Quadrate zusammensetzen lassen! Als Lösung genügt eine Zeichnung der beiden neu zusammengesetzten Quadrate.

- b) Stelle fest, ob man ein Quadrat durch geradlinige Schnitte so in sechs Teilfiguren zerlegen kann, daß sich aus ihnen zwei einander gleichgroße Quadrate zusammensetzen lassen!

Wenn eine solche Zerlegung möglich ist, genügt es als Lösung, eine solche Zerlegung und die beiden neu zusammengesetzten Quadrate zu zeichnen.

Aufgabe 300522:

Über das Alter der fünf Personen Antje, Dirk, Manuela, Susanne und Thomas werden folgende Angaben gemacht:

- (1) Antje ist älter als Manuela, aber jünger als Susanne.
- (2) Thomas ist genau so alt wie Antje und Manuela zusammen.
- (3) Dirk ist älter als Antje und Susanne zusammen.
 - a) Zeige, daß aus diesen Angaben eindeutig folgt, wer die jüngste und wer die älteste dieser fünf Personen ist!
 - b) Stelle fest, ob aus den Angaben auch eindeutig folgt, welche Reihenfolge für die Altersangaben der übrigen drei Personen vorliegt! Begründe deine Feststellung!

Aufgabe 300523:

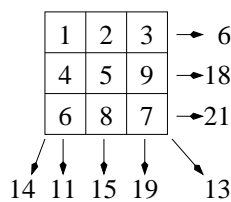


Abb. A 300523

- a) Die Zahlen 1, 2, ..., 9 lassen sich so in ein Quadrat von 3 x 3 Feldern eintragen, daß keine zwei der acht Summen in den drei Zeilen, den drei Spalten und den beiden Diagonalen einander gleich sind. Die Abbildung A 300523 zeigt ein Beispiel hierfür.

Gib zwei weitere Beispiele an, die aus Abbildung A 300523 weder durch Spiegeln noch durch Drehen zu erhalten sind und die auch nicht auseinander durch Spiegeln oder Drehen hervorgehen!



- b) Ist es möglich, in ein Quadrat von 2×2 Feldern die Zahlen 1, 2, 3, 4 so einzutragen, daß keine zwei der Summen in den Zeilen, den Spalten und den Diagonalen einander gleich sind?

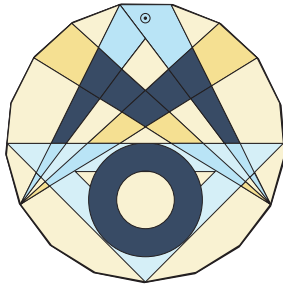
Begründe Deine Antwort!

Aufgabe 300524:

An einem Sportwettkampf sollen 10 Mannschaften teilnehmen. Sie sollen so mit einfarbigen Turnhemden und mit einfarbigen Turnhosen ausgestattet werden, daß sie an den damit erreichbaren Farbkombinationen voneinander zu unterscheiden sind.

- a) Welches ist die kleinste Anzahl von Farben, mit der das zu erreichen ist?
- b) Wie lautet die Antwort, wenn zusätzlich verlangt wird, daß bei jeder Mannschaft die beiden Farben von Turnhemd und Turnhose voneinander verschieden sind?

Begründe deine beiden Antworten!



31. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulrunde)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 310511:

- a) In die neun Felder eines 3×3 - Quadrates sollen die Zahlen 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33 so eingetragen werden, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:

In jeder Zeile kommt jede der Ziffern 1, 2, 3 sowohl an der Einerstelle als auch an der Zehnerstelle je genau einmal vor. Dasselbe gilt auch in jeder Spalte.

- b) In die Felder eines 4×4 - Quadrates sollen die zweistelligen Zahlen eingetragen werden, die sich unter Verwendung der Ziffern 1, 2, 3, 4 bilden lassen. Dabei sollen für die Ziffern 1, 2, 3, 4 dieselben Bedingungen wie bei a) erfüllt sein.

Gib je eine geforderte Eintragung an!

Stelle bei a) und b) jeweils fest, ob sich zwei Eintragungen finden lassen, die sich nicht durch Vertauschen von Zeilen oder Spalten miteinander, durch Vertauschen von Spalten miteinander oder durch Umwandeln der Zeilen in Spalten (oder durch mehrere solche Vorgänge) ineinander überführen lassen!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 310512:

Maik trifft sich mit sechs Mitschülern. Einer davon hat den Vornamen Heino, einer den Vornamen Torsten, und vier heißen mit Vornamen Steffen. Ferner haben vier von diesen sieben Schülern den Familiennamen Lehmann, einer heißt mit Familiennamen Krull und zwei haben den Familiennamen Pfitzner, aber unterschiedliche Vornamen.

- a) Zeige, daß für zwei der sieben Schüler der Vor- und Familienname eindeutig aus diesen Angaben hervorgeht! Gib den Vor- und Familiennamen dieser beiden Schüler an!
- b) Untersuche, ob noch für weitere Schüler Vor- und Familiennamen eindeutig aus den Angaben hervorgeht oder ob für jeden weiteren Schüler mehr als eine Möglichkeit besteht, die obigen Angaben durch Zusammenstellen von Vor- und Familiennamen zu erfüllen!

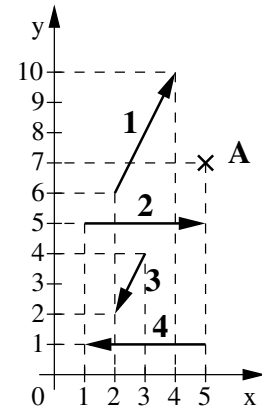


Aufgabe 310513:

Die Abbildung zeigt einen Punkt A und vier Verschiebungspfeile 1, 2, 3, 4. Verschiebt man den Punkt nacheinander mit zwei dieser Verschiebungspfeile, so erhält man einen Punkt A'' .

Stelle fest, welche zwei Verschiebungspfeile Du nehmen mußt, damit A'' möglichst weit von A entfernt ist!

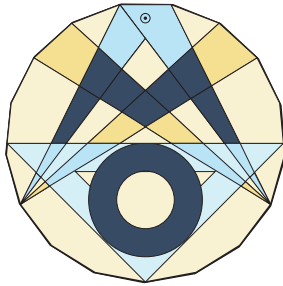
Eine Begründung wird nicht verlangt.



Aufgabe 310514:

Thomas schreibt die Zahl 2 375 246 895 an die Tafel und erklärt, sie sei durch Hintereinanderschreiben von drei Zahlen entstanden. Diese drei Zahlen habe er der Größe nach geordnet aufgeschrieben, beginnend mit der kleinsten. Keine der drei Zahlen enthalte eine Ziffer zweimal.

- a) Sebastain vermutet, die drei Zahlen seien 2, 375 und 246 895; denn sie entsprechen den Angaben von Thomas. Werner entgegnet: "Die Angaben von Thomas können auch durch drei andere Zahlen erfüllt werden." Stimmt das? Begründe Deine Antwort!
- b) Ändere in der von Thomas angeschriebenen Zahl eine Ziffer so, daß es dann nur noch genau eine Möglichkeit gibt, die Angaben durch drei Zahlen zu erfüllen. Nenne (bei der von Dir gewählten Änderung) diese eine Möglichkeit für die drei Zahlen! Ein Begründung wird nicht verlangt.



31. Mathematik-Olympiade 2. Stufe (Regionalsrunde) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

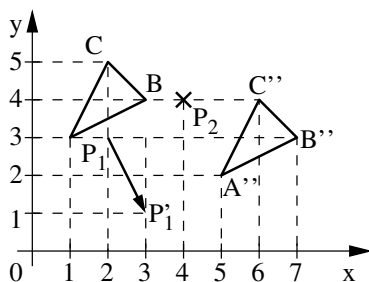
Aufgabe 310521:

Blaue, gelbe und rote Würfel sollen in eine Reihe gelegt werden. Der erste Würfel der Reihe soll blau, der zweite soll gelb sein. In der Reihe sollen niemals zwei gleichfarbige Würfel nebeneinander liegen, und es soll sich auch niemals die Farbfolge von zwei nebeneinanderliegenden Würfeln wiederholen.

- a) Nenne ein Beispiel für eine Reihe, die diese Bedingungen erfüllt und nicht mehr durch Anlegen eines weiteren Würfels verlängert werden kann!
- b) Es gibt insgesamt vier solche Reihen; sie sind nicht alle gleichlang. Nenne alle diejenigen, die möglichst große Länge haben!

Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 310522:



In der Abbildung sind gegeben: Zwei Dreiecke ABC und $A''B''C''$, ein Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_1'}$ sowie ein Punkt P_2 .

- a) Konstruiere das Bild $A'B'C'$ des Dreiecks ABC bei der Verschiebung mit dem Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_1'}$!
- b) Konstruiere den bei P_2 beginnenden Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_2P_2'}$ derjenigen Verschiebung, bei der $A'B'C'$ das Bild $A''B''C''$ hat!

Eine Beschreibung der Konstruktionen wird nicht verlangt.

Aufgabe 310523:

Nach einem 100 m-Lauf, an dem 5 Sportler teilnahmen, fragt jemand, in welcher Reihenfolge sie ins Ziel kamen. Gert erinnert sich:

- (1) Achim kam eher ins Ziel als Christian.
- (2) Zeitgleich mit Emil kam kein anderer ins Ziel, und zwar war Emil der Dritte oder der Vierte.
- (3) Frank kam nicht eher ins Ziel als Bernd.
- (4) Frank kam jedoch eher ins Ziel als Achim.

Nenne alle hiernach bestehenden Möglichkeiten der Reihenfolge! Zeige, daß nur bei den von dir genannten Möglichkeiten Gerts Aussagen wahr sind!



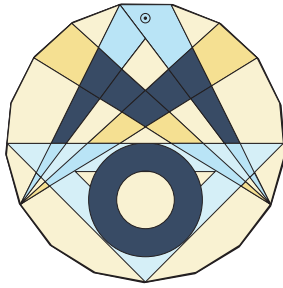
Hinweis: Beachte, daß es für die gesuchten Möglichkeiten der Reihenfolge einen Unterschied bedeutet, ob zwei Sportler gleichzeitig ins Ziel kamen oder nicht!

Aufgabe 310524:

Klaus möchte an die Ecken eines Achtecks die Zahlen 1, 2, ... , 8 schreiben, an jede Ecke eine Zahl. Er will dann für jede Ecke die Summe aus den drei Zahlen bilden, die an dieser Ecke und an ihren beiden Nachbarecken stehen. Er möchte erreichen, daß jede der so gebildeten acht Summen

- a) größer als 11 ist,
- b) größer als 13 ist.

Gib für jedes der beiden Vorhaben a), b) an, ob es sich erfüllen läßt! Ist es erfüllbar, so belege dies durch ein Beispiel mit der Angabe der acht Summen! Ist das betreffende Vorhaben a) bzw. b) nicht erfüllbar, so begründe, warum nicht!



32. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulrunde) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 320511:

Gegeben seien zwei unterschiedlich große Quadrate, wie sie hier dargestellt sind:



Bei der linken Abbildung haben sie keinen gemeinsamen Punkt, bei der rechten genau zwei, nämlich P und Q . Wie können die Quadrate liegen, wenn sie genau

- (a) einen Punkt
- (b) drei Punkte
- (c) vier Punkte
- (d) fünf Punkte
- (e) sechs Punkte
- (f) sieben Punkte

gemeinsam haben sollen?

Zeichne die Quadrate in diesen verschiedenen Lagen.

Aufgabe 320512:

Gesucht ist die größte sechsstellige Zahl, für die folgendes gilt:

- a) Die Zahl ist gerade.
- b) Die Zehnerziffer stellt eine dreimal so große Zahl dar wie die Zehntausenderziffer.
- c) Die Einer- und die Tausenderziffer kann man vertauschen, ohne daß sich die sechsstellige Zahl ändert.
- d) Die Hunderterziffer stellt eine halb so große Zahl dar wie die Hunderttausenderziffer.

Aufgabe 320513:

Vergleiche der Körpergrößen ergaben:

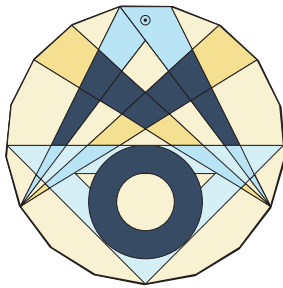
Jan ist größer als Steffi, Anna kleiner als Ingo, Franziska kleiner als Jan, Steffi kleiner als Moritz, Franziska kleiner als Moritz, Franziska größer als Steffi, Steffi kleiner als Anna, Anna kleiner als Moritz, Jan kleiner als Anna, Moritz größer als Ingo.



- (a) Ordne diese Kinder nach ihrer Größe, beginnend mit dem kleinsten Kind.
- (b) Welche der angegebenen zehn Vergleiche hätten ausgereicht, um die Aufgabe eindeutig zu lösen? Warum?

Aufgabe 320514:

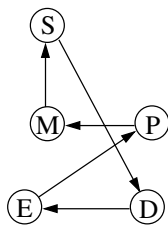
Ein 6 m 30 cm langer Kupferdraht ist in drei Teile zu unterteilen. Der erste Teil soll 30 cm länger als der zweite Teil sein und der dritte Teil 60 cm länger als der zweite. Wie lang wird jeder der Teile?



32. Mathematik-Olympiade 2. Stufe (Regionalrunde) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 320521:



Ein Handelsvertreter mit Wohnsitz in Dresden (D) möchte jede der Städte Erfurt (E), Magdeburg (M), Potsdam (P), Schwerin (S) genau einmal aufsuchen und danach zu seinem Wohnsitz zurückkehren. Die erste auswärtige Stadt dieser Reise soll Erfurt sein, die Reihenfolge der anderen Städte ist noch nicht festgelegt. Die Abbildung zeigt eine mögliche Reiseroute.

Gib alle Reiserouten an, die unter den genannten Bedingungen gewählt werden können! Wieviele Reiserouten sind das insgesamt? Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 320522:

In einem Schrank befinden sich 11 karierte, 7 linierte und 12 unlinierte Schreibblöcke und keine weiteren. Es ist zu dunkel, um die Blöcke unterscheiden zu können, und sie liegen ungeordnet.

Jemand will eine Anzahl Schreibblöcke herausnehmen und erst dann feststellen, wieviele Blöcke der einzelnen Sorten er herausgenommen hat.

- Welches ist die kleinste Anzahl von Blöcken, durch deren Herausnehmen gesichert wird, daß sich unter den herausgenommenen Blöcken auch 5 karierte befinden?
- Welches ist die kleinste Anzahl von Blöcken, durch deren Herausnehmen gesichert wird, daß sich unter den herausgenommenen Blöcken auch 5 befinden, die von einander gleicher Sorte sind?

Begründe deine Antworten, indem du jedesmal nachweist, daß die von dir angegebene Anzahl, aber keine kleinere Anzahl, das Gewünschte sichert!

Aufgabe 320523:

Zeichne fünf Rechtecke! Zu jedem dieser Rechtecke sollen dann zwei Geraden gezeichnet werden, die den Rand des Rechtecks schneiden und dabei das betreffende Rechteck in folgende Figuren zerlegen:

- Zwei Dreiecke und ein Viereck.
- Ein Dreieck und zwei Vierecke.
- Ein Dreieck und drei Vierecke.
- Ein Dreieck, ein Viereck und ein Fünfeck.
- Zwei Dreiecke und ein Sechseck.

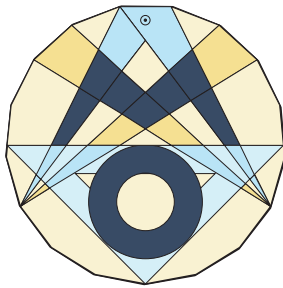


Führe diese Zeichnungen aus! Begründungen werden nicht verlangt

Aufgabe 320524:

In einem Haus mit Erdgeschoß und drei weiteren Etagen wohnen 72 Personen. In der zweiten Etage sind es 7 Personen mehr als in der ersten, in der dritten 6 Personen mehr als in der ersten. Da im Erdgeschoß außer Wohnungen auch ein Geschäft ist, wohnen dort 12 Personen weniger als in der ersten Etage.

Wieviele Personen wohnen im Erdgeschoß und in jeder der weiteren Etagen? Begründe, wie sich diese Personenzahlen aus den obigen Angaben herleiten lassen und überprüfe, daß bei den von dir angegebenen Zahlen diese Angaben zutreffen!



33. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulrunde)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 330511:

Bernd fragt seinen Großvater: "Wieviele Jahre mag dieses Foto alt sein?" Er bekommt zur Antwort: "Addiere die größte einstellige Zahl und die größte zweistellige Zahl und die größte dreistellige Zahl! Dann subtrahiere die kleinste vierstellige Zahl, und du erhältst die Altersangabe."

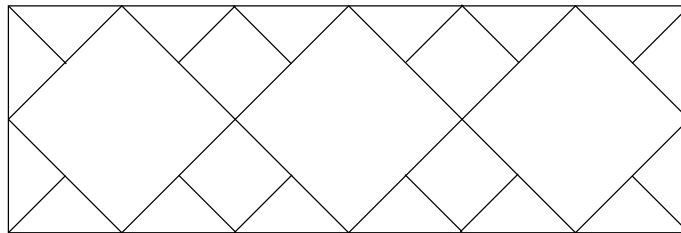
Aufgabe 330512:

Bei einer Geburtstagsfeier wird ein Spiel mit blauen Spielmarken und ebenso vielen roten Spielmarken gespielt. Nach einiger Zeit hatte jedes Kind 12 blaue und 15 rote Spielmarken bekommen, und es waren noch 48 blaue und 15 rote Spielmarken übrig.

Wieviele Kinder spielten dieses Spiel?

Aufgabe 330513:

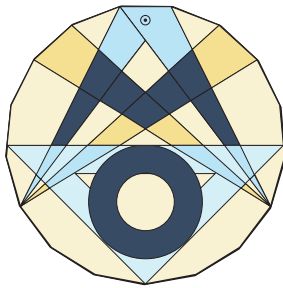
Kann man die Felder der Abbildung so mit den Farben Blau, Rot, Gelb färben, daß jede Farbe eine gleich-große Gesamtfläche bedeckt wie jede andere Farbe und daß niemals zwei Farben längs einer Strecke zusammenstoßen? Wenn das möglich ist, stelle eine solche Färbung her! Eine Begründung wird nicht verlangt.



Aufgabe 330514:

Die Zahlen 100 und 90 sollen beide durch eine gesuchte Zahl geteilt werden. Im ersten Fall soll der Rest 4 und im zweiten Fall der Rest 18 bleiben.

Zeige, daß es hierfür genau eine gesuchte Zahl gibt; finde sie und bestätige, daß sie das Verlangte leistet!



33. Mathematik-Olympiade 2. Stufe (Regionalsrunde) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 330521:

In einer kleinen Stadt stehen auf einer Straße am linken und am rechten Straßenrand insgesamt 47 Laternen. Auf jeder Straßenseite beträgt der Abstand zwischen je zwei benachbarten Laternen 35 m. Am linken Straßenrand steht je eine Laterne genau am Anfang und am Ende der Straße.

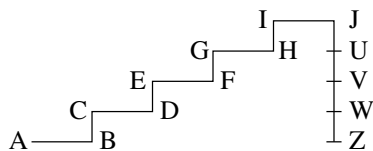
Wie lang ist diese Straße?

Aufgabe 330522:

Rolf sucht vierstellige Zahlen, in denen keine zwei gleichen Ziffern vorkommen. Der Unterschied zwischen der Zehner- und der Hunderterziffer soll 3 betragen, der Unterschied zwischen der Hunderter- und der Tausenderziffer soll 4 betragen. Beim Berechnen dieser Unterschiede soll es nicht auf die Reihenfolge der betreffenden beiden Ziffern ankommen.

Wieviele vierstellige Zahlen der gewünschten Art gibt es insgesamt? Begründe, warum es nicht mehr als von dir angegeben sein können!

Aufgabe 330523:



Die Abbildung zeigt eine treppenartig aufsteigende Linie $ABCDEFGHIJ$ und eine abwärtsgehende Strecke JZ . Alle Winkel bei $B, C, D, E, F, G, H, I, J$ sind rechte Winkel. Die Strecken BC, DE, FG, HI haben einander gleiche Länge, doppelt so lang sind AB, CD, EF, GH, IJ , und viermal so lang ist JZ . Diese Strecke ist in vier gleichlange Strecken JU, UV, VW, WZ zerlegt.

- a) Konstruiere eine derartige Figur $ABCDEFGHIJUVWZ$!
- b) Finde dann durch Konstruktion die Anzahl der Schnittpunkte, die beim Schnitt der Treppenlinie $ABCDEFGHIJ$
 - (1) mit der Strecke AJ zwischen A und J ,
 - (2) mit der Strecke AU zwischen A und U ,
 - (3) mit der Strecke AV zwischen A und V ,
 - (4) mit der Strecke AW zwischen A und W
vorkommen!



Aufgabe 330524:

Rita berechnet die drei Zahlen

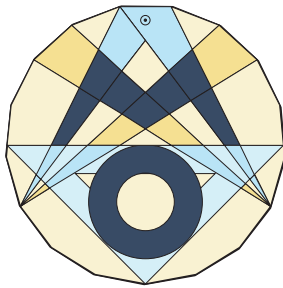
$$1 + 9 - 9 + 3 = a, \quad 1 \cdot 9 + 9 - 3 = b, \quad 1 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 3 = c.$$

Sie betrachtet weitere Möglichkeiten, in die Kästchen der Zeile

$$1 \square 9 \square 9 \square 3 =$$

Zeichen einzusetzen, die entweder + oder - oder \cdot sind. Dabei sucht sie alle diejenigen Einsetzungen, bei denen die auszurechnende Zahl größer als 30, aber kleiner als 100 ist.

Finde alle diese Einsetzungen; weise nach, daß du alle gefunden hast! Addiere die dabei entstandenen auszurechnenden Zahlen! Zur so gefundenen Summe addiere weiterhin das Produkt der beiden kleinsten unter den zwischen 30 und 100 gefundenen Zahlen! Addiere schließlich die oben als a , b und c berechneten Zahlen!



34. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulrunde)

Klasse 5

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 340511:

In einer Schachtel liegen 20 Buntstifte. Jeder Stift hat eine der Farben blau, gelb, rot, violett. Jede Farbe kommt mindestens einmal vor. Es gibt mehr blaue Stifte als gelbe, es gibt ebenso viele gelbe Stifte wie rote, es gibt weniger violette Stifte als rote.

Gib *alle* hiernach möglichen Verteilungen an! (Eine *Verteilung* wird angegeben, indem man angibt, wie viele Stifte von jeder Farbe in der Schachtel liegen.)

Aufgabe 340512:

Xaver und Yvette berichten: Jeder von uns hat sich eine natürliche Zahl gedacht. Wir haben diese Zahlen uns gegenseitig mitgeteilt.

Xaver sagt: Der Nachfolger meiner Zahl ist durch den Nachfolger von Yvettes Zahl teilbar.

Yvette sagt: Die Summe aus dem Nachfolger meiner Zahl und dem Nachfolger von Xavers Zahl ist eine ungerade Zahl.

Anette läßt sich das Produkt von Xavers Zahl und Yvettes Zahl sagen: Es beträgt 36.

Nenne zwei Zahlen, für die diese Aussagen zutreffen! Zeige, daß es keine weiteren derartigen Zahlen gibt!

Hinweis: Der Nachfolger einer natürlichen Zahl ist die um 1 größere Zahl. Beispielsweise hat 115 den Nachfolger 116.

Aufgabe 340513:

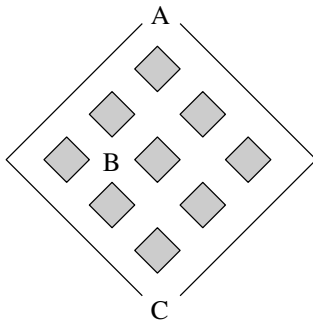
$$\begin{array}{r}
 \square\square 8 \cdot 4\square\square \\
 143\square \\
 21\square\square \\
 \hline
 \square\square\square 6 \\
 \square\square\square\square\square
 \end{array}$$

In die leeren Felder der Abbildung sind derart Ziffern einzutragen, daß eine richtig gerechnete Multiplikationsaufgabe entsteht. Dabei soll die Regel beachtet werden, daß in jeder Zeile am Anfang eine von 0 verschiedene Ziffer steht.

Zeige, daß es genau eine Eintragung der gesuchten Art gibt!



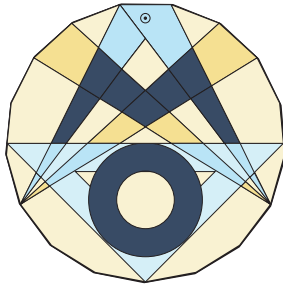
Aufgabe 340514:



In das Gefäß aus der Abbildung können Kugeln durch die Öffnung A hineinfallen. Auf ihrem Weg nach unten werden sie jedesmal, wenn sie an die obere Ecke eines Hindernisses kommen, entweder nach links oder nach rechts abgelenkt.

- a) Wieviele derartige Wege von A nach B gibt es insgesamt?
- b) Wieviele derartige Wege von B nach C gibt es insgesamt?
- c) Wieviele derartige Wege von A über B nach C gibt es insgesamt?
- d) Wieviele derartige Wege von A nach C gibt es insgesamt?

Erläutere für wenigstens eine der Teilaufgaben a), b), c), d), wie du die gesuchte Anzahl möglicher Wege gefunden hast!



34. Mathematik-Olympiade 2. Stufe (Regionalsrunde) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 340521:

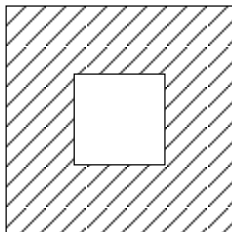
In einem Zirkus treten vier Artisten auf. Sie heißen Meier, Neumann, Opitz und Pfeifer. Ihre Vornamen sind, möglicherweise in anderer Reihenfolge: Dieter, Erich, Fritz und Gert.

Außerdem ist bekannt:

- (1) Die Reihenfolge ihrer Auftritte ist: Pfeifer, Fritz, Meier, Erich.
- (2) Diese Auftritte sind, möglicherweise in anderer Reihenfolge: Dieter jongliert, Erich zaubert, Neumann tritt als Clown auf und Pfeifer arbeitet auf dem Drahtseil.

Zeige, daß durch diese Angaben für jeden der Artisten Meier, Neumann, Opitz und Pfeifer eindeutig bestimmt ist, welchen Vornamen er hat! Nenne diese vier zusammengehörenden Vor- und Familiennamen!

Aufgabe 340522:



Die Abbildung zeigt eine ringförmige Fläche. Sie wird von einem Quadrat der Seitenlänge 4 cm und einem Quadrat der Seitenlänge 2 cm eingeschlossen. Beide Quadrate haben denselben Mittelpunkt, jede Seite des kleinen Quadrats ist zu einer Seite des großen Quadrates parallel. Nun sollen mehrere Geraden gezeichnet werden, so daß sie, genügend verlängert, die ringförmige Fläche in Teilflächen zerlegen. Die Teilflächen einer Zerlegung sollen einander gleiche Größe und gleiche Form haben. Folgende Anzahlen sollen erreicht werden:

Aufgabe	Anzahl der Geraden	Anzahl der entstehenden Teilflächen
(a)	2	4
(b)	3	6
(c)	4	8
(d)	6	12

Fertige zu *jeder* der Aufgaben (a), (b), (c), (d) eine Zeichnung an!

Zu *zwei* der Aufgaben (a), (b), (c), (d) fertige noch je eine weitere Zeichnung an, in der die Teilflächen von anderer Gestalt sind als in den vorigen Zeichnungen!

Eine Begründung oder Beschreibung wird nicht verlangt.



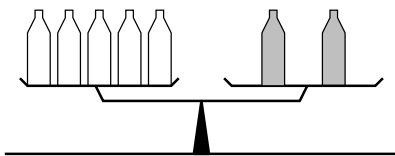
Aufgabe 340523:

Man kann jede natürliche Zahl 1, 2, 3, ... als eine Summe darstellen, in der jeder Summand eine 1 oder eine 2 ist. Zum Beispiel gibt es für die Zahl 3 unter Beachtung der Reihenfolge genau die Darstellungen

$$\begin{aligned} 3 &= 1 + 1 + 1 \\ &= 1 + 2 \\ &= 2 + 1 \end{aligned}$$

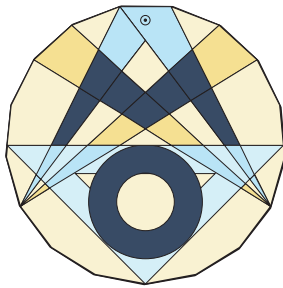
- (a) Gib auch für jede der Zahlen 4, 5 und 6 alle Darstellungen an!
- (b) Wie groß ist für jede der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 jeweils die Anzahl aller Darstellungen? Finde *eine* *Gesetzmäßigkeit, die für diese sechs Anzahlen gilt!* Wie viele Darstellungen muß es - wenn die von dir genannte Gesetzmäßigkeit sogar allgemein gilt - für die Zahl 10 geben?

Aufgabe 340524:



Auf einer Waage sind fünf links stehende leere Mineralwasserflaschen mit zwei rechts stehenden vollen im Gleichgewicht (siehe Abbildung).

- (a) Britta füllt zwei leere Flaschen mit Mineralwasser und erreicht dann, daß wieder Gleichgewicht eintritt, indem sie auf die rechte Waagschale leere Flaschen dazustellen. Wie viele leere Flaschen sind das?
- (b) Jan entleert dann eine der rechts stehenden Flaschen und nimmt von der linken Waagschale eine leere Flasche weg. Welche Waagschale neigt sich nun nach unten?
- (c) Pia nimmt alle Flaschen von der Waage und stellt dann links zwei volle Flaschen und eine leere Flaschen auf, rechts eine volle Flasche und drei leere Flaschen. Welche Waagschale neigt sich nun nach unten?



34. Mathematik-Olympiade 3. Stufe (Landesrunde) Klasse 5 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 340531:

Fritz hat geträumt, er bekäme ein Paket voller Gummibärchen, wenn er drei Aufgaben (a), (b), (c) löst. Obwohl es nur ein Traum war und er nicht weiß, ob die Zahlen des Traumes genau stimmen, möchte er die Aufgaben doch lösen.

In seinem Traum hieß es:

Ein Paket enthält 1000 Gummibärchen. Sie sind in 50 Tüten verteilt. Der Inhalt einer Tüte kostet 1,60 DM. Ein Kilogramm Gummibärchen kostet 20 DM. In jeder Tüte ist dieselbe Anzahl Gummibärchen wie in jeder anderen Tüte. Jedes Gummibärchen wiegt ebenso viel und kostet ebenso viel wie jedes andere Gummibärchen.

Die Aufgaben lauten:

- (a) Wieviel kosten zusammengenommen die Gummibärchen in einem Paket?
- (b) Wieviel wiegt der Inhalt einer Tüte?
- (c) Wieviel wiegt ein Gummibärchen?

Gib die Lösungen zu (a), (b), (c) an und begründe, wie du sie erhalten hast!

Aufgabe 340532:

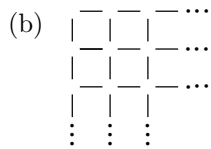
Aus genau 4 Stäbchen, von denen jedes etwas weniger als 1 cm Länge hat, läßt sich ein kleines Quadrat der Seitenlänge 1 cm legen:



Für ein Quadrat, das aus vier der zuvor betrachteten kleinen Quadrate besteht, benötigt man genau 12 Stäbchen:



- (a) Wie viele Stäbchen genau benötigt man für ein Quadrat, das aus
 - (1) neun,
 - (2) sechzehn
 dieser kleinen Quadrate besteht?



Wie viele Stäbchen genau benötigt man, um mit diesen kleinen Quadraten ein Quadratgitter auszulegen, das 1 m lang und 1 m breit ist?

Eine Begründung wird nicht verlangt. (Allerdings ist zu empfehlen, zur Sicherheit Überlegungen anzugeben, wie sich die gesuchten Zahlen finden lassen, besonders die in (b) gesuchte Zahl.)

Aufgabe 340533:

Annette, Bernd, Christiane, Dieter und Ruth spielen folgendes Spiel: die vier Kinder außer Ruth verabreden, daß eines von ihnen einen Brief bei sich versteckt und daß dann jedes dieser Kinder drei Aussagen macht, von denen mindestens zwei wahr sind. Ruth, die nur diese Regeln und die Aussagen der vier erfährt, soll herausfinden, wer den Brief hat. Eines der vier Kinder Annette, Bernd, Christiane, Dieter hatte sich das Spiel ausgedacht, sie wissen auch, wer es war; nur Ruth weiß das nicht. Folgende Aussagen werden gemacht:

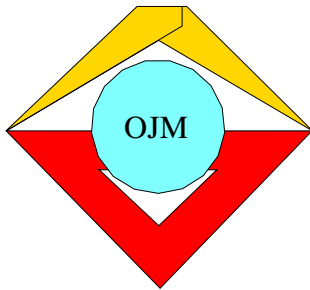
- Annette: Ich habe den Brief nicht. Entweder hat Bernd den Brief, oder Bernd hat den Brief nicht. Christiane hat sich das Spiel ausgedacht.
- Bernd: Wenn ich den Brief nicht habe, dann hat ihn Dieter. Ich habe den Brief nicht. Annette oder Christiane oder Dieter hat den Brief.
- Christiane: Entweder Bernd oder Dieter hat den Brief. Bernd hat drei wahre Aussagen gemacht. Annette hat den Brief nicht.
- Dieter: Wenn ich den Brief nicht habe, dann hat ihn Christiane. Ich habe den Brief nicht. Alle drei Aussagen von Christiane sind wahr.

Untersuche, ob durch die Regeln und die Aussagen eindeutig bestimmt ist, wer den Brief hat! Wenn das der Fall ist, gib diesen Spieler an! Stelle dann auch fest, ob alle Aussagen den Regeln entsprechen, wenn der Brief bei dem von dir angegebenen Spieler ist!

Aufgabe 340534:

In einem Schachverein wurde ein Turnier für Anfänger und für Fortgeschrittene durchgeführt. Jeder Anfänger spielte gegen jeden anderen Anfänger genau zwei Partien; jeder Fortgeschrittene spielte gegen jeden anderen Fortgeschrittenen genau zwei Partien. Diese Partien wurden so angesetzt, daß an jedem von genau 28 Spieltagen genau 3 Partien gespielt wurden. Es nahmen an dem Turnier mehr Anfänger als Fortgeschrittene teil.

Zeige, daß durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist, wieviele Anfänger und wieviele Fortgeschrittene an dem Turnier teilnahmen! Nenne diese beiden Anzahlen!



1. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

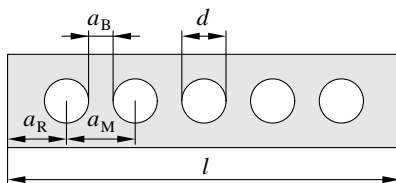
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 010511:

Der Mehrverkauf an Fleisch im Jahre 1960 im Vergleich zu 1953 ist die Differenz der Gesamtverkäufe in den beiden Jahren, also $4\,158\,000\text{ t} - 1\,757\,000\text{ t} = 2\,401\,000\text{ t}$.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 010512:



Wir bezeichnen die gegebenen Maße wie folgt:

- $l = 160\text{ mm}$ – Länge des Brettchens,
- $d = 18\text{ mm}$ – Durchmesser einer Bohrung,
- $a_R = 24\text{ mm}$ – Abstand zwischen Bohrung und Rand.

Die gesuchten Größen sind:

- a_M – Abstand zwischen zwei Lochmitten,
- a_B – Abstand zwischen zwei Bohrungen.

Daraus folgt:

a) $a_M = \frac{1}{4}(l - 2a_R) = \frac{1}{4}(160\text{ mm} - 2 \cdot 24\text{ mm} - 18\text{ mm}) = 28\text{ mm}$.

Der Abstand von Lochmitte zu Lochmitte beträgt 28 mm.

b) $a_B = a_M - \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}d = a_M - d = 28\text{ mm} - 18\text{ mm} = 10\text{ mm}$.

Der Zwischenraum zwischen zwei Bohrungen beträgt 10 mm.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 010513:

Die Lösung lautet:

$$\begin{array}{r} 2\ 5\ 4\ \cdot\ 3\ 2 \\ \hline 5\ 0\ 8 \\ 7\ 6\ 2 \\ \hline 8\ 1\ 2\ 8 \end{array}$$

Es handelt sich um eine schriftliche Multiplikation. Als Erstes schaut man sich die Addition an. Damit kann Folgendes schnell eindeutig bestimmt werden:

$$\begin{array}{r} * * * \cdot * 2 \\ \hline 5\ 0\ 8 \\ * 6\ 2 \\ \hline * 1\ 2\ 8 \end{array}$$



Jetzt ist von der ersten Multiplikation ein Faktor und das Produkt vollständig gegeben, womit man den anderen Faktor leicht durch Division bestimmen kann. Man erhält:

$$\begin{array}{r}
 254 \cdot *2 \\
 \hline
 508 \\
 *62 \\
 \hline
 *128
 \end{array}$$

Jetzt betrachtet man die zweite Multiplikation. Damit wir in der letzten Stelle 2 erhalten, muss 4 entweder mit 3 oder 8 multipliziert werden. Nimmt man die vorletzte Stelle in die Berechnungen mit auf, sieht man, dass nur noch 3 in Frage kommt. Man erhält:

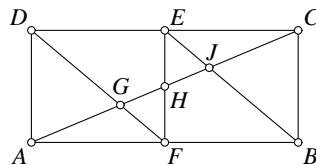
$$\begin{array}{r}
 254 \cdot 32 \\
 \hline
 508 \\
 *62 \\
 \hline
 *128
 \end{array}$$

Damit ist die Multiplikation vollständig bestimmt, und man kann die noch fehlenden Zahlen unmittelbar berechnen.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 010514:

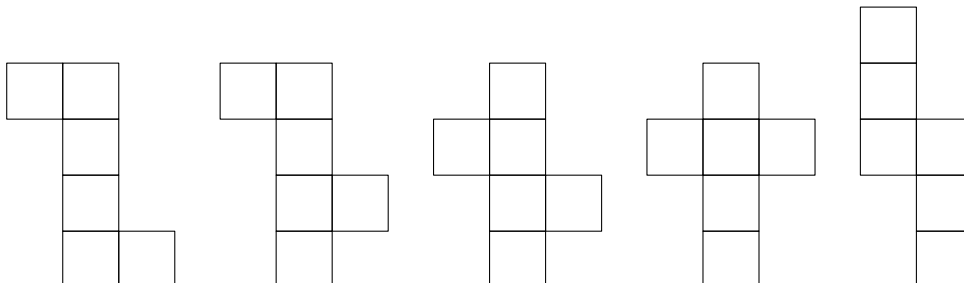
Die Figur besteht aus insgesamt 8 Teilflächen, wovon folgende sechs Dreiecke sind: AGD , AFG , GFH , EHH , EJC und JBC . Um weitere Dreiecke zu finden, untersuchen wir, ob Dreiecke aus zwei, drei, vier usw. benachbarten Teilflächen gebildet werden. Aus zwei Teilflächen sind folgende sechs Dreiecke zusammengesetzt: AFD , AFH , FED , EFB , EHC und EBC ; aus drei Teilflächen zwei Dreiecke: ABJ und DGC und schließlich aus vier Teilflächen ebenfalls zwei Dreiecke: ABC und DAC . Aus mehr als vier Teilflächen zusammengesetzt finden wir kein weiteres Dreieck. Somit sind in der Figur insgesamt $6 + 6 + 2 + 2 = 16$ Dreiecke enthalten.



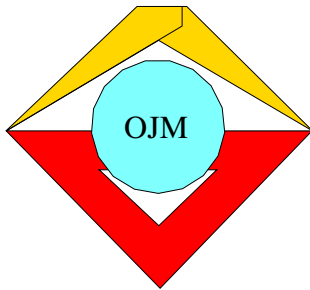
Aufgeschrieben und gelöst von Eckard Specht

Lösung 010515:

Die fünf anderen Würfelnetze sind z. B. folgende:



Aufgeschrieben und gelöst von Eckard Specht



1. Mathematik-Olympiade
 2. Stufe (Kreisolympiade)
 Klasse 5
 Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 010521:

Schlachtvieh und Geflügel: $70\,000\text{ t}/17\,000\,000 = 70\,000\,000\text{ kg}/17\,000\,000 = 70\text{ kg}/17 \approx 4\text{ kg}$;

Milch: $115\,000\text{ t}/17\,000\,000 = 115\,000\,000\text{ kg}/17\,000\,000 = 115\text{ kg}/17 \approx 7\text{ kg}$;

Eier: $300\,000\,000\text{ Stück}/17\,000\,000 = 300\text{ Stück}/17 \approx 18\text{ Stück}$.

Jeder Bürger konnte im Jahre 1961 durchschnittlich rund 4 kg Schlachtvieh und Geflügel, rund 7 kg Milch und rund 18 Eier mehr verbrauchen.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 010522:

Es sei E_1 die Länge der ersten Etappe und E_2 die Länge der zweiten Etappe. Dann folgen aus dem Text der Aufgabenstellung die Gleichungen

$$E_1 + E_2 = 6\,700\text{ km}, \quad E_1 = E_2 + 1\,700\text{ km}.$$

Setzt man die zweite Gleichung in die erste ein, so erhält man: $(E_2 + 1\,700\text{ km}) + E_2 = 6\,700\text{ km}$, $2 \cdot E_2 = 5\,000\text{ km}$, $E_2 = 2\,500\text{ km}$, $E_1 = 2\,500\text{ km} + 1\,700\text{ km} = 4\,200\text{ km}$.

Die erste Etappe betrug 4 200 km und die zweite 2 500 km.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 010523:

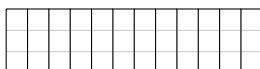
Eine ungerade Zahl kann allgemein geschrieben werden als $2 \cdot n + 1$. In diesem Fall soll 30 die Summe dreier ungerader Zahlen sein, also $30 = (2 \cdot n_1 + 1) + (2 \cdot n_2 + 1) + (2 \cdot n_3 + 1)$. Dies kann umgeformt werden zu $27 = 2 \cdot (n_1 + n_2 + n_3)$. Diese Gleichung ist aber für natürliche Zahlen n_1 , n_2 und n_3 nicht lösbar, da 27 eine ungerade Zahl ist und auf der rechten Seite der Gleichung wegen des Faktors 2 stets eine gerade Zahl steht. Damit ist es nicht möglich, die Äpfel wie verlangt zwischen den Kindern zu verteilen.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

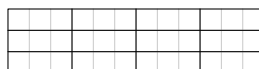
Lösung 010524:

Egal, wie Lutz die Schnitte ausführt, es sind immer 11 Schnitte. In Bild a) wird 11mal vertikal gesägt, in Bild b) zweimal horizontal und anschließend 9mal vertikal (oder dreimal vertikal und dann 8mal horizontal),

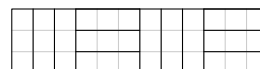
a)



b)



c)



schließlich in Bild c) abwechselnd vertikal und horizontal, und zwar dreimal, zweimal, viermal und zweimal.

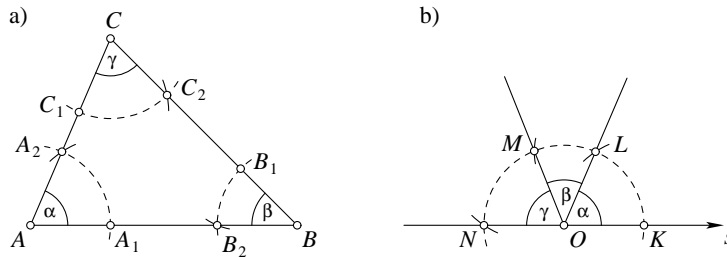


Der gesamte Sägeweg beträgt in allen Fällen 165 cm.

Aufgeschrieben und gelöst von Eckard Specht

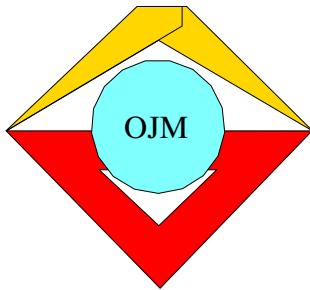
Lösung 010525:

Bild a) zeigt das Dreieck ABC mit den Innenwinkeln α , β und γ . Um den Winkel $\alpha + \beta + \gamma$ zu konstruieren, suchen wir uns einen beliebigen Punkt O (Bild b) und zeichnen ausgehend von O mit dem Lineal einen beliebigen Strahl s . Nun werden nacheinander die drei Winkel an s abgetragen. Dies geschieht wie folgt: Im gegebenen Dreieck (Bild a) schlagen wir mit einem beliebigen, aber festen Radius um jeden Eckpunkt



Kreisbögen, die die Seiten des Dreiecks in den Punkten A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 und C_2 schneiden. Mit demselben Radius schlagen wir um O (Bild b) einen Kreisbogen, der den Strahl s in K schneiden möge. Auf diesem Kreisbogen werden nun ausgehend von K nacheinander mit dem Zirkel die Entfernungen $A_1A_2 = KL$, $B_1B_2 = LM$ und $C_1C_2 = MN$ abgetragen. Wenn wir sauber genug gearbeitet haben, sehen wir, dass N , O und K auf einer Geraden liegen. Der Winkel $\alpha + \beta + \gamma$ ist also vermutlich ein Gestreckter und beträgt somit 180° .

Aufgeschrieben und gelöst von Eckard Specht



2. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 020511:

- a) $7\,100\text{ m}^3 / 4\text{ m}^3 = 1\,775$
Es waren 1775 Muldenkipperladungen.
- b) $3\text{ m} \cdot 1\,775 = 5\,325\text{ m}$
Der Muldenkipperzug wäre 5 325 m lang.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 020512:

$$1\,209\,600\text{ s} = 120\,960 / 6\text{ min} = 20\,160\text{ min} = 2\,016 / 6\text{ h} = 336\text{ h} = 336 / 24\text{ d} = 14\text{ d}$$

10. Mai 12.00 Uhr +14 d = 24. Mai 12.00 Uhr

Die beiden treffen am 24. Mai 12.00 Uhr wieder zusammen.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 020513:

Wegstrecke: 12 km

Die erste Gruppe legt 4 km pro Stunde zurück. Damit erreicht sie in 3 Stunden das Ziel. Da sie um 8.00 Uhr aufbrechen, erreichen sie Neuendorf um 11.00 Uhr.

Die zweite Gruppe legt 12 km pro Stunde zurück. Damit erreicht sie in 1 Stunde das Ziel. Da sie um 11.00 Uhr mit den anderen Neuendorf erreichen wollen, müssen sie um 10.00 Uhr aufbrechen.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 020514:

$$\begin{array}{r}
 4\ 5\ 6\ \cdot\ 3\ 2\ 8 \\
 \hline
 1\ 3\ 6\ 8 \\
 9\ 1\ 2 \\
 3\ 6\ 4\ 8 \\
 \hline
 1\ 4\ 9\ 5\ 6\ 8
 \end{array}$$

Zuerst kann man über die Addition in den letzten 2 Spalten die fehlenden Zahlen bestimmen. Man erhält:

$$\begin{array}{r}
 4\ * \ * \cdot\ * \ 2\ * \\
 \hline
 * \ 3 \ * \ * \\
 * \ 1 \ 2 \\
 * \ * \ 4 \ 8 \\
 \hline
 * \ * \ * \ * \ 6 \ 8
 \end{array}$$



Nun kann man die 2. Multiplikation auswerten. Die letzte Stelle des linken Faktors muss eine 1 oder 6 sein, um als letzte Stelle im Ergebnis eine 2 zu erhalten. Die 1 in der vorletzten Stelle kann allerdings nur durch einen Übertrag erreicht werden. Somit muss die 6 eingetragen werden. Für die vorletzte Stelle des linken Faktors kommt damit eine 0 oder 5 in Frage. Die 0 kann mittels der 1. Multiplikation ausgeschlossen werden. Stünde eine 0 an entsprechender Stelle, müsste sich die 3 ohne Übertrag direkt aus der Multiplikation der 4 mit einer weiteren Ziffer ergeben. Dies trifft aber für keine Ziffer zu. Damit erhält man:

$$\begin{array}{r}
 4\ 5\ 6\ \cdot\ * \ 2\ * \\
 \hline
 * \ 3\ * \ * \\
 \quad 9\ 1\ 2 \\
 \quad * \ * \ 4\ 8 \\
 \hline
 * \ * \ * \ * \ 6\ 8
 \end{array}$$

Jetzt kann man die 3. Multiplikation auswerten. Die letzte Stelle des rechten Faktors muss eine 3 oder 8 sein, um die letzte Stelle der Multiplikation zu erfüllen. Schaut man auf die vorletzte Stelle, wird klar, dass nur die 8 in Frage kommt. Nun kann man die 3. Multiplikation komplett ausführen und man erhält:

$$\begin{array}{r}
 4\ 5\ 6\ \cdot\ * \ 2\ 8 \\
 \hline
 * \ 3\ * \ * \\
 \quad 9\ 1\ 2 \\
 \quad 3\ 6\ 4\ 8 \\
 \hline
 * \ * \ * \ * \ 6\ 8
 \end{array}$$

Jetzt muss noch die 1. Multiplikation erfüllt werden. Leicht kann man die Ziffern durchprobieren, und man erhält, dass nur die 3 an die erste Stelle des rechten Faktors passt. Nach Ausführen der Multiplikation erhält man dann:

$$\begin{array}{r}
 4\ 5\ 6\ \cdot\ 3\ 2\ 8 \\
 \hline
 1\ 3\ 6\ 8 \\
 \quad 9\ 1\ 2 \\
 \quad 3\ 6\ 4\ 8 \\
 \hline
 * \ * \ * \ * \ 6\ 8
 \end{array}$$

Jetzt muss nur noch addiert werden, um das Endergebnis zu erhalten:

$$\begin{array}{r}
 4\ 5\ 6\ \cdot\ 3\ 2\ 8 \\
 \hline
 1\ 3\ 6\ 8 \\
 \quad 9\ 1\ 2 \\
 \quad 3\ 6\ 4\ 8 \\
 \hline
 1\ 4\ 9\ 5\ 6\ 8
 \end{array}$$

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

Lösung 020515:

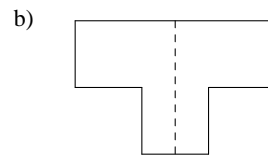
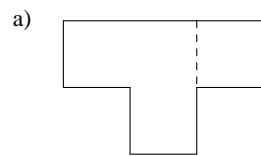
- a) Einer der Schüler heißt Lutz Schulz.
- b) 4 von 7 Schülern heißen mit Vornamen Lutz. Außerdem heißen 4 von 7 Schülern mit Nachnamen Schulz. Da nur 3 Schüler nicht den Vornamen Lutz tragen, muss somit mindestens ein Schüler, der mit Vornamen Lutz heißt, mit Nachnamen Schulz heißen.

Aufgeschrieben und gelöst von Korinna Grabski

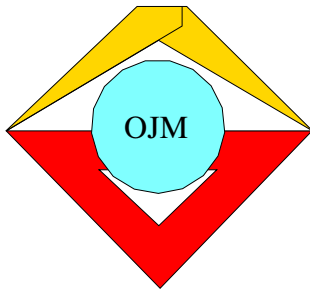


Lösung 020516:

Die beiden möglichen Schnitte sind nachfolgend abgebildet.



Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier



2. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 020521:

- a) $1\,200 \cdot 8 \text{ dt/d} \cdot 4 \text{ d} = 38\,400 \text{ dt}$
- b) $38\,400 \text{ dt} : 250 \text{ kg/Familie} = 38\,400 \text{ dt} : 2,5 \text{ dt/Familie} = 15\,360 \text{ Familien}$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 020522:

- a) $540 \text{ t/h} = 540 \text{ t} : 60 \text{ min} = 9 \text{ t/min}$
- b) $9 \text{ t/min} = 9\,000 \text{ kg} : 60 \text{ s} = 150 \text{ kg/s}$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 020523:

Wenn die 1. Straßenbahn gerade fuhr, als das Spiel begonnen hat und die 10. als das Spiel geendet hat, so liegen zwischen diesen 10 Bahnen genau 9 Abstände. Da die Bahn alle 20 min fährt, so heißt dies, die Spieldauer war $9 \cdot 20 \text{ min} = 180 \text{ min} = 3 \text{ h}$.

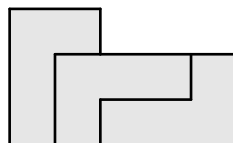
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 020524:

- a) Die kleine Fläche kann man als ein Rechteck mit den Seitenlängen b und c abzüglich der Fläche eines Rechtecks mit den Seitenlängen b und a auffassen. Dann hat das kleine Rechteck folgenden Inhalt:
 $A_{\text{klein}} = bc - ab = 4 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} - 2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$. Analog erhält man für das große Rechteck:
 $A_{\text{groß}} = cd - ac = 6 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} - 2 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2$.

Um zu berechnen, wie oft die kleine in die große Fläche hineinpaßt, muß man den Quotienten ermitteln:
 $A_{\text{groß}} : A_{\text{klein}} = 48 \text{ cm}^2 : 16 \text{ cm}^2 = 3$. Die kleine Fläche paßt also genau 3mal in die große hinein.

- b) siehe Abbildung:



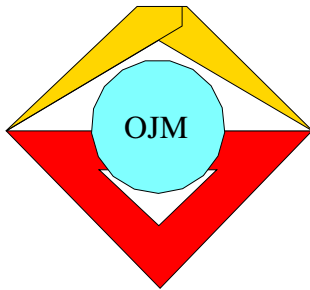
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 020525:

In der gesuchten Strecke \overline{EF} sind die Strecken \overline{BC} komplett und \overline{AB} sowie \overline{CD} jeweils genau zur Hälfte enthalten. Dies bedeutet: $\overline{EF} = 0,5 \cdot \overline{AB} + \overline{BC} + 0,5 \cdot \overline{CD} = 0,5 \cdot 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 0,5 \cdot 4 \text{ cm} = 8,5 \text{ cm}$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



3. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 030511:

Im Jahr 1958 wurden täglich 42 Kleinstroller produziert. Bei 300 Arbeitstagen pro Jahr sind das $42 \cdot 300 = 12\,600$ Stück im Jahr. 1963 sind dies bei täglicher Produktion von 235 Stück schon $235 \cdot 300 = 70\,500$ Kleinstroller im Jahr. Die gesuchte Differenz beträgt dann $70\,500 - 12\,600 = 57\,900$ Kleinstroller, die 1963 mehr produziert wurden als 1958.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030512:

Die erreichten Punkte seien mit x bezeichnet. Es läßt sich dann folgende Gleichung aufstellen: $(x + 10) \cdot 2 = 100 - 10$. Damit ergibt sich nach äquivalenten Umformungen: $x + 10 = (100 - 10) : 2 = 90 : 2 = 45$ und weiter $x = 45 - 10 = 35$. Der Schüler erzielte also 35 Punkte.

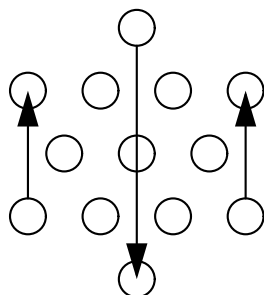
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030513:

Wenn alle drei Zahlen auf dieselbe Ziffer enden sollen, so heißt dies auch, daß das Produkt aus der letzten Ziffer (sie sei x genannt) mit sich selbst auf x enden muß. Mit der Forderung, daß x eine Ziffer ist, also $0 \leq x \leq 9$ gilt, kommen nur noch $x = 0$, $x = 1$, $x = 5$ und $x = 6$ in Frage. Für diese 4 Fälle wird nun das Produkt gebildet: $130 \cdot 70 = 9100$ ist vierstellig und somit keine Lösung; $131 \cdot 71 = 9301$ ist vierstellig und somit keine Lösung; $135 \cdot 75 = 10125$ hat nicht dieselbe Zehner- und Hunderterstelle; $136 \cdot 76 = 10336$ erfüllt alle Forderungen und ist somit einzige Lösung von Klaus' Multiplikationsaufgabe.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030514:



- a) 3 Pfennige
- b) siehe Abbildung

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030515:

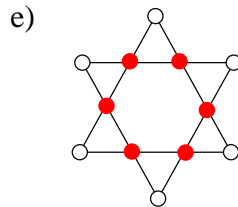
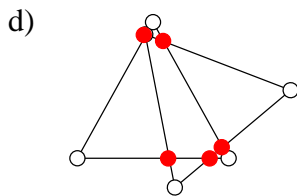
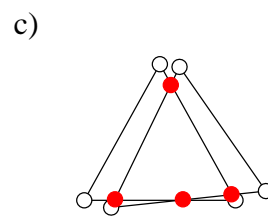
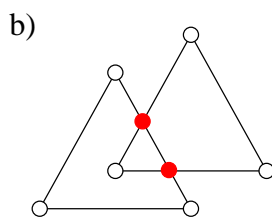
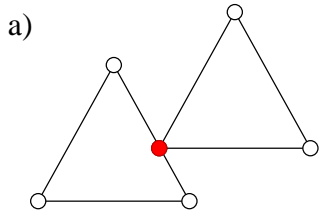


a) Inge, Bärbel, Doris, Renate, Marga

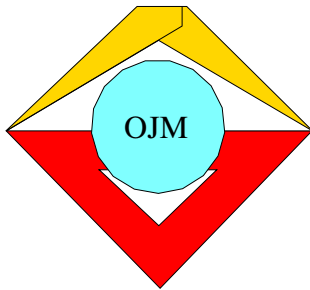
b) Zur eindeutigen Angabe genügen 4 Verhältnisse: Bärbel ist älter als Inge, Doris ist älter als Bärbel, Renate ist älter als Doris und Renate ist jünger als Marga. Damit sind 6 weitere Angaben (die 1., 4., 5., 7., 8. und 9.) überflüssig.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030516:



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



3. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 030521:

Wenn eine Umrundung durchschnittlich 88 Minuten dauert, so dauern 48 Umrundungen

$$48 \cdot 88 \text{ min} = 4224 \text{ min} = 70 \text{ h und } 24 \text{ min}$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030522:

- Aus den im ersten Halbjahr hergestellten 12 Stück täglich werden im 2. Halbjahr 14 Stück. Dies sind dann monatlich $26 \text{ Tage} \cdot 14 \text{ Stück pro Tag} = 26 \cdot 14 \text{ Stück} = 364 \text{ Stück}$.
- Bis zum Jahresende sind es genau 6 Monate mit 2 Stück mehr pro Tag, das sind bei 26 Tagen pro Monat: $6 \text{ Monate} \cdot 26 \text{ Tage pro Monat} \cdot 2 \text{ Stück pro Tag} = 312 \text{ Stück}$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030523:

Diese Aussage ist falsch.

Es handelt sich bei der Aussage um die Summe dreier ungerader Zahlen. Man könnte dies wie folgt aufschreiben, wenn man eine ungerade Zahl als $2n + 1$ mit $n \in \mathbb{N}$ schreibt:

$$\begin{aligned}(2a + 1) + (2b + 1) + (2c + 1) &= 2(a + b + c) + 2 + 1 \\ &= 2(a + b + c + 1) + 1\end{aligned}$$

Wenn nun $a + b + c + 1$ als natürliche Zahl m aufgefaßt wird, dann steht wieder eine ungerade Zahl da: $2m + 1$. Da 500 eine gerade Zahl ist, kann die Aussage nicht stimmen!

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030524:

- An erster Stelle kann jeder der 4 stehen. Dies sind 4 Möglichkeiten. Es sei nun also diese 1. Stelle festgelegt.

Dann gibt es noch 3 Kinder, die die 2.-4. Position besetzen können. Damit gibt es 3 Möglichkeiten, die 2. Stelle zu besetzen pro festgelegter 1. Stelle.

Übrig bleiben 2 Kinder für die letzten beiden Stellen. Dazu gibt es jeweils noch 2 Möglichkeiten.

Faßt man diese Aussagen zusammen, so kommt man auf $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ verschiedene Reihenfolgen.

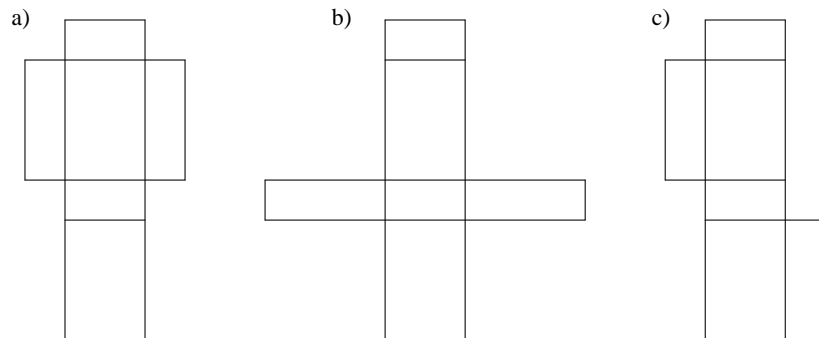


- b) Nimmt man das Ergebnis von a), so könnte man dies auch interpretieren als einen Lauf von 5 Leuten mit festgelegter 1. Position. An diese 1. Position können aber auch 4 weitere (zusammen also 5) Kinder gestellt werden. Damit muß das Ergebnis von a) mit 5 multipliziert werden, und man erhält das Ergebnis 120.

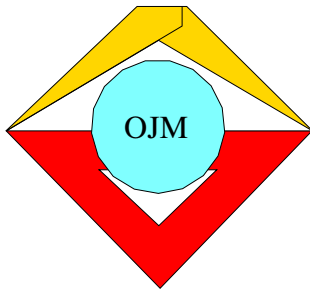
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 030525:

Drei mögliche Quadernetze sind maßstabsgetreu abgebildet; es gibt natürlich noch einige andere.



Aufgeschrieben und gelöst von Carsten Balleier



4. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 040511:

Es gibt folgende 16 Dreiecke:

ABE BCD CDI DFI EGH
ACF BCI CDF EFG
ACG BCH EFH
AEF BIH
AGF BDE

Aufgeschrieben von Günter Gebhard – Quelle: (13)

Lösung 040512:

Man benötigt die folgenden Wägestücke:

1 g, 2 g, 2 g, 5 g, 10 g, 20 g, 20 g, 50 g, 100 g, 200 g, 200 g, 500 g und 1 kg.

Aufgeschrieben von Günter Gebhard – Quelle: (13)

Lösung 040513:

Im Garten befinden sich 6 Parzellen zu je 150 m² und 3 Parzellen zu je 200 m².

Aufgeschrieben von Günter Gebhard – Quelle: (13)

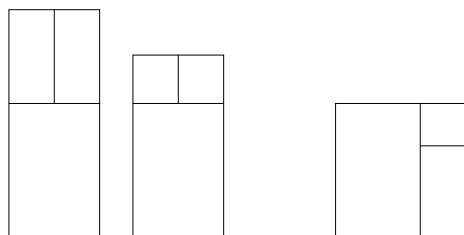
Lösung 040514:

Es werden insgesamt 2469,6 t - das sind rund 2470 t- Beton benötigt.

Aufgeschrieben von Günter Gebhard – Quelle: (13)

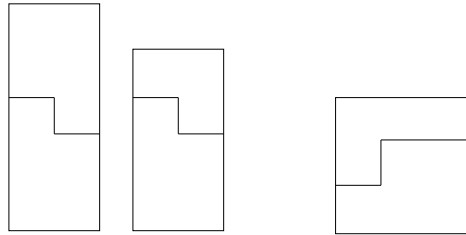
Lösung 040515:

a)





b)



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)

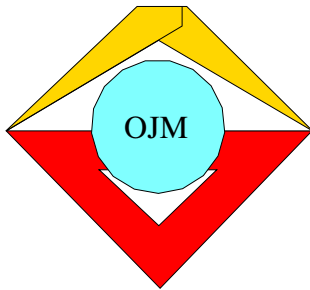
Lösung 040516:

Die letzte Ziffer der kleineren Zahl muß 8 sein. Dann ist 8 aber auch die mittlere Ziffer der größeren Zahl. Aus der angegebenen Summe erkennt man leicht, daß die beiden Summanden 88 und 880 lauten müssen.

Als Formel:

$$\begin{aligned}a + b &= 968 \\a &= 10 \cdot b \\10 \cdot b + b &= 968 \\11 \cdot b &= 968 \\b &= \frac{968}{11} \\b &= 88 \\a &= 880\end{aligned}$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)



4. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 040521:

An jedem Tage werden 41 Werkstücke hergestellt.

Wegen $26 \cdot 41 = 1\,066$
und $27 \cdot 41 = 1\,107$

werden die Dreher im Laufe des 27. Tages fertig. Dieser Tag ist der 10. Februar 1965.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 040522:

Der Umfang beträgt 64 cm, der Flächeninhalt 60 cm^2 .

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 040523:

- a) Es gibt neun dieser Zahlen, nämlich
16, 27, 38, 49, 50, 61, 72, 83, 94.
- b) Der zusätzlichen Bedingung genügt nur die Zahl 72.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 040524:

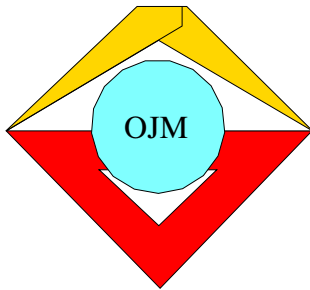
Wenn die Anzahl der Jungen ungerade ist, so ist es auch die der Mädchen. Die Summe zweier ungerader Zahlen ist aber eine gerade Zahl.

Wenn die Anzahl der Jungen gerade ist, so ist es auch die der Mädchen. Die Summe zweier gerader Zahlen ist ebenfalls eine gerade Zahl. Die Anzahl der freien Plätze muss somit gerade sein, denn die Differenz zweier gerader Zahlen ist wieder eine gerade Zahl.

Oder:

Ist a die Anzahl der Jungen, so ist $2a + 68$ die Anzahl der Jungen und Mädels im Theater. Die Anzahl der freien Plätze muss somit gerade sein.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)



5. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 050511:

Bei 90 Fahrgästen sind dies 30 pro Abteil, wenn alle 3 Abteile gleich stark besetzt sind (nach dem Umsteigen). Um diese gleiche Besetzung zu erreichen, mußten 12 Leute in den 2. Waggon umsteigen. Das bedeutet, daß dort ursprünglich $12 + 30 = 42$ Leute waren.

In das 2. Abteil mußten 12 Leute ein- und 9 wieder aussteigen, d.h. es sind zum Zeitpunkt der gleichen Besetzung 3 Personen mehr als ursprünglich im 2. Abteil vorhanden. Da danach 30 Leute darin waren, müssen es vorher $30 - 3 = 27$ gewesen sein.

Nun bleibt noch übrig, die Anzahl der Personen des 3. Abteils zu bestimmen: Von 90 Fahrgästen befinden sich 42 im ersten und 27 im 2. Abteil, es bleiben $90 - 42 - 27 = 21$ Personen.

Probe: Wenn aus dem 1. Abteil 12 Leute aussteigen, sind danach 30 Personen darin. Wenn diese 12 Personen ins 2. Abteil umsteigen, in dem sich 27 Personen befinden, so sind danach 39 Leute darin. Wenn davon 9 Leute aussteigen, befinden sich im 2. Abteil 30 Fahrgäste. Diese 9 ausgestiegenen Personen steigen ins 3. Abteil mit 21 Personen ein, und folglich befinden sich danach dort auch 30 Personen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 050512:

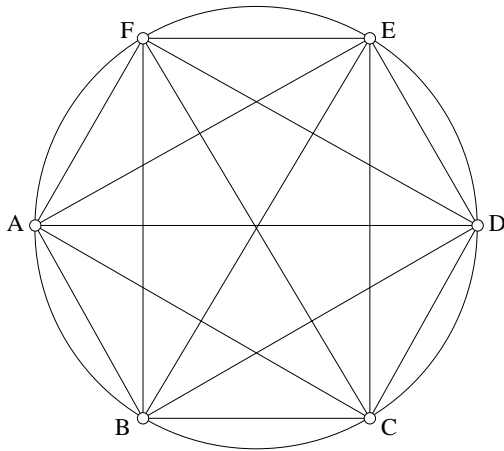
Mögliche Lösungen können wie folgt aussehen:

$$\begin{aligned}1 + 2 &= 3 \\12 : 3 &= 4 \\12 - 3 - 4 &= 5 \\1 + 2 \cdot 3 + 4 - 5 &= 6 \\1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 &= 7 \\1 - 2 - 3 + 4 - 5 + 6 + 7 &= 8 \\1 \cdot 2 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 8 &= 9 \\1 \cdot 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 - 8 - 9 &= 10\end{aligned}$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 050513:



Jeder der 6 Eckpunkte hat Verbindungen zu jedem der anderen 5 Eckpunkte, allerdings zählen die Verbindungen benachbarter Punkte nicht als Diagonalen, d.h. es muß jeder der 6 Punkte mit den jeweils 3 nicht benachbarten gegenüberliegenden Punkten verbunden werden. Dies sind zusammen 18 Diagonalen. Dabei muß aber berücksichtigt werden, daß bei dieser Zählweise jede Diagonale zweimal erscheint - als Diagonale bspw. von A nach B und von B nach A . Das heißt also, daß die Anzahl dieser 18 Diagonalen noch halbiert werden muß. Es handelt sich also um 9 Diagonalen eines Sechsecks:

$AC, AD, AE, BD, BE, BF, CE, CF, DF$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 050514:

- a) Die Schüler seien durch den ersten Buchstaben ihres Vornamens gekennzeichnet.

Dann gilt:

$$f = 3g \quad (1)$$

$$h = 4g \quad (2)$$

$$w = 2,4km \quad (3)$$

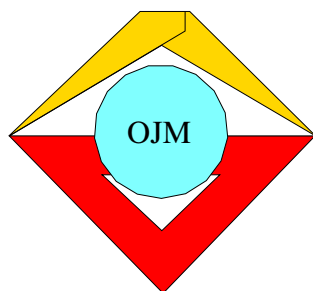
$$w = 2f \quad (4)$$

Aus (3) und (4) ergibt sich für Freds Weg 1,2km. Daraus ergibt sich mit (1) für Gerd ein Restweg von 400m und mit (2) ein Weg für Heinz von 1,6km.

- b) Gerd braucht für 400m: $4 \cdot 90s = 360s = 6min$.
 Fred braucht für 1,2km: $12 \cdot 90s = 1080s = 18min$.
 Heinz braucht für 1,6km: $16 \cdot 90s = 1440s = 24min$.
 Werner braucht für 2,4km: $24 \cdot 90s = 2160s = 36min$.

Damit vergehen noch 36 min, bis alle Schüler in der Klasse sind. (Die Aufzählung der einzelnen Zeiten ist nicht zwingend notwendig!)

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



5. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 050521:

- a) Das Rechteck kann nur so viele Zeilen der Quadrate (bzw. Spalten aus den gegebenen Quadraten) haben wie es in 2 natürliche Faktoren zerlegbar ist, damit sämtliche Quadrate benutzt werden. Dazu gibt es folgende Möglichkeiten (mit Einheit sei die Länge einer Quadratseite bezeichnet):

$$\begin{aligned} 36 &= 1 \cdot 36 \Rightarrow 74 \text{ Umfangseinheiten} \\ &= 2 \cdot 18 \Rightarrow 40 \text{ Umfangseinheiten} \\ &= 3 \cdot 12 \Rightarrow 30 \text{ Umfangseinheiten} \\ &= 4 \cdot 9 \Rightarrow 26 \text{ Umfangseinheiten} \\ &= 6 \cdot 6 \Rightarrow 24 \text{ Umfangseinheiten} \end{aligned}$$

Dies sind also 5 Möglichkeiten.

- b) Wie aus a) ersichtlich, ist das entstehende Rechteck aus 6×6 Quadraten das mit dem kleinsten Umfang.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 050522:

Zunächst werden alle Ungleichungen so aufgeschrieben, daß das Gleichheitszeichen in dieselbe Richtung zeigt.

- (1) $e < a$
- (2) $b < c$
- (3) $e < c$
- (4) $d < e$
- (5) $b < a$
- (6) $b < d$
- (7) $a < c$
- (8) $d < a$



Aus (1), (5) und (8) folgt, daß b, d, e kleiner als a sind.

Aus (2), (3) und (7) folgt, daß a, b, e kleiner als c sind.

Damit folgt, daß c die größte Zahl und a die zweitgrößte Zahl sein muß.

Ferner folgt aus (4) und (6) die Reihenfolge $b < d < e$. Damit lautet die Reihenfolge aller Zahlen:

$$b < d < e < a < c$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 050523:

- a) $600000 \cdot 125 \text{ kg} = 60000 \cdot 1250 \text{ kg} = 60000 \cdot 1,25 \text{ t} = 75000 \text{ t}$. Es ist folglich eine Menge von 75000 t Kartoffeln bereitzustellen.
- b) $75000 \text{ t} : 15 \text{ t} = 5000$. Es können also genau 5000 Güterwagen mit dieser Menge voll beladen werden.
- c) Inclusive 17.9. bis 14.10. sind dies 28 Tage. Daher werden durchschnittlich $75000 \text{ t} : 28 \text{ Tage} = 2679 \text{ t/Tag}$ ausgeliefert.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

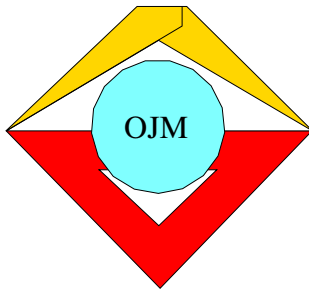
Lösung 050524:

Jede der Ziffern des rechten Faktors muß 1 betragen, da ansonsten bei vorgegebenem ersten Faktor mit erster Ziffer 6 als Produkt keine zweistellige Zahl entstehen würde. Laut Teilschritten ist jedoch jeder Teilfaktor eine zweistellige Zahl. Es bleibt also nur noch eine Position zu bestimmen in $6x \cdot 111$.

Mittels der letzten vorgegebenen Stelle im Ergebnis (=6) muß die verbliebene unbekannte Position 6 sein, denn es gibt keine andere einstellige natürliche Zahl, die mit 1 multipliziert eine Zahl mit letzter Ziffer 6 ergibt. Somit sieht die Aufgabe wie folgt aus:

$$\begin{array}{r} 66 \cdot 111 \\ \hline 66 \\ 66 \\ 66 \\ \hline 7326 \end{array}$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



6. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 060511:

a) Im Juli-November wurden bereits produziert:

$$2\,430\text{ t} + 2\,310\text{ t} + 2\,680\text{ t} + 2\,830\text{ t} + 2\,940\text{ t} = 13\,190\text{ t}$$

Damit fehlt zum Jahresplan für das 2. Halbjahr: $16\,400\text{ t} - 13\,190\text{ t} = 3\,210\text{ t}$. Wenn das Werk also mindestens $3\,210\text{ t}$ Zement herstellt, ist der Jahresplan für das 2. Halbjahr erfüllt.

b) Wenn eine Tonne Zement 39 MDN kostet, so kosten $3\,210\text{ t} \Rightarrow 125\,190\text{ MDN}$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 060512:

Sei die Länge der ersten Teilstrecke a genannt, dann beträgt die Länge der 2. Teilstrecke $3a$ und die der dritten Teilstrecke $4a$. Dies macht zusammen

$$a + 3a + 4a = 168\text{ m}$$

$$8a = 168\text{ m}$$

$$a = 21\text{ m}$$

Das heißt, daß die erste Teilstrecke 21 m , die zweite Teilstrecke $3 \cdot 21\text{ m} = 63\text{ m}$ und die dritte Teilstrecke $4 \cdot 21\text{ m} = 84\text{ m}$ lang sind.

Probe: Zusammen sind dies $21\text{ m} + 63\text{ m} + 84\text{ m} = 168\text{ m}$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 060513:

Diese Anzahl läßt sich einfach aus der Multiplikation der verschiedenen Arten der Teile berechnen (Gehäuse, Zifferblätter, Zeigerausführungen):

$$3 \cdot 4 \cdot 2 = 24.$$

Das Werk kann also 24 verschiedene Ausführungen der Uhren mit dem gleichen Uhrwerk herstellen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 060514:

Wenn 100 bei Division durch die gesuchte Zahl x den Rest 4 läßt, so läßt $100 - 4 = 96$ keinen Rest. Analog läßt auch $90 - 18 = 72$ bei Division durch x keinen Rest. Ganzzahlig teilbar ohne Rest sind 96 und 72 durch

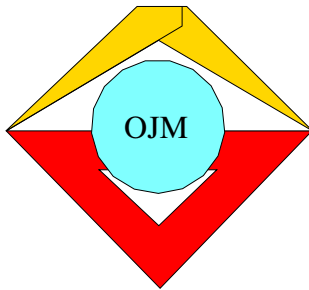


1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Da bei Division durch x ein Rest 18 ($90 : x$) entsteht, muß x größer als 18 sein. Es bleibt nur 24 als einzige Lösung übrig.

Probe: $100 : 24 = 4$ Rest 4

$90 : 24 = 3$ Rest 18

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



6. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 060521:

Wenn am Anfang n Äpfel in jeder Kiste waren, so sind es insgesamt $5n$ Äpfel, die gesuchte Zahl.

Nach der Entnahme sind insgesamt $5 \cdot (n - 60) = 5n - 300$ Äpfel vorhanden. Dies sollen genau so viele Äpfel wie in 2 Kisten zu Beginn sein, damit gilt:

$$\begin{aligned}5n - 300 &= 2n \\3n &= 300 \\n &= 100\end{aligned}$$

Es befanden sich am Anfang 100 Äpfel in jeder Kiste, d.h. es befanden sich insgesamt 500 Äpfel in den Kisten.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 060522:

Die gesuchte Zahl bestehe aus den Ziffern ab , d.h. ihr Wert beträgt $10 \cdot a + b$. Dann muß laut Aufgabenstellung $a + b = 10$ bzw. $a = 10 - b$ gelten.

Die Zahl, die aus den vertauschten Ziffern entsteht, ist ba mit dem Wert $10 \cdot b + a$. Nun kann man die folgende Gleichung aufstellen:

$$\begin{aligned}10 \cdot b + a + 2 &= 3 \cdot (10 \cdot a + b) \\10b + a + 2 &= 30a + 3b \\7b + 2 &= 29a \\7b + 2 &= 29 \cdot (10 - b) \\7b + 2 &= 290 - 29b \\36b &= 288 \\b &= 8\end{aligned}$$

Damit ergibt sich für a : $a = 10 - 8 = 2$. Die gesuchte Zahl heißt also 28.

Probe: $2 + 8 = 10$

Zahl mit vertauschten Ziffern: 82

Obige Zahl plus 2 geteilt durch 3 ergibt: $(82 + 2) : 3 = 84 : 3 = 28$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 060523:

Es gibt folgende Aussagen:

$$97236 = a + b + c + d + e + f$$

$$a = 97236 : 9$$

$$b = 2a$$

$$c = b - 12792$$

$$d = 3c$$

$$e = c$$

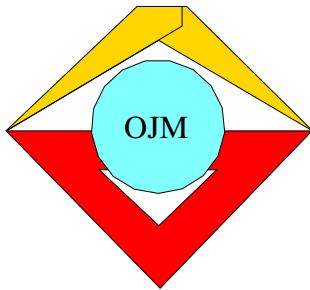
Daraus folgt: $a = 10804$, $b = 21608$, $c = 8816$, $d = 26448$, $e = 8816$. Die Differenz der Summe von a bis e zur Ausgangszahl ist der 6. Summand: $e = 20744$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 060524:

Mit 3 Schritten (2 vor, nachfedern, 1 zurück) kommt Hans 5 dm=0,5 m vorwärts. Mit $58 \cdot 3$ Schritten sind das 29 m. Nun macht Hans wieder 2 Schritte vor und hat das Ziel erreicht. Hans muß also $58 \cdot 3 + 2 = 176$ Schritte gehen, um 30 m zurückzulegen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



7. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 070511:

Das Dreieck hat keine Diagonalen, weil alle Punkte miteinander benachbart sind.

Das Viereck hat 2 Diagonalen und ist damit Lösung von Aufgabe a).

Das Fünfeck hat 5 Diagonalen.

Das Sechseck hat 9 Diagonalen.

Das Siebeneck hat 14 Diagonalen und ist damit Lösung von Aufgabe b).

Es ist festzustellen, daß jedes n -Eck gegenüber dem $(n - 1)$ -Eck $n - 2$ weitere Ecken besitzt. Dies kommt daher zustande, daß der neue Punkt $n - 3$ Diagonalen zu den nicht benachbarten Seiten hat und eine weitere neue Diagonale durch das Verbinden der beiden benachbarten Ecken des neuen Punktes entsteht. Damit wächst die Anzahl der Diagonalen schneller als die der Ecken, was bedeutet, daß nur das Viereck Lösung von a) ist.

Ferner gilt damit auch, daß es keine weitere Lösung für b) geben kann als das Siebeneck.

Anmerkung: Für diese Aufgabe genügt die Angabe der Lösungen ohne weitere Begründungen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 070512:

Wenn alle Straßen komplett instandgehalten hätten werden müssen, so hätte eine Summe von

$$(8 + 7 + 6) \text{ km} \cdot 3\,000 \text{ MDN/km} = 63\,000 \text{ MDN}$$

aufgewendet werden müssen. Die Differenz zur tatsächlich ausgegebenen Summe von 51 000 MDN beträgt 12 000 MDN. Dies entspricht aber genau der Hälfte des Aufwandes für eine Straße. Bei 1 500 MDN pro eingespartem Straßenkilometer entspricht dies einer Strecke von 8 km und damit dem 3. Straßenabschnitt.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 070513:

Jede fünfstellige natürliche Zahl läßt sich darstellen als

$$z = 10000 \cdot a + 1000 \cdot b + 100 \cdot c + 10 \cdot d + e,$$

wobei $0 < a \leq 9$ und $0 \leq b..e \leq 9$ gelten muß. Damit folgt aus a) $b = 2d$ ($\Rightarrow b$ muß gerade und damit maximal 8 sein) sowie aus b) $e = c$. Damit ergibt sich für die Zahl: $z = 10000a + 1000b + 100c + 5b + c = 10000a + 1005b + 101c$. Nun wird z am größten, wenn die Summanden am größten sind. a und c können



maximal 9 sowie b maximal 8 sein. Dann wäre $z = 10101 \cdot 9 + 1005 \cdot 8 = 90909 + 8040 = 98949$.

2. Lösungsweg von Karola Schmidt:

Bei Verwendung der Stellenwerttafel ergibt sich:

ZT	T	H	Z	E	Anmerkung
9	9	9	9	9	größte fünfstellige Zahl
9	8	9	4	9	größte fünfstellige Zahl, die die Bedingungen erfüllt \Rightarrow Lösung Die Zahl an der Tausenderstelle muss die größte einstellige gerade Zahl sein - also 8. Für die Zehnerstelle ergibt sich dann 4. Da an der Einer- und Hunderterstelle schon die größtmögliche Ziffer 9 steht, ist die Bedingung b) eigentlich überflüssig.

Aufgeschrieben und gelöst von M. Kugel und K. Schmidt

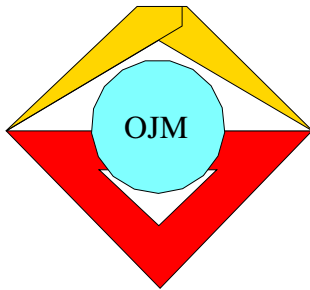
Lösung 070514:

Es sind alle Möglichkeiten anzugeben, aus 6 verschiedenen Elementen (in diesem Fall den Jungen) drei auszuwählen. Es werden die 6 Elemente mit A, B, C, D, E, F bezeichnet. Dann gibt es folgende Gruppen (Achtung: keine Gruppe darf bei dieselben Elemente enthalten, auch wenn die Reihenfolge vertauscht ist!):

- ABC
- ABD
- ABE
- ABF
- ACD
- ACE
- ACF
- ADE
- ADF
- AEF
- BCD
- BCE
- BCF
- BDE
- BDF
- BEF
- CDE
- CDF
- CEF
- DEF

Zusammen sind dies 20 Möglichkeiten.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



7. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 070521:

Wenn gilt: 1 kg Altpapier entspricht 0,7 kg weißes Papier, dann gilt auch: $336 \cdot 1$ kg Altpapier entspricht $336 \cdot 0,7$ kg = 235,2 kg weißes Papier

Ferner gilt: $235,2 \text{ kg} = 7840 \cdot 0,03 \text{ kg}$. Da auch $30 \text{ g} = 0,03 \text{ kg}$ gilt, folgt daraus, daß 7840 Schreibhefte aus der gesammelten Menge Altpapier hergestellt werden können.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 070522:

Es bestehe die Zahl z aus den Ziffern a und b . Dann gilt: $z = 10a + b$ und außerdem

$$b = 3a. \tag{1}$$

Ferner gilt nach Vertauschen der Ziffern a und b :

$$10b + a = 36 + (10a + b). \tag{2}$$

Mit (1) in (2) ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} 10 \cdot 3a + a &= 36 + (10a + 3a) \\ 31a &= 36 + 13a \\ 18a &= 36 \\ a &= 2 \\ b &= 6 \end{aligned}$$

Damit ist $z = 26$. Die Probe bestätigt die Lösung.

Anmerkung: Da es sich um Ziffern a und b handelt (also um Zahlen kleiner 10), ist die zu betrachtene Zahlenmenge sehr klein - es kommen genaugenommen nur 13, 26, 39 infrage, da $b = 3a$ gilt. Diese 3 Varianten können durchprobiert werden und führen genauso zur Lösung.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 070523:

Das rechtwinklige zu konstruierende Dreieck soll einen rechten Winkel bei A und einen Winkel von 45° bei D_1 haben. Nach Innenwinkelsummensatz bleibt für den Winkel bei D ebenfalls eine Größe von 45° . Damit handelt es sich um ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck. Dieses Dreieck hat 2 gleich lange Schenkel: $\overline{AD} = \overline{AD_1}$.



Der Punkt D_1 kann nun auf der Seite AB konstruiert werden, indem ein Kreisbogen um A mit der Länge AD gezeichnet wird. Der Schnittpunkt mit der Seite AB ist der Punkt D_1 .

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 070524:

Es seien die Einträge in der Spalte II mit a_2 bis e_2 sowie in der Spalte III mit a_3 bis f_3 bezeichnet. Dann gelten folgende Beziehungen:

- (1) $a_2 = e_2$
- (2) $b_2 = 2 \cdot e_2$
- (3) $b_2 = d_2$
- (4) $f_3 = 3 \cdot c_2$
- (5) $f_3 = 2 \cdot 36 = 72$

Und hier noch die offensichtlichen Beziehungen der Elemente der 2. zu denen der 3. Spalte:

- (6) $a_3 = 0 \cdot a_2 = 0$
- (7) $b_3 = 1 \cdot b_2$
- (8) $c_3 = 2 \cdot c_2$
- (9) $d_3 = 3 \cdot d_2$
- (10) $e_3 = 4 \cdot e_2$

Schließlich gilt die Aufsummierung der 2. Spalte:

$$(11) \quad a_2 + b_2 + c_2 + d_2 + e_2 = 36$$

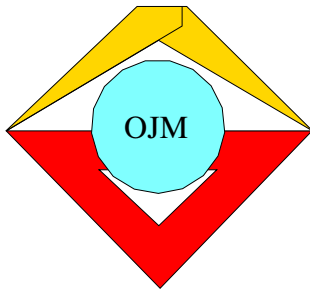
Aus (5) folgt $f_3 = 72$ und in (4) ergibt sich damit $c_2 = 24$ (12). Mit (1), (2), (3) und (12) in (11) erhalten wir:

$$\begin{aligned} a_2 + b_2 + c_2 + d_2 + e_2 &= 36 \\ e_2 + 2 \cdot e_2 + 24 + b_2 + e_2 &= 36 \\ 4 \cdot e_2 + 2 \cdot e_2 &= 12 \\ 6e_2 &= 12 \\ e_2 &= 2 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich nun folgende Tabelle:

	I	II	III
	Anzahl der richtigen Lösungen pro Schüler	Anzahl der Schüler	Anzahl der richtigen Lösungen insgesamt
a)	0	2	0
b)	1	4	4
c)	2	24	48
d)	3	4	12
e)	4	2	8
f)	Gesamtzahlen	36	72

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



8. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 080511:

Es gibt 6 Erdarbeiter, die durchschnittlich pro Tag 5 m^3 Erde bewegen. Dies sind pro Tag 30 m^3 insgesamt. Um 90 m^3 Erde zu bewegen, bräuchten diese 6 Arbeiter folglich genau 3 Tage.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 080512:

Die Vielfachen von 3 zwischen 3 und 27 betragen als Summe 135. Damit ergibt sich als Zeilen-, Spalten- und Diagonalsumme ein Drittel = 45. Wenn man nun noch den Durchschnittswert dieser 9 Zahlen in die Mitte des Quadrates einsetzt, dann kommt man durch Probieren recht schnell zu einer Lösung gleich oder ähnlich der folgenden:

18	3	24
21	15	9
6	27	12

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 080513:

Es seien die Anzahl der mitgebrachten Pflaumen mit p und die der Äpfel mit a bezeichnet. Dann kann man die Aussagen zu folgenden Gleichungen und Ungleichungen formen:

$$a + p < 50 \tag{1}$$

$$p = 3a \tag{2}$$

$$p - 4 = 4(a - 4) \tag{3}$$

Wenn nun (2) in (3) eingesetzt wird, ergibt sich:

$$3a - 4 = 4a - 16$$

$$a = 12$$

$$p = 36$$

Annerose hat 12 Äpfel und 36 Pflaumen mitgebracht. Die Probe bestätigt die Lösung.

Anmerkung: Die Lösung kann auch durch systematisches Probieren gefunden werden.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 080514:

Der kleine Würfel im Inneren ohne Außenfläche des ursprünglichen großen Würfels hat keinen Anstrich. Ebenfalls hat der kleine Würfel keinen Anstrich, der in der Mitte der nicht angestrichenen Fläche liegt.



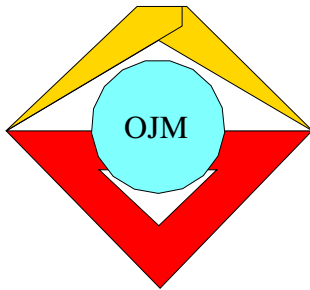
Genau eine farbige Fläche haben die 5 kleinen Würfel, die in den Mitten der angestrichenen Seiten liegen. Ferner gehören zu den auf einer Seite angestrichenen kleinen Würfeln diejenigen 4, die in die nicht angestrichene Fläche grenzen aber keine Ecken sind.

2 angestrichene Flächen haben diejenigen kleinen Würfel, die als Kanten (aber nicht Ecken) benachbarter angestrichener Seiten des großen Würfels entstanden sind. Dies sind 8 Stück. Ferner sind dies die 4 aus den Ecken der nicht angestrichenen Seite entstehenden kleinen Würfel.

Es gibt 4 kleine Würfel, die aus den Ecken mit 3 angestrichenen Seitenflächen des großen Würfels entstanden sind.

Damit sind alle 27 kleinen Würfel betrachtet. Es gibt also kleine Würfel mit 2 mal 0, 9 mal 1, 12 mal 2, 4 mal 3 und 0 mal 4 angestrichenen Seiten.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



8. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 080521:

Eine Lösungsmöglichkeit ist z.B. die in der Abb. dargestellte.

			x		
x					
				x	
	x				
					x
		x			

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 080522:

Es gilt: $85\,000\text{ kg} = 85\text{ t}$ und $5\,000\text{ kg} = 5\text{ t}$.

Wenn nach der Entnahme von 85 t Weizen aus dem ersten und 5 t aus dem zweiten die Bestände in den beiden Lagerräumen gleich sind, befanden sich im ersten Lagerraum 80 t mehr als im zweiten, denn $85\text{ t} - 5\text{ t} = 80\text{ t}$.

Da im ersten Lagerraum der Bestand anfangs dreimal so groß wie im zweiten war und nach der Entnahme in beiden die Bestände gleich sind, muss anfangs der Überschuß des ersten Raumes zweimal so groß wie der Bestand des zweiten Raumes gewesen sein. Also befanden sich im zweiten Raum die Hälfte von 80 t, das sind 40 t, und im ersten 120 t Weizen; denn $40\text{ t} \cdot 3 = 120\text{ t}$.

Probe: $40\text{ t} - 5\text{ t} = 35\text{ t}$
 $120\text{ t} - 85\text{ t} = 35\text{ t}$.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)

Lösung 080523:

Da Gerd mehr als doppelt so alt ist wie seine Schwester und seine Schwester viermal so alt ist wie ihr Bruder, so muss Gerd mehr als achtmal so alt sein wie sein Bruder. Wäre sein Bruder zwei oder mehr Jahre alt, dann müsste Gerd mehr als 16 Jahre alt sein. Das widerspräche der Angabe, dass die Summe der Jahre 17 beträgt.

Also ist der Bruder 1 Jahr alt, die Schwester demnach 4 Jahre, und wegen $17 - 1 - 4 = 12$ muss Gerd 12 Jahre alt sein.

Wegen $4 \cdot 4 > 12$ ist auch die Bedingung erfüllt, dass Gerd weniger als viermal so alt ist wie seine Schwester. Die angegebene Lösung genügt damit allen Bedingungen und ist zugleich die einzig mögliche.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)



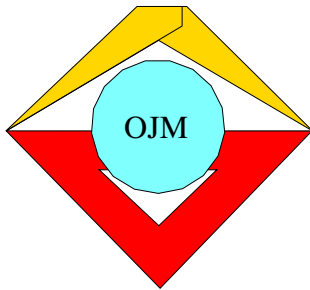
Lösung 080524:

Die Zahl 180 lässt sich nur auf die folgenden Weisen in zwei Faktoren a und b (mit natürlichen Zahlen a, b) zerlegen:

$$\begin{aligned} 180 &= 180 \cdot 1 = 90 \cdot 2 = 60 \cdot 3 = 45 \cdot 4 \\ &= 36 \cdot 5 = 30 \cdot 6 = 20 \cdot 9 = 18 \cdot 10 \\ &= 15 \cdot 12 \end{aligned}$$

Dabei ist wegen $15 - 12 = 3$ nur für $a = 15$ und $b = 12$ auch die Bedingung (1) erfüllt.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (13)



9. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 090511:

Eine Lösungsmöglichkeit ist folgende:

1	5	2	3	4
4	2	1	5	3
5	4	3	2	1
3	1	5	4	2
2	3	4	1	5

Anmerkung: Dabei erweist es sich bei der Lösungsfindung als sinnvoll, wenn zunächst die beiden Hauptdiagonalen so besetzt werden, daß sie der Aufgabenstellung entsprechen. Danach sollten die restlichen gleichen Ziffern in die freien Felder gefüllt werden, daß sich keine Widersprüche ergeben, bspw. zuerst alle Einsen, dann alle Zweien u.s.w. Mit etwas Glück und Fingerspitzengefühl kommt man so recht schnell zu einem Ergebnis.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 090512:

Wassjas Aussage kann man auch so aufschreiben, wenn die Sorte Kopeken für das erste Album mit a und die zweite Sorte mit b bezeichnet werden (wobei $a, b \in \{1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50\}$):

$$7a + 5b = 60$$

Nun werden die Reste betrachtet. 60 Kopeken wurden insgesamt bezahlt. Wenn man $5b$ abzieht, erhält man $7a$. Dabei ist, egal welchen Wert b annimmt, die letzte Ziffer immer 5 oder 0. Entsprechend muß auch $7a$ auf 0 oder 5 enden. Von den vorgegebenen Kopekensorten erfüllt dies nur 5, 10, 15, 20, 50, wobei nur $7 \cdot 5 = 35 < 60$ sind. Schon bei 10-Kopekenstücken überschreitet man diesen Betrag. Damit muß das erste Album 35 Kopeken gekostet haben und entsprechend das 2. Album $60 - 35 = 25$ Kopeken gekostet haben. Das erste Album wurde mit 7×5 -Kopekenstücken bezahlt, während das zweite Album mit 5×5 Kopekenstücken bezahlt wurde.

Anmerkung: Aus dieser Betrachtung folgt, daß alle Alben mit derselben Sorte Kopekenstücke bezahlt wurde und folglich die Aufgabenstellung auch dahingehend hätte interpretiert werden sein können. An der Stelle mit der vereinfachten Annahme aller gleichen Kopekenstücke hätte man sogar sagen können, insgesamt wurden $5 + 7 = 12$ Stücke verwendet; $60 : 12 = 5$, was sofort zur Lösung führt. Laut Musterlösung gilt die vereinfachte Annahme als Aufgabenstellung.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 090513:

Die Strecken, die "zur Zeichnung gehören", sind folgende:

$$AB, AC, AG, AD, AF, AE, BC, BG, BF, CD, CE, GF, GD, DE, FE.$$

Die Dreiecke, die "zur Zeichnung gehören", sind folgende:

$$\triangle ABG, \triangle ABF, \triangle AGF, \triangle ACD, \triangle ADE, \triangle ACE.$$

Die Trapeze, die "zur Zeichnung gehören", sind folgende:

$$BCDG, BCEF, GDEF.$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 090514:

Zunächst wird die theoretisch maximal einzuschichtende Menge Bauklötze über das Verhältnis der Volumina ermittelt, wobei dies nichts mit den tatsächlichen Maßen zu tun haben muß, da die Größen "ungünstig gelegen" sein können.

Das Volumen der Aufbewahrungsbox beträgt:

$$V_{Box} = 33 \text{ cm} \cdot 22 \text{ cm} \cdot 21 \text{ cm} = 15246 \text{ cm}^3.$$

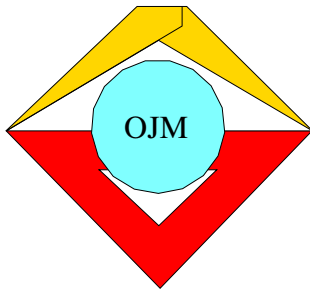
Das Volumen eines Bauklötzes beträgt:

$$V_{Klotz} = 5,5 \text{ cm} \cdot 5,5 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 211,75 \text{ cm}^3.$$

Setzt man diese Volumina nun ins Verhältnis, erhält man das Ergebnis, daß $15246 : 211,75 = 72$ Bauklötze -theoretisch- lückenlos in einer Box untergebracht werden können. Nun muß noch geprüft werden, ob dies mit den gegebenen Maßen tatsächlich erreicht werden kann:

Denkt man sich eine Fläche aus 6×4 Bauklötzen, so belegen sie eine Länge von $6 \cdot 5,5 \text{ cm} = 33 \text{ cm}$ und eine Breite von $4 \cdot 5,5 \text{ cm} = 22 \text{ cm}$, was der Grundfläche der Box entspricht. Dieser neue Körper aus den Bauklötzen bedeckt die Box-Grundfläche lückenlos und hat eine Höhe von 7 cm . Schichtet man nun 3 solche Ebenen aus 6×4 Bauklötzen übereinander, erhält man eine Höhe von $3 \cdot 7 \text{ cm} = 21 \text{ cm}$, was wiederum exakt der Höhe der Box entspricht, d.h. $6 \cdot 4 \cdot 3 = 72$ Bauklötze können lückenlos in die Box gestapelt werden.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



9. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 090521:

Verdeckt sind bei den unteren 5 Würfeln jeweils die untere und obere Seitenfläche, alle anderen Flächen sind, wenn man um den Würfelturm herumgeht, sichtbar. Da gegenüberliegende Seiten eine Augensumme von 7 haben, sind von den 5 unteren Würfeln $5 \cdot 7 = 35$ Augen verdeckt.

Vom 6. Würfel ist nur die untere Fläche verdeckt. Ihr gegenüber liegt die Augenzahl 1, d.h. die verdeckte Augenzahl ist 6.

Es sind mithin $35 + 6 = 41$ Augen verdeckt.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 090522:

Der zweite Kunde kaufte 2 m mehr als der erste Kunde und bezahlte 30, – M mehr als der erste Kunde. Folglich kostet 1 m Stoff 15, – M.

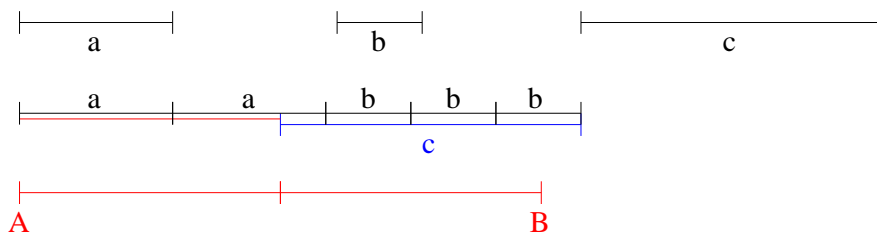
Für die $3 \text{ m} + 5 \text{ m} + 9 \text{ m} = 17 \text{ m}$ Stoff sind insgesamt mithin $17 \cdot 15, – \text{M} = 255, – \text{M}$ von allen Kunden zu bezahlen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 090523:

Auf einer Geraden ist die Strecke a aufzutragen. Am Ende der Strecke wird noch einmal a angefügt. Dasselbe geschieht mit b (dreimaliges Hintereinanderanfügen von b). Schließlich wird c in der entgegengesetzten Richtung aufgetragen, d.h um diese Länge wird die Strecke verkürzt.

Die nun entstandene kürzere Strecke wird verdoppelt und ist die gesuchte Streckenlänge.



Die Strecke AB in der Abbildung ist die gesuchte Lösung.

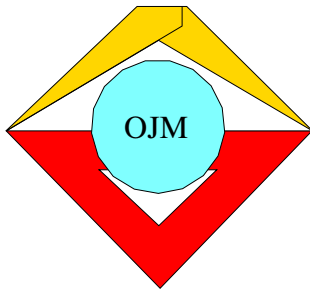
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 090524:

Wenn z durch 3, 5 und 7 teilbar sein soll, muß z durch $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ teilbar sein, da diese Zahlen zueinander teilerfremd sind. Mit der Bedingung a) muß also z ein ungerades Vielfaches von 105 sein. Von diesen Zahlen gibt es im Bereich $500 < z < 1000$ nur die folgenden Lösungen: 525, 735 und 945.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



10. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 100511:

Die Abbildung a) kann keine Lösung sein, weil jede Ecke, die nicht an eine aus 4 kleinen Quadraten bestehende Seitenfläche stößt, die komplett schwarze Quadratseite berührt.

Würfel b) kann aus dem abgebildeten Würfelnetz hergestellt werden.

Würfel c) kann keine Lösung sein. Die Fläche mit den kleinen Quadraten stößt nicht an die Fläche, die komplett schwarz ist.

Würfel d) kann aus dem abgebildeten Würfelnetz hergestellt werden.

Würfel e) kann keine Lösung sein, weil die kleinen schwarzen Quadrate nicht nebeneinander liegen. Sie berühren sich nur an einer Ecke.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 100512:

Die gesuchte Zahl sei z . Dann kann man folgende Gleichung aufstellen:

$$\begin{aligned}(z + 107) : 100 \cdot 11 - 15 &= 7 \\(z + 107) : 100 \cdot 11 &= 22 \\(z + 107) : 100 &= 2 \\z + 107 &= 200 \\z &= 93\end{aligned}$$

Die gesuchte Zahl lautet 93. Die Probe bestätigt diese Lösung.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 100513:

Eine mögliche Lösung ist z.B. folgende:

1	7	2	8
4	6	3	5
7	1	8	2
6	4	5	3

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (13)



Lösung 100514:

Wenn man die Anzahl der sowjetischen Marken mit s , die der polnischen mit p und der bulgarischen mit b bezeichnet, müssen folgende Bedingungen gelten:

- (1) $s + p + b = 30$
- (2) $p < s < b$
- (3) $4s < b < 5s$

(3) kann auch umgeformt werden zu: $4s + s + p < s + p + b = 30 < 5s + s + p$ oder $5s + p < 30 < 6s + p$ (3*).

Wenn $s = 1$ wäre, kann die Aussage (3) nicht erfüllt werden.

Wenn $s = 6$ wäre, könnte Aussage (3*) nicht erfüllt werden: $30 + p < 30$. Dies wäre nur für $p = 0$ erfüllt und widerspricht der Annahme, daß es aus jedem Land auch tatsächlich Marken gibt.

Weiterhin kann der Fall $s = 2$ durch (3*) und (2) ausgeschlossen werden. Es müßte nämlich gelten: $10 + p < 30 < 12 + p$. Dies ist nur für $p = 19$ erfüllt, was aber $p < s$ widerspricht.

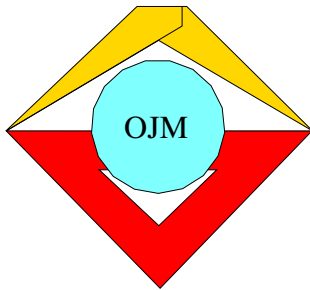
Analog wird $s = 3$ betrachtet und führt auf gleichem Weg zu: $15 + p < 30 < 18 + p$. Dies ist für $p = 13$ und $p = 14$ erfüllt und gleichermaßen ein Widerspruch zu $p < s$.

Für $s = 4$ ergibt dies: $20 + p < 30 < 25 + p$ und führt zu $6 \leq p \leq 9$. (2) kann weiterhin nicht erfüllt werden.

Es ist der letztmögliche Fall zu untersuchen: $s = 5$ ergibt $25 + p < 30 < 30 + p$. Lösungen sind $p \leq 4$. Für b gilt dann laut (3): $20 < b < 25$. Alle gefundenen Zahlen ergeben eine wahre Aussage (2). Es bleibt, die Aussage (1) zu erfüllen: $5 + p + b = 30$ bzw. $b = 25 - p$. Dies ergibt die folgenden 4 Zahlentripel (p,s,b) : $(1,5,24)$, $(2,5,23)$, $(3,5,22)$, $(4,5,21)$, die auch tatsächlich alle geforderten Bedingungen erfüllen, wie die folgende Tabelle zeigt.

Anzahl der polnischen Marken	1	2	3	4
Anzahl der bulgarischen Marken	24	23	22	21
Ungleichung zwischen der Anzahl der sowjetischen und der Anzahl der polnischen Marken	$5 > 1$	$5 > 2$	$5 > 3$	$5 > 4$
Ungleichung zwischen der Anzahl der sowjetischen und der Anzahl der bulgarischen Marken	$5 < 24$	$5 < 23$	$5 < 22$	$5 < 21$
Ungleichung zwischen der Anzahl der bulgarischen Marken und dem Vierfachen der Anzahl der sowjetischen Marken	$24 > 4 \cdot 5 = 20$	$23 > 20$	$22 > 20$	$21 > 20$
Ungleichung zwischen der Anzahl der bulgarischen Marken und dem Fünffachen der Anzahl der sowjetischen Marken	$24 < 5 \cdot 5 = 25$	$23 < 25$	$22 < 25$	$21 < 25$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

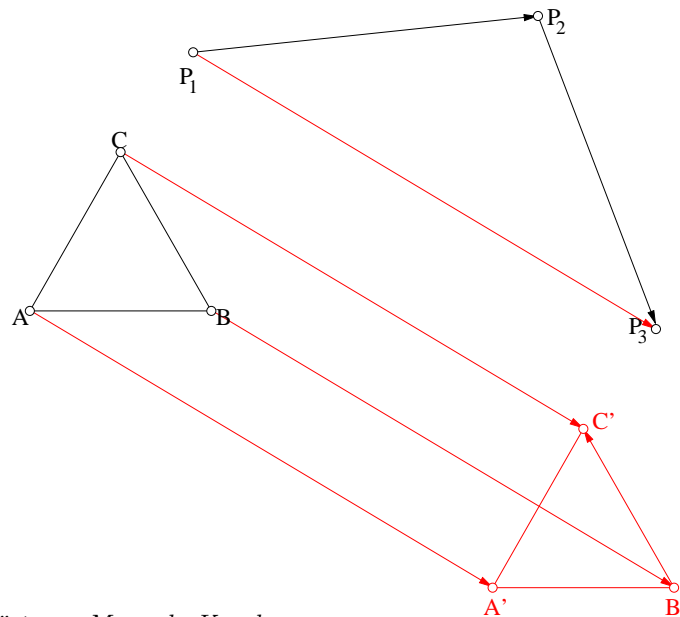


10. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 100521:

Beide Verschiebungen können zu einer Verschiebung zusammengefaßt werden, indem der Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_3}$ gebildet wird. Zu diesem Verschiebungspfeil werden die Parallelen durch die Punkte A, B und C konstruiert. Der Abstand $\overline{P_1P_3}$ wird in den Zirkel genommen und auf die Parallelen zu dem Verschiebungspfeil in den jeweiligen Punkten abgetragen.



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 100522:

Das Zeichen % muß Null sein, da sonst die 1. Spalte keine wahre Aussage ergeben würde.

Das Zeichen § muß den Wert 5 haben, da sonst die 2. Spalte keine wahre Aussage ergeben würde.

Damit ergibt sich für # eine 2.

Das Zeichen @ wird damit durch die dritte Zeile zu 7.

Damit sind alle Zeichen aufgelöst:

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

$$\begin{array}{r}
 27 + 8 = 35 \\
 - \quad - \quad - \\
 10 + 5 = 15 \\
 \hline
 17 + 3 = 20
 \end{array}$$



Lösung 100523:

2,6 ha mit durchschnittlich 150 Bäumen je Hektar ergeben $2,6 \cdot 150 = 390$ Bäume.

Wenn durchschnittlich 50 kg Äpfel pro Baum geerntet wurden, so sind dies bei 390 Bäumen in Summe 19 500 kg Äpfel. Das sind umgerechnet 19,5 t Äpfel.

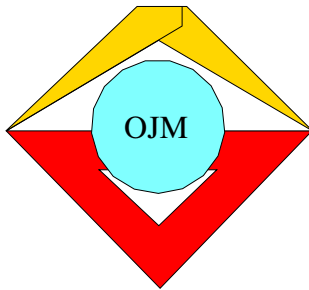
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 100524:

Begonnen wird mit dem 2. Teil der Aufgabe. Wenn bei einer Einzahlung von 1,50 Mark je Schüler genauso viel übrig bleibt wie fehlt bei einer Einzahlung von 10 Pf weniger je Teilnehmer, dann wäre die exakte Summe herausgekommen bei dem Durchschnittswert dieser beiden Einzahlungsbeträge. Das heißt, daß bei einem Betrag von 1,45 Mark je Teilnehmer die exakte Summe des Fahrscheines bezahlt worden wäre.

Im angegebenen Fall hatte folglich jeder Teilnehmer 5 Pf zu viel bezahlt, und es bleiben 110 Pf übrig. Dies bedeutet, daß $110 : 5 = 22$ Teilnehmer an der Exkursion beteiligt waren.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



11. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 110511:

Die Strecke der restlichen 8 Teilstrecken beträgt $1780 - 220 \text{ km} = 1560 \text{ km}$. Diese Strecke ist durch 8 zu teilen, um auf die Länge eines Teilstückes zu kommen: $1560 : 8 = 195$. Damit beträgt die Länge eines Teilstückes 195 km.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 110512:

Damit die letzte Ziffer der Additionsaufgabe Null ist wie bei 1000, muß die 8 in 5 Summanden an letzter Stelle stehen. Die nächstgrößere Anzahl Summanden ist 10, was zur Folge hätte, daß es sich um mindestens 10 vorkommende Ziffern 8 in der Aufgabe handeln würde, was der Aufgabenstellung widerspricht. Folglich hat die Aufgabe, sofern eine solche Additionsaufgabe existiert, genau 5 Summanden.

Da in jedem Summanden die letzte Ziffer 8 vorkommen muß, bleiben 3 Ziffern 8 übrig, die eine größere als die letzte Ziffer in einem Summanden darstellen. Gäbe es folglich 3 zweistellige Summanden, wäre das Ergebnis viel zu klein: $88 + 88 + 88 + 8 + 8 = 280 < 1000$.

Folglich muß mindestens ein Summand mindestens dreistellig sein. Zwei dreistellige Summanden sind allerdings nicht möglich, da man sonst bei 5 Summanden nicht mehr mit genau 8 Ziffern auskommt. Also muß in diesem Fall exakt ein Summand dreistellig sein: $888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$. Dies ist eine Lösung der Aufgabenstellung.

Wäre ein Summand sogar vierstellig, so wäre das Ergebnis der Summation allerdings zu groß: $8888 + 8 + 8 + 8 + 8 = 8920$.

Damit ist die von Rolf gestellte Aufgabe einzig durch folgende Gleichung zu erfüllen:

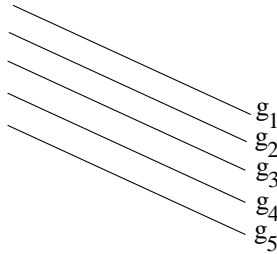
$$888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

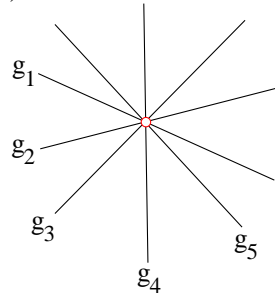


Lösung 110513:

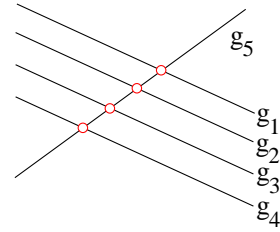
a) $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3 \parallel g_4 \parallel g_5$



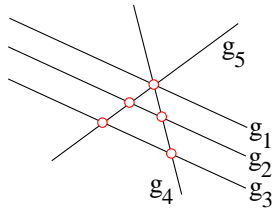
b)



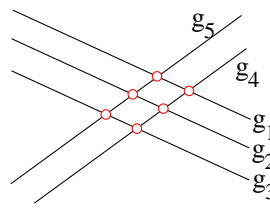
c) $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3 \parallel g_4$



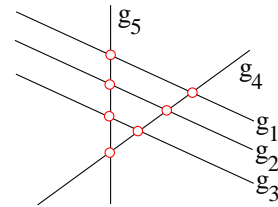
d) $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$



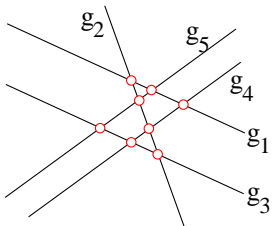
e) $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$ und $g_4 \parallel g_5$



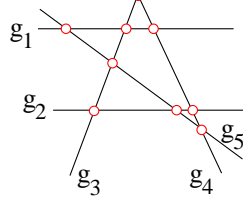
f) $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$



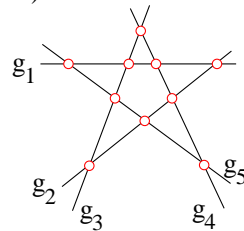
g) $g_1 \parallel g_3$ und $g_4 \parallel g_5$



h) $g_1 \parallel g_2$



i)

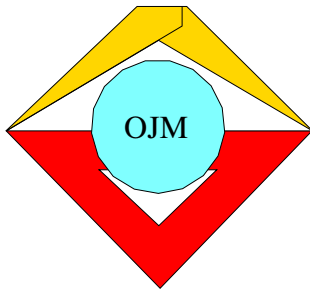


Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 110514:

Annerose kann bspw. das Wissen benutzen, daß $4 \cdot 25 = 100$ ist. Da 12 durch 4 teilbar ist (Ergebnis 3), kann sie rechnen: $21 \cdot 3 = 63$. An das Ergebnis werden 2 Nullen angehängt (entspricht der Multiplikation mit 100), und sie erhält als Ergebnis im Kopf: 6 300.

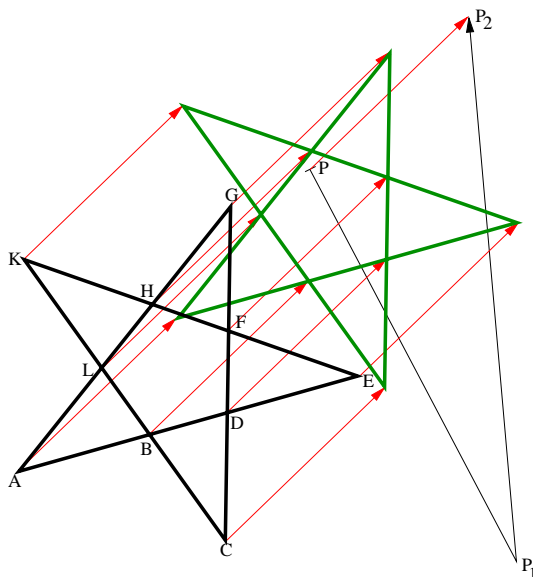
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



11. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 110521:



Die beiden Verschiebungen können auch zu einer zusammengefaßt werden, wenn die neue Verschiebung von P nach P_2 genutzt wird. Dabei werden durch jeden Punkt Parallelen zum Verschiebungspfeil $\overrightarrow{PP_2}$ eingezeichnet und mit entsprechender Länge abgetragen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 110522:

Da es hierbei nur um den Nachweis der Existenz dieser 3 Möglichkeiten geht, muß nicht nachgewiesen werden, daß es keine weiteren Lösungen geben kann. Die 3 Möglichkeiten werden nun systematisch gesucht:

Zunächst werden alle Zweimarkstücke zusammengezählt, und es wird ermittelt, wieviel Geld dann für den Betrag von 21 Mark fehlen: $8 \cdot 2 = 16 \Rightarrow 21 - 16 = 5$. Daraus folgt, daß Bernd mit 8 Zweimarkstücken und einem Fünfmarmstück den exakten Betrag an Monika abrechnen kann.

Ändert man die Anzahl der Zweimarkstücke, muß man einen solchen Betrag ändern, der durch Fünfmarmstücke ersetzt werden kann, denn sonst würde Bernd keinen passenden Betrag abgeben. Monika hingegen könnte nur Zweimarkstücke zurückgeben, was der Aufgabenstellung widerspricht. Ein Betrag, den man aus Zweimarkstücken addiert, der gleichzeitig durch 5 teilbar ist, ist im kleinsten Fall 10. Nun werden also statt 8 Zweimarkstücken nur $8 - 5 = 3$ Zweimarkstücke und entsprechend 3 Fünfmarmstücke abgegeben, was wiederum $(3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 6 + 15 = 21)$ exakt 21 Mark ergibt.

Man kann nun nicht mehr weitere 5 Zweimarkstücke weglassen. Also muß als letzte Möglichkeit der Fall untersucht werden, kein Zweimarkstück zu übergeben. Mit weniger als 5 Fünfmarmstücken ist der zu zahlende



Betrag noch nicht erreicht. Bei 5 Fünfmärkstücken würde Bernd 25 Mark abgeben und mit $2 \cdot 2$ Mark den korrekten Betrag zurückerhalten. Dies wäre also die dritte Möglichkeit.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 110523:

1969 nahm ein Drittel der Teilnehmer von 1970 teil, das sind $216 : 3 = 72$ Schüler.

1968 nahm die Hälfte der Teilnehmer von 1969 teil, das sind $72 : 2 = 36$ Schüler.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 110524:

Die Zehnerziffer der Zahl sei a , die Einerziffer b . Dann lassen sich die Bedingungen wie folgt umschreiben:

(a) $b \neq 0$

(b) $a - b = 4$

(c) $z = 10a + b > 3 \cdot (10b + a) = z_1$

Gleichung (b) wird nun in (c) eingesetzt:

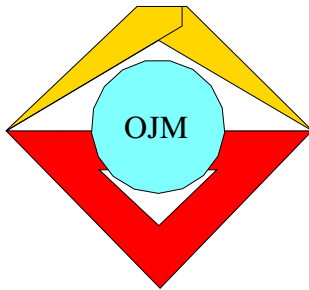
$$10 \cdot (b + 4) + b > 3 \cdot (10b + b + 4)$$

$$11b + 40 > 33b + 12$$

$$22b < 28$$

Da $0 < b \leq 9$ muß $b = 1$ gelten. Damit würde sich $a = 5$ und damit $z = 51$ ergeben. Mit $z_1 = 15$ ist die Aussage (c) erfüllt; (a) und (b) sind ebenfalls wahre Aussagen. Damit ergibt sich als einzige Lösung $z = 51$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



12. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 5

Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 120511:

Nach 12 Stunden hat die Schnecke 5 m Mauerhöhe erreicht. Nach 24 Stunden ist sie nur noch bei 1 m Mauerhöhe.

Nach weiteren 12 Stunden sind 36 Stunden vergangen. Die Schnecke ist an diesem Tag an ihrem höchsten Punkt - bei einer Mauerhöhe von 6 m.

24 Stunden später (nach 60 Stunden) ist sie bei 7 m.

24 Stunden später (nach 84 Stunden) ist sie bei 8 m.

24 Stunden später (nach 108 Stunden) ist sie bei 9 m.

24 Stunden später (nach 132 Stunden) ist sie bei 10 m.

Die Schnecke hat also nach 132 Stunden erstmals die gesamte Mauerhöhe erreicht.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 120512:

Aus (2) und (4) folgt, daß Gerd nicht in Leipzig wohnt.

Aus (2) und (5) folgt, daß Jochen nicht in Leipzig wohnt. Folglich wohnt Heinz in Leipzig. Also spielen nach (4) Gerd und Heinz Fußball.

Aus (5) und (6) folgt, daß Jochen kein Tischtennispieler ist und folglich, daß Heinz und Gerd Tischtennis spielen. Damit kann die Frage nach den Sportarten schon beantwortet werden: Heinz und Gerd spielen sowohl Fußball als auch Tischtennis; Jochen ist der Handballspieler.

Damit und nach (3) muß Gerd der Berliner sein. Demzufolge wohnt Jochen in Rostock, und wie bereits bekannt, wohnt Heinz in Leipzig.

Nach (5) ist Jochen älter als der Leipziger (Heinz), während nach (6) der Handballer (Jochen) nicht der Älteste ist. Damit ergibt sich die Reihenfolge Gerd - Jochen - Heinz, d.h. Gerd ist der Älteste und Heinz der Jüngste.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 120513:

Wenn der erste LKW 20 Fahrten zu je 4 t durchführte, so hat er insgesamt 80 t Kartoffeln transportiert. Für den 2. LKW blieben damit $170 \text{ t} - 80 \text{ t} = 90 \text{ t}$. Da der 2. LKW pro Fahrt 5 t transportieren konnte, ergeben sich $90 : 5 = 18$ Fahrten.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 120514:

Zunächst werden alle Aussagen so geschrieben, daß dasselbe Relationszeichen vorkommt:

(1) $z > x$

(2) $w > z$

(3) $w > x$

(4) $y > x$

(5) $y > w$

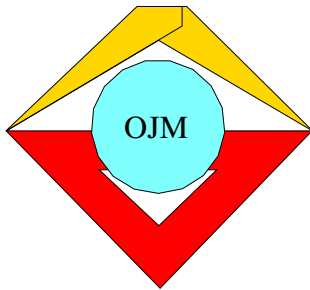
(6) $y > z$

Faßt man nun die 5., 2. und 1. Ungleichung in dieser Reihenfolge zusammen, dann erhält man die Beziehung:

$$y > w > z > x.$$

Alle weiteren Aussage sind durch diese "fortlaufende Ungleichung" ebenfalls erfüllt.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 120521:

Die letzte Ziffer des 1. Faktors muß 5 sein, da (siehe Zeile * * * 5) es keine andere einstellige Zahl gibt, die mit 3 multipliziert als Ergebnis eine Zahl mit letzter Ziffer 5 liefert.

Die letzte Ziffer des 2. Faktors muß 1 oder 2 sein, da diese Zahl mit dem 1. Faktor multipliziert eine ebenfalls dreistellige Zahl mit beginnender Ziffer 8 (Zeile 8 * *) ergibt. Ein Übertrag 4 in einem Zwischenschritt kann so nicht erreicht werden, also muß die letzte Ziffer des 2. Faktors 2 sein.

In der Aufgabe $4 * 5 \cdot 2 = 8 * 5$ muß das * im Ergebnis eine ungerade Zahl sein. Bezieht man die Ziffer 3 an der entsprechenden Stelle im Endergebnis ein und betrachtet, wie man darauf kommt, so muß in der Aufgabe $4 * 5 \cdot * = 3 * **$ die letzte Ergebnisziffer gerade sein. Folglich ist der 2. Faktor gerade. Aufgrund der Größe dieses Teilergebnisses kommt als 2. Faktor daher nur die Zahl 8 infrage. Was dazu führt, daß nun der 2. Faktor der ursprünglichen Aufgabe mit 382 bekannt ist.

In der 3. Teilaufgabe muß sich also das Sternchen als 3 ergeben, da in der 2. Teilaufgabe die letzte Ziffer Null ist. Folglich ist in der 3. Teilaufgabe: $4 * 5 \cdot 2 = 830$ das Sternchen durch 1 zu ersetzen. Damit ist der 1. Faktor der ursprünglichen Aufgabe gegeben, alle weiteren unbekanntes Ziffern ergeben sich zwangsläufig: (rechts)

$$\begin{array}{r}
 415 \cdot 382 \\
 \hline
 1245 \\
 3320 \\
 \hline
 830 \\
 \hline
 158530
 \end{array}$$

Anmerkung: Die Begründung des Lösungsweges war in der Aufgabenstellung nicht gefordert.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 120522:

Angenommen, es hat an dem Sportfest eine gerade Anzahl Jungen teilgenommen, dann waren es auch eine gerade Anzahl Mädchen, da eine gerade Zahl plus 24 eine gerade Zahl ergibt. Die Summe der Zahlen Jungs und Mädchen ist folglich auch gerade, da die Summe zweier gerader Zahlen wieder eine gerade Zahl ergibt.

Angenommen, es hat an dem Sportfest eine ungerade Anzahl Jungen teilgenommen, dann waren es auch eine ungerade Anzahl Mädchen, da eine ungerade Zahl plus 24 eine ungerade Zahl ergibt. Die Summe der Zahlen Jungs und Mädchen ist folglich gerade, da die Summe zweier ungerader Zahlen eine gerade Zahl ergibt.

Mehr als diese beiden Fälle können nicht auftreten. In beiden Fällen ergibt sich, daß die Teilnehmerzahl am Sportfest eine gerade Zahl sein muß. 325 hingegen ist ungerade und kann damit nicht richtig sein. Gerald's Behauptung ist also falsch.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



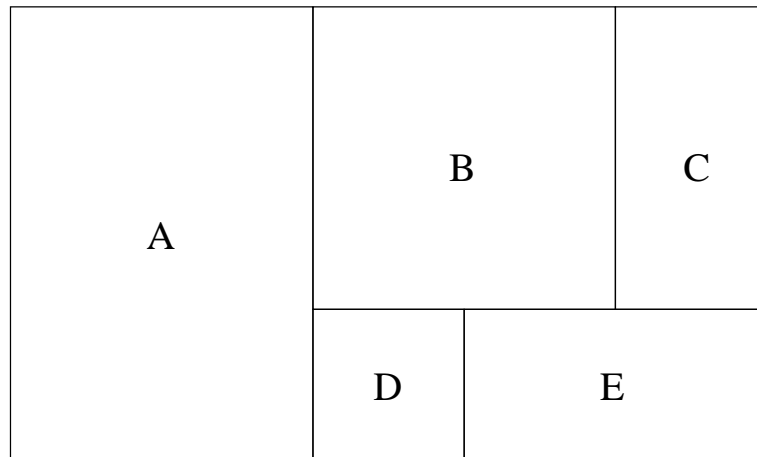
Lösung 120523:

Im ungünstigsten Fall entnimmt Ulrike zunächst 2 grüne, 8 rote, 8 blaue, 8 schwarze, 8 weiße Kugeln. Erst die nächste Kugel ist zu einer Farbe die 9. gleichfarbige Kugel. Ulrike muß also $2 + 8 + 8 + 8 + 8 + 1 = 35$ Kugeln auswählen, um mindestens 9 gleichfarbige Kugeln gewählt zu haben.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 120524:

- a) Bei diesem Maßstab muß 1 m in der Wirklichkeit 1 cm auf der Zeichnung entsprechen.



- b) Die Grundfläche der einzelnen Räume betragen:

Raum A: $4 \text{ m} \cdot (4 + 2) \text{ m} = 24 \text{ m}^2$

Raum B: $4 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 16 \text{ m}^2$

Raum C: $2 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 8 \text{ m}^2$

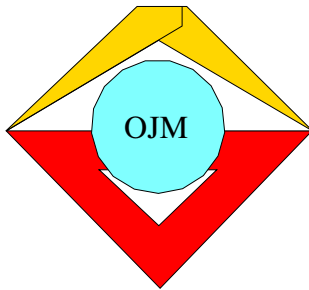
Raum D: $2 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} = 4 \text{ m}^2$

Raum E: $2 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 8 \text{ m}^2$

Damit beträgt die zu streichende Fläche $24 \text{ m}^2 + 16 \text{ m}^2 = 40 \text{ m}^2$.

Die neu mit dem Fußbodenbelag auszulegende Fläche beträgt $8 \text{ m}^2 + 4 \text{ m}^2 + 8 \text{ m}^2 = 20 \text{ m}^2$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

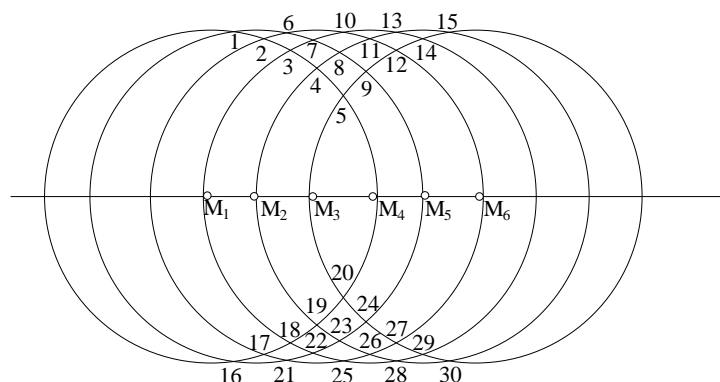


13. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 130511:

- a) Die maximale Anzahl an Schnittpunkten entsteht, wenn jeder Kreis jeden der fünf anderen maximal oft schneidet. Da die Kreise nicht aufeinander liegen sollen, sind das jeweils zwei Schnittpunkte. Das ergibt dann insgesamt $2 \cdot (5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 2 \cdot 15 = 30$ Schnittpunkte:
1. Kreis mit dem 2.-6. Kreis: $2 \cdot 5 = 10$ Schnittpunkte: 1-5 und 16-20
 2. Kreis mit dem 3.-6. Kreis: $2 \cdot 4 = 8$ zusätzliche Schnittpunkte: 6-9 und 21-24
 3. Kreis mit dem 4.-6. Kreis: $2 \cdot 3 = 6$ zusätzliche Schnittpunkte: 10-12 und 25-27
 4. Kreis mit dem 5.-6. Kreis: $2 \cdot 2 = 4$ zusätzliche Schnittpunkte: 13, 14, 28 und 29
 5. Kreis mit dem 6. Kreis: 2 zusätzliche Schnittpunkte: 15 und 30
- b) Zwei Kreise mit gleichem Radius haben genau dann zwei Schnittpunkte, wenn der Abstand ihrer Mittelpunkte größer als 0 und kleiner als ihr Durchmesser ist. Liegen alle Kreismittelpunkte M_1 bis M_6 von Kreisen mit dem Radius 3cm mit den Abständen $0 < |M_i M_{i+1}| < 1,2$ cm auf einer Geraden, dann ergibt sich das geforderte Beispiel, denn $|M_1 M_6|$ ist kleiner als der Kreisdurchmesser 6 cm und alle anderen Abstände sind kleiner als $|M_1 M_6|$: $|M_i M_j| \leq |M_1 M_6| < 5 \cdot 1,2$ cm = 6 cm, $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $j \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$



Aufgeschrieben und gelöst von Arndt Brünner

Lösung 130512:

- a) Das Volumen des großen Würfels beträgt $4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^3$. Hingegen beträgt das Volumen eines kleinen Würfels $1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 1 \text{ cm}^3$. Da die Kantenlänge so geartet ist, daß die kleinen Würfel ohne Reste in den großen Würfel hineinpassen, ergeben sich $64 \text{ cm}^3 : 1 \text{ cm}^3 = 64$ kleine Würfel.



- b) Einen Schnitt führt man zunächst parallel zu einer Seite aus, so daß ein Quader der Kantenlängen $1\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 4\text{ cm}$ entsteht. Dieserart kann man 4 Quader erzeugen - durch 3 Schnitte. Jeder solche Quader kann weiterhin zerlegt werden durch weitere drei Schnitte in kleinere Quader der Kantenlänge $1\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 4\text{ cm}$. Bei 4 großen Quadern macht das also $4 \cdot 3 = 12$ Schnitte. Es entstehen dabei insgesamt 16 kleine Quader. Aus jedem dieser kleinen Quader kann man 4 Würfel der gesuchten Größe erzeugen, indem man den kleinen Quader 3 mal schneidet. Das macht weitere $16 \cdot 3 = 48$ Schnitte.

In Summe benötigt man also $3 + 12 + 48 = 63$ Schnitte.

Aufgeschrieben und gelöst von Philipp

Lösung 130513:

Die Summe der Zahlen 38 947 und 12 711 beträgt 51 658. Das Dreifache ist also 154 974.

Die Differenz von 9 127 und 8 004 ist 1 123, und davon das Sechsfache: 6 738.

Teilt man diese beiden Ergebnisse, so erhält man $154\,974 : 6\,738 = 23$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 130514:

Dolmetscherbüro (d) \Rightarrow 7 (1)

Länderzirkel (l) \Rightarrow 6 (2)

Korrespondenten (k) \Rightarrow 5 (3)

$d+l \Rightarrow$ 4 (4)

$d+k \Rightarrow$ 3 (5)

$l+k \Rightarrow$ 2 (6)

$d+k+l \Rightarrow$ 1 (7)

Am einfachsten könnte man die Verteilung in einer Zeichnung sehen.

In d und l ohne k sind entsprechend (4)-(7): $4 - 1 = 3$ Schüler, (8)

in l und k ohne d sind entsprechend (6)-(7): $2 - 1 = 1$ Schüler, (9)

in k und d ohne l sind entsprechend (5)-(7): $3 - 1 = 2$ Schüler. (10)

In d ohne k und l sind entsprechend (1)-(8)-(10)-(7): $7 - 3 - 2 - 1 = 1$ Schüler. (11)

In l ohne k und d sind entsprechend (2)-(8)-(9)-(7): $6 - 3 - 1 - 1 = 1$ Schüler. (12)

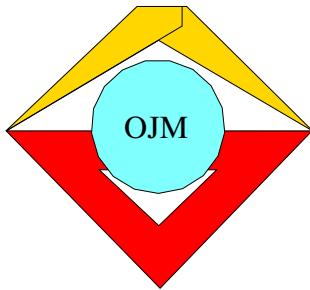
In k ohne l und d sind entsprechend (3)-(10)-(9)-(7): $5 - 2 - 1 - 1 = 1$ Schüler. (13)

Werden nun alle Teile zusammengefaßt, so erhält man:

$(11)+(12)+(13)+(8)+(9)+(10)+(7) \Rightarrow 1+1+1+3+1+2+1 = 10$.

10 Schüler der Klasse arbeiten folglich im Klub der internationalen Freundschaft mit.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



13. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 130521:

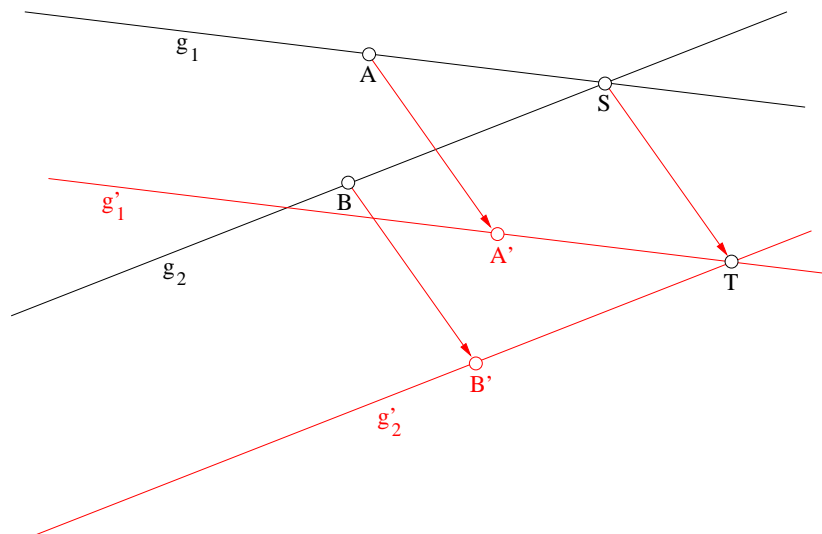
Die Anzahl der Fische wird wie folgt bezeichnet: h Hechte, b Barsche, $p = 125$ Plätzen.

Da es $\frac{1}{5}$ so viele Hechte wie Plätzen gibt, gilt $h = \frac{125}{5} = 25$. Zu den Barschen ist bekannt, daß es doppelt so viele wie Hechte waren, also $b = 2h = 2 \cdot 25 = 50$.

Insgesamt wurden an dem Tag also $h + b + p = 25 + 50 + 125 = 200$ Fische gefangen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 130522:



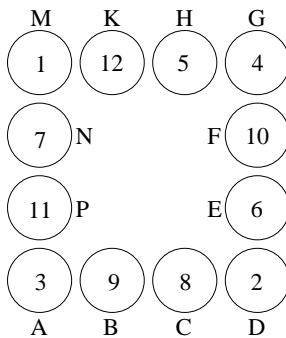
Eine Gerade ist durch 2 Punkte auf ihr eindeutig gekennzeichnet. Wenn nun also pro Gerade 2 Punkte vorhanden sind, können diese beiden Punkte entsprechend Verschiebungsvorschrift verschoben und anschließend die Gerade durch diese beiden Punkte konstruiert werden.

Als Punkte werden beliebige Punkte A und B auf g_1 und g_2 gewählt. Ihre Bildpunkte nach der Verschiebung sind A' und B' . Aus dem Punkt S , der auf beiden Geraden liegt, entsteht nach der Verschiebung der Bildpunkt T . Entsprechend ergibt sich die Gerade g'_1 aus A' und T sowie g'_2 aus B' und T .

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 130523:



- a) Eine Möglichkeit ist die nebenstehend angegebene Lösung.
 b) In den Feldern A , D , G und M an den Ecken sind die Zahlen 1, 2, 3 und 4 enthalten.

Zur Begründung: Die Summe aller Zahlen in den Feldern sei mit s benannt, dann gilt:

$$\begin{aligned}
 2s &= 2 \cdot (A + B + C + D + E + F + G + H + K + M + N + P) \\
 2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12) &= (A + B + C + D) + E + F + (G + H + K + M) + N + P \\
 &\quad + B + C + (D + E + F + G) + H + K + (M + N + P + A) \\
 2 \cdot 78 &= 22 + E + F + 22 + B + C + 22 + H + K + 22 \\
 156 &= 88 + (B + C + E + F + H + K + N + P) \\
 68 &= s - (A + D + G + M) \\
 A + D + G + M &= 78 - 68 \\
 A + D + G + M &= 10
 \end{aligned}$$

Wenn die kleinsten möglichen Werte für A , D , G und M eingesetzt werden, erhält man $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. Damit ist bewiesen, daß die Ecken immer diese Werte haben müssen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 130524:

Jede Schicht besteht aus Dreiecken aus den Büchsen. Dabei enthält die 1. Schicht exakt eine Büchse.

Die zweite Schicht besteht aus 3 Büchsen, die als drei Ecken eines Dreiecks angesehen werden könnten (in der 1. Reihe aus 2 und in der 2. Reihe aus einer Büchse bestehend).

Die dritte Schicht besteht in der 1. Reihe aus 3, in der 2. Reihe aus 2 und in der dritten Reihe aus einer Büchse, zusammen 6 Büchsen.

In der 4. Schicht kommen 4 Büchsen hinzu (insgesamt 10 Büchsen),

in der 5. Schicht 5 Büchsen (insgesamt $10 + 5 = 15$),

in der 6. Schicht 6 Büchsen (insgesamt $15 + 6 = 21$),

in der 7. Schicht 7 Büchsen (insgesamt $21 + 7 = 28$),

in der 8. Schicht 8 Büchsen (insgesamt $28 + 8 = 36$),

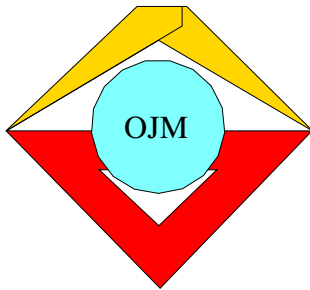
in der 9. Schicht 9 Büchsen (insgesamt $36 + 9 = 45$).

Damit ergibt sich insgesamt:

$$1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 + 45 = 165$$

Im Warenhaus werden zum Aufstellen der 9-schichtigen Pyramide 165 Büchsen benötigt.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



14. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 140511:

Die Bedingungen (1) bis (5) lassen sich in Gleichungen aufschreiben:

$$2a = b \quad (1)$$

$$b = c + d \quad (2)$$

$$c = d - e \quad (3)$$

$$d = 3e \quad (4)$$

$$e = \frac{56}{4} \quad (5)$$

Aus (5) folgt: $e = 14$ und damit in (4) unmittelbar $d = 42$. Daraus ergibt sich mit (3): $c = 28$ und in (2) $b = 70$. Schließlich kann man nun mit (1) a ausrechnen: $a = 35$.

Die Lösungsmenge heißt dann: $L = \{35, 70, 28, 42, 14\}$.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140512:

Die Grundfläche errechnet sich aus $A_G = a \cdot b$, wobei A_G und a gegeben sind. Es gilt dann:

$$b = \frac{A_G}{a} = \frac{12\,600 \text{ cm}^2}{1,50 \text{ m}} = \frac{12\,600 \text{ cm}^2}{150 \text{ cm}} = 84 \text{ cm}$$

Das Volumen ergibt sich zu: $V = A_G \cdot c$, wodurch sich c errechnen läßt:

$$c = \frac{V}{A_G} = \frac{1\,323 \text{ dm}^3}{12\,600 \text{ cm}^2} = \frac{1\,323\,000 \text{ cm}^3}{12\,600 \text{ cm}^2} = 105 \text{ cm}$$

Probe:

$$A_G = a \cdot b = 1,50 \text{ m} \cdot 84 \text{ cm} = 150 \text{ cm} \cdot 84 \text{ cm} = 12\,600 \text{ cm}^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 150 \text{ cm} \cdot 84 \text{ cm} \cdot 105 \text{ cm} = 1\,323\,000 \text{ cm}^3 = 1\,323 \text{ dm}^3$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 140513:

Die Punktzahlen der Schüler werden durch den 1. Buchstaben des jeweiligen Vornamens angegeben.

Die Aussagen kann man dann wie folgt zusammenfassen:

$$b > e \quad (1)$$

$$e > l > d \quad (2)$$

$$d > n \quad (3)$$

$$m > b \quad (4)$$

Aus (1) und (4) ergibt sich: $m > b > e$ sowie aus (2) und (3): $e > l > d > n$. Faßt man diese beiden Gleichungen zusammen, erhält man schließlich die gesuchte Reihenfolge: $m > b > e > l > d > n$. Das heißt, die Reihenfolge war: Manja, Bernd, Erich, Lutz, Dora, Nina.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140514:

Es gab insgesamt $24 \cdot 3 = 72$ Partien.

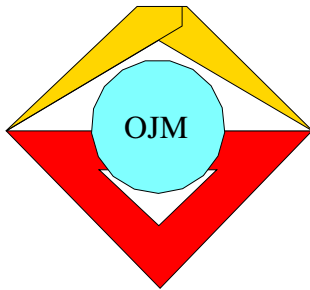
Wenn Jeder gegen Jeden 2 Partien spielt, gibt es $n \cdot (n - 1)$ Partien bei n Teilnehmern.

Damit kommt man zu der Gleichung $n \cdot (n - 1) = 72$, die im Bereich der natürlichen Zahlen (da es ja nur eine natürliche Zahl von Teilnehmern geben kann) nur durch $n = 9$ erfüllt wird. Auf diese Lösung kommt man entweder durch systematisches Probieren oder die Lösungsformel für quadratische Gleichungen:

$$n^2 - n - 72 = 0 \Leftrightarrow n_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 72} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{1 \pm 17}{2}$$
$$n_1 = 9, \quad n_2 = -8$$

Die Probe bestätigt die gefundene Lösung.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



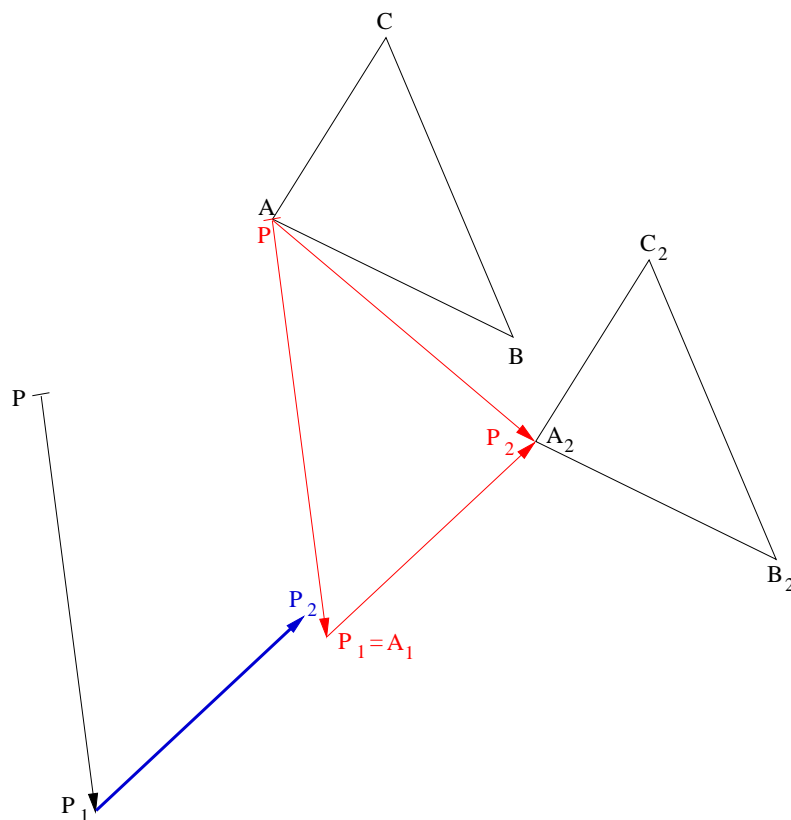
14. Mathematik-Olympiade
 2. Stufe (Kreisolympiade)
 Klasse 5
 Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 140521:

Wenn A_1 aus A nach Verschiebung gemäß $\overrightarrow{PP_1}$ und anschließend A_2 aus A_1 nach Verschiebung gemäß $\overrightarrow{P_1P_2}$ entsteht, so kann man A_2 auch direkt aus A gemäß einer Verschiebung $\overrightarrow{PP_2}$ erhalten.

Wenn nun der Verschiebungspfeil in A angetragen wird, so daß P auf A zu liegen kommt, dann entspricht der Punkt P_1 dem Bildpunkt A_1 . Die Verschiebung, die nun nötig ist, um A_1 nach A_2 zu verschieben, ist der gesuchte Verschiebungspfeil $\overrightarrow{P_1P_2}$, der als Kopie der Strecke $\overline{A_1A_2}$ am originalen Punkt P_1 angetragen wird.



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 140522:

Wenn eine Seltersflasche s Pfennige und eine Flasche Brause b Pfennige kostet, haben Anita und Peter genau $7 \cdot s$ Pfennige bei sich. Da jede Brause 15 Pfennige mehr als eine Flasche Selterswasser kostete, kann man auch schreiben: $b = s + 15$. Das Geld hat für genau 4 Flaschen Brause gereicht. Folglich gilt außerdem: $7s = 4b$.

Setzt man die beiden letzten Gleichungen ineinander ein, erhält man $7s = 4 \cdot (s + 15) = 4s + 60$. Damit ergibt sich $3s = 60$ und folglich, daß jede Flasche Selterswasser 20 Pfennige gekostet hat. Damit erhält man den Preis jeder Brauseflasche mit $20 + 15 = 35$ Pfennigen. Die Kinder haben also für 4 Flaschen Brause $4 \cdot 35 = 140$ Pfennige bezahlt. Diese Summe reicht auch für genau 7 Seltersflaschen: $7 \cdot 20 = 140$ Pfennige.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140523:

Die Gesamtstrecke werde mit x bezeichnet. Uwe verschlief also eine Strecke von $y = \frac{x}{2} - 25$ Kilometern. Da diese 25 km bis zum Ziel eine Strecke war, die halb so groß wie y war, gilt:

$$\begin{aligned}y &= 2 \cdot 25 \\ \frac{x}{2} - 25 &= 50 \\ x - 50 &= 100 \\ x &= 150.\end{aligned}$$

Der Weg mit dem Zug ins Ferienlager war also für Uwe 150 km lang.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 140524:

Es nahmen m Mädchen und j Jungen an dem Turnier teil, wobei $j > m$ galt. Insgesamt wurden $6 \cdot 14 = 84$ Spiele ausgetragen. Wenn jedes Mädchen gegen jedes andere Mädchen genau 2 Spiele austrug (analoges für die Jungen), fanden $m \cdot (m - 1)$ Spiele der Mädchen und $j \cdot (j - 1)$ Spiele der Jungen statt. Es gilt also:

$$m \cdot (m - 1) + j \cdot (j - 1) = 84.$$

Es kann nur folgende Spielanzahlen der Mädchen bzw. Jungen untereinander gegeben haben:

$$\begin{aligned}1 \cdot 2 &= 2, \\ 2 \cdot 3 &= 6, \\ 3 \cdot 4 &= 12, \\ 4 \cdot 5 &= 20, \\ 5 \cdot 6 &= 30, \\ 6 \cdot 7 &= 42, \\ 7 \cdot 8 &= 56, \\ 8 \cdot 9 &= 72.\end{aligned}$$

Der nächstgrößere Fall übersteigt die Gesamtzahl aller Spiele. Eine Summe aus 2 dieser Werte muß die Gesamtzahl der Spiele ergeben.

Wie man leicht nachprüfen kann, ergeben nur die Paare (12, 72), (42, 42), (72, 12) aufsummiert jeweils 84. Dies entspricht den Fällen:

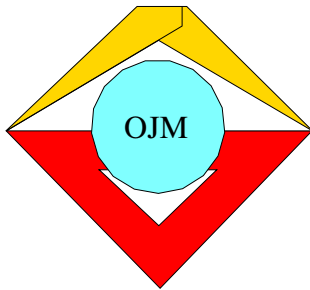
- 1) 4 Mädchen, 9 Jungen,
- 2) 7 Mädchen, 7 Jungen,



3) 9 Mädchen, 4 Jungen,

Da aber mehr Jungen als Mädchen an dem Turnier teilgenommen haben, müssen dies als einzige Lösung 4 Mädchen und 9 Jungen gewesen sein.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



15. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 150511:

Der fiktive Güterzug besteht aus Güterwagen zu je 25 t Tragfähigkeit. Damit muß er aus $10\,800\,000\text{ t} : 25\text{ t} = 432\,000$ Güterwagen bestehen. Wenn jeder Waggon 12 m lang ist, sind dies $432\,000 \cdot 12\text{ m} = 5\,184\,000\text{ m} = 5\,184\text{ km}$.

Täglich hätten $10\,800\,000\text{ t} : 360 = 30\,000\text{ t}$ transportiert werden müssen. Pro Zug mit 60 Güterwagen zu je 25 t Tragfähigkeit können $60 \cdot 25\text{ t} = 1500\text{ t}$ transportiert werden. Folglich müßten täglich 20 solcher Züge fahren, um die Leistung der Handelsschiffe zu erbringen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 150512:

- a) $u = \{4, 6, 8\}$
- b) $8 < 3p < 19 \Rightarrow p = \{4, 6\}$
- c) $26 > 3g \geq 6 \Rightarrow g = \{2, 4, 6, 8\}$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 150513:

$$\begin{aligned} s &= 800\text{ m} + 4\,000\text{ m} + 14\,000\text{ m} + 800\text{ m} + 4\,000\text{ m} + 14\,000\text{ m} - 2\,500\text{ m} \\ &= 2 \cdot (800\text{ m} + 4\,000\text{ m} + 14\,000\text{ m}) - 2\,500\text{ m} \\ &= 35\,100\text{ m} \end{aligned}$$

Das sind 35 km und 100 m.

Aufgeschrieben und gelöst von Heike Winkelvoß

Lösung 150514:

Die teilnehmenden 81 Personen setzen sich zusammen aus f Frauen, m Männern, k Kindern und j Jugendlichen.

Es gilt mit dieser Schreibweise:

- (1) $f + m + k + j = 81$
- (2) $m = 2f$
- (3) $m + f = 2 \cdot (k + j)$



$$(4) \quad j = 2k$$

Setzt man (4) und (2) jeweils in (1) und (3) ein und setzt diese beiden entstehenden Gleichungen schließlich auch noch ineinander ein, so erhält man:

$$f + 2f + k + 2k = 81 \Leftrightarrow 3f + 3k = 81 \Leftrightarrow f + k = 27$$

$$2f + f = 2 \cdot (k + 2k) \Leftrightarrow 3f = 6k \Leftrightarrow f = 2k$$

$$2k + k = 27$$

$$k = 9$$

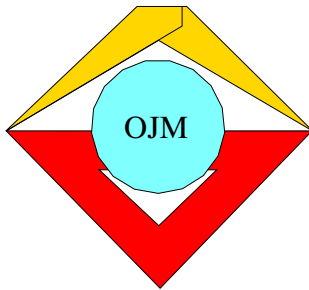
$$f = 18$$

$$j = 18$$

$$m = 36.$$

An dem Waldlauf nahmen 9 Kinder, 18 Jugendliche, 18 Frauen und 36 Männer teil. Dies waren gemäß Aufgabenstellung 81 Teilnehmer.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 150521:

Gesucht ist die Lösung x der folgenden Verhältnisgleichung:

$$\begin{aligned}\frac{x}{135\,000\text{ m}^2} &= \frac{1\,000}{4\,500} \\ x &= \frac{135\,000\text{ m}^2}{4,5} \\ x &= 30\,000\text{ m}^2\end{aligned}$$

Es werden für 1 000 Neubauwohnungen also 30 000 m² Flachglas benötigt.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 150522:

Aus (3) folgt $u = 40$. Mit (2) ergibt sich dann $z = 160$. Die Aussage (4) ist ebenfalls von anderen Variablen unabhängig und wird von $v = 120$ gelöst. Damit kann nun y in (5) ermittelt werden: $y = 280$. Schließlich ergibt sich mit (1) $x = 7$.

Setzt man alle erhaltenen Werte in die Aussagen ein, ergeben sich jeweils wahre Aussagen. Damit lautet die Lösungsmenge:

$$(x, y, z, u, v) = (7, 280, 160, 40, 120)$$

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 150523:

Faßt man die Aussagen (1), (2) und (3) zusammen, entsteht:

- (5) Genau $13 - 6 = 7$ Schüler waren an der Ostsee aber noch nicht im Harz.
- (6) Genau $15 - 6 = 9$ Pioniere waren im Harz aber noch nicht an der Ostsee.

Bezogen auf die genannten Zahlen in den Aussagen (3), (4), (5) und (6) gibt es nun keine Überschneidungen mehr, d.h. jeder Schüler findet sich in genau einer Aussage wieder. Das bedeutet, daß die Summe dieser Zahlen die Gruppengröße ergibt:

$$6 + 4 + 7 + 9 = 26$$

Die Gruppe besteht aus genau 26 Pionieren.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



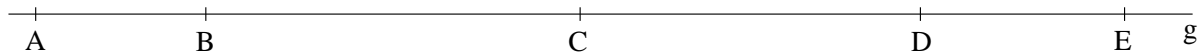
Lösung 150524:

Die Aussagen lassen sich wie folgt umformen:

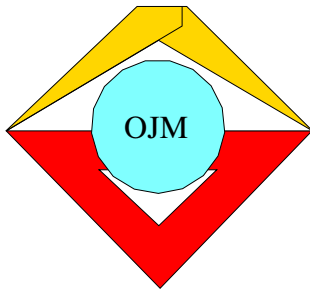
- (1) $AB = 2,5 \text{ cm}$
- (2) $BC = AB + 0,3 \text{ dm} = 2,5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 5,5 \text{ cm}$
- (3) $CE = AB + BC = 2,5 \text{ cm} + 5,5 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$.
- (4) $DE = CE - 50 \text{ mm} = 8 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$.

Wenn man nun noch einbezieht, daß $CD + DE = CE$ gelten muß, erhält man $CD = 5 \text{ cm}$. Damit sind alle Punkte der Reihe nach konstruierbar: ausgehend von A im Abstand von $2,5 \text{ cm}$ ist B , dann folgt weitere $5,5 \text{ cm}$ weiter der Punkt C , weitere $2,5 \text{ cm}$ der Punkt D und schließlich nach weiteren 3 cm der Punkt E .

Es gilt: $AD = AB + BC + CD = 2,5 \text{ cm} + 5,5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$.



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



16. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 160511:

In Gleichungen ausgedrückt, gilt:

- (1) $H = 2P$
- (2) $A = P + 2H$
- (3) $L = A + P + H$
- (4) $0 \leq A, L, P, H \leq 9$

Setzt man (1) in (2) ein, ergibt sich $A = 5P$. Nun setzt man diese Ergebnisse für H und A in (3) ein und erhält $L = 5P + P + 2P = 8P$. Da L und P einstellige, natürliche Zahlen sein sollen, muß $P = 1$ und $L = 8$ sein. Es ergibt sich $H = 2$, $A = 5$. Folglich hatte die "alpha" 58 125 Leser.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

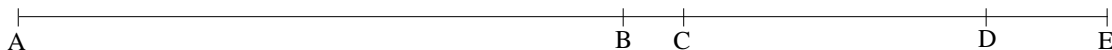
Lösung 160512:

Mit (1) ergibt sich $\overline{AD} = 16$ cm. Da nun die Lage des Punktes D bekannt ist, wird mit (3) AC ermittelt: $\overline{AC} = 11$ cm. Die Länge der Strecke CE ergibt sich aus $\overline{CE} = \overline{AE} - \overline{AC} = 18$ cm $-$ 11 cm = 7 cm. Damit ergibt sich nach (4) für AB : $\overline{AB} = 10$ cm.

Da nun die Abstände aller Punkte von A bekannt sind, kann man einfach die gesuchten Streckenlängen ermitteln:

$$\begin{aligned}\overline{AD} &= 16 \text{ cm} \\ \overline{AB} &= 10 \text{ cm} \\ \overline{BC} &= \overline{AC} - \overline{AB} = 11 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 1 \text{ cm}\end{aligned}$$

Nachfolgend findet sich eine Konstruktion in leicht verkleinertem Maßstab:



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 160513:

Insgesamt betrug die Masse der sechs Maiskolben $850 + 3 \cdot 640 + 2 \cdot 460 = 3690$ Gramm. Teilt man dieses Gesamtgewicht durch die Anzahl der betrachteten Maiskolben, so erhält man den Durchschnittswert von $3690 \text{ g} : 6 = 615 \text{ g}$.

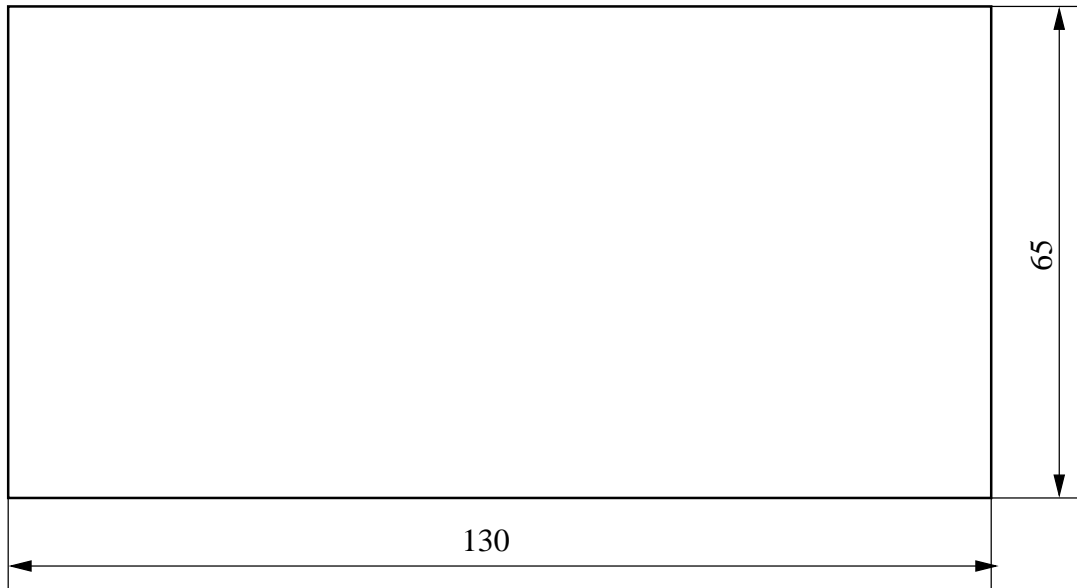
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



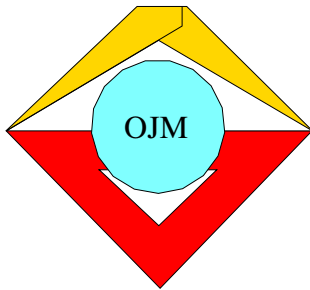
Lösung 160514:

Wenn eine kurze Seite a m lang ist, so ist eine lange Seite $2a$ m lang. Da es bei einem Rechteck 2 lange und 2 kurze Seiten gibt, kann man auch schreiben: $2 \cdot (a \text{ m} + 2a \text{ m}) = 6a \text{ m} = 390 \text{ m}$. Es ergibt sich sofort $a = 65$.

- a) Die kurzen Seiten des Spielplatzes sind 65 m und die langen Seiten sind 130 m lang.
- b) Die Zeichnung im Maßstab 1 : 1000 muß so angefertigt werden, daß 10 m in der Realität 1 cm auf dem Bild entsprechen:



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



16. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 160521:

Zunächst sei festgestellt, daß, wenn gleiche Buchstaben gleiche Ziffern bedeuten, dies nicht heißen muß, daß verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern sein müssen. Da dies aber laut Musterlösung vorausgesetzt wird, ist die Aufgabenstellung unpräzise, und es müßte außerdem heißen: verschiedene Buchstaben sind verschiedene Ziffern.

Unter dieser Einschränkung kann A nicht 1 sein, da dann laut 2. Spalte $D = G$ gelten würde. Also kann nur noch $A = \{2, 3\}$ sein. Es folgt die nötige Fallunterscheidung:

- (1) Es sei $A = 2$: dann folgt unmittelbar $B = 4$. Damit G nicht größer als 9 wird, muß $D = \{1, 3, 4\}$ sein ($D \neq 2$, weil bereits $A = 2$ gilt. Wenn $D = 1$, ergibt sich in der 2. Zeile $C = E$. Deswegen kann D nicht 1 sein. D kann auch nicht 4 sein, da $B = 4$ ist. Also muß $D = 3$ gelten: $A = 2, B = 4, D = 3$

E muß kleiner als B sein, also $E \leq 3$. Da die Ziffern 2, 3, 4 bereits besetzt sind, muß $E = 0$ oder $E = 1$ gelten. Null kann E nicht sein, da sonst $H = B$ gelten würde. Also ist $E = 1$.

Die Gleichung $C \cdot D = E$ kann nicht mehr erfüllt werden. Der Fall (1) kann also nicht eintreten.

- (2) Es sei $A = 3$. Dann gilt $B = 9$. D kann dann nur 0, 1 oder 2 sein. Ist $D = 3$ würde $D = A$ gelten. Ist D größer als 3, würde sich keine gültige Gleichung für die 2. Spalte ergeben. Wäre $D = 0$, müßte auch $G = 0 = D$ sein. Wäre $D = 1$, wäre $G = A$. Demzufolge muß $D = 2$ sein. Es folgt unmittelbar, daß $G = 6$ ist.

E muß in der 3. Spalte kleiner als B sein, damit sich eine gültige Gleichung ergibt. Mit $D = 2$ gilt in der 2. Zeile: $E = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, wobei 0 entfällt (dann müßte $C = 0 = E$ sein), 2 entfällt ($D = C = 2$), 6 entfällt ($C = G = 6$). Also muß $C = 4$ und entsprechend $E = 8$ sein. Unmittelbar folgt daraus $F = 7$ und $H = 1$.

Alle Gleichungen sind richtig, wie die Probe bestätigt.

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 3 = 9 \\ + \quad \cdot \quad - \\ 4 \cdot 2 = 8 \\ \hline 7 - 6 = 1 \end{array}$$

Es kann keine weiteren Lösungen geben, da alle Fälle untersucht wurden.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 160522:

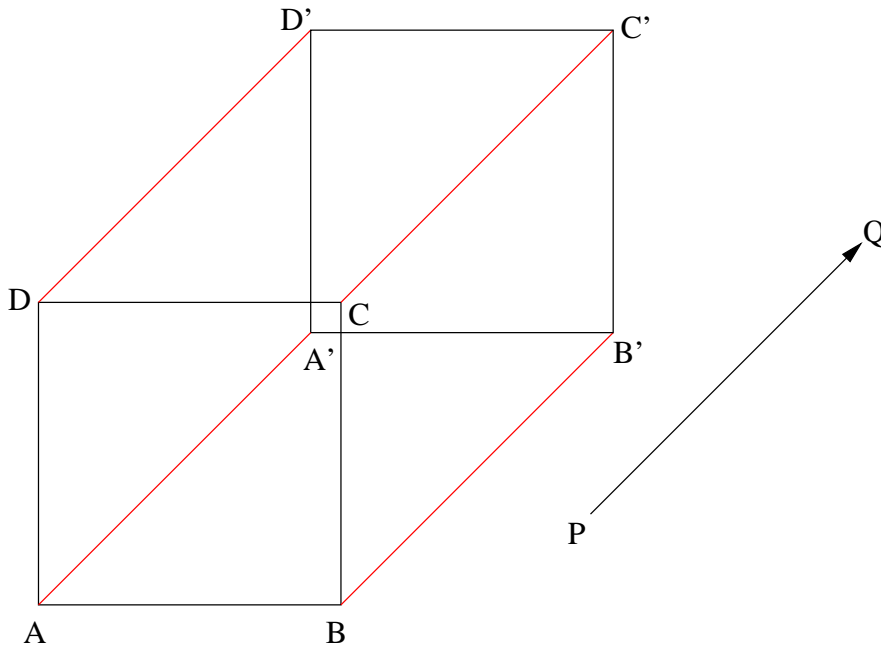
Für die 1. Strecke, die 1200 m betrug, brauchten die Pioniere 10 Minuten und hatten folglich einen Weg von 120 m pro Minute zurückgelegt. Da sie für den Rückweg 40 m weniger pro Minute schafften, waren dies 80 m



pro Minute. Die Streckenlänge blieb dieselbe, nämlich 1200 m. Folglich benötigten sie dazu $1200 : 80 = 15$ Minuten.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 160523:

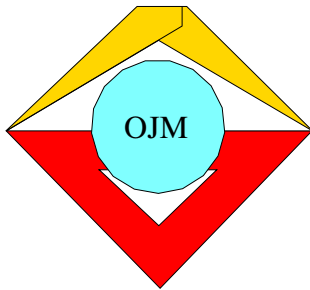


Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 160524:

Wenn aus einer Tonne Papier 25 000 Hefte hergestellt werden können, werden aus 3 Tonnen Papier 75 000 Hefte hergestellt. Für einen Schüler werden 15 Hefte pro Jahr benötigt, also können mit 75 000 Heften $75\,000 : 15 = 5\,000$ Schüler ein Jahr lang versorgt werden.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



17. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 170511:

Addiert man die Anzahl der Jungen und Mädchen, erhält man die Gesamtzahl der Schüler.

$$314 + 322 = 636 \quad (1)$$

Ein Sechstel davon sind Mitglieder in der FDJ, der Rest sind Pioniere.

$$\frac{636}{6} = 106 \quad (2)$$

$$636 - \left(\frac{636}{6}\right) = 530 \quad (3)$$

Es gibt in der Schule also 106 FDJler und 530 Pioniere.

Aufgeschrieben und gelöst von Thomas Kugel

Lösung 170512:

Wegen (3) und (5) ist Haralds Familienname Krause.

Wegen (4) und (6) ist der Familienname von Gerd nicht Schulze - es bleibt für ihn nur der Name Müller.

Somit ist Franks Nachname Schulze.

Die Namen zusammengefaßt:

Frank Schulze
Gerd Müller
Harald Krause

Aufgeschrieben und gelöst von Thomas Kugel

Lösung 170513:

Da sich durch Wegstreichen der Null beim Minuenden m , $m \in \mathbb{N}$, der Subtrahend s , $s \in \mathbb{N}$, ergibt, ist der Minuend das Zehnfache des Subtrahenden. Es ist also $m = 10s$. Die Differenz $m - s$ ist folglich $10s - s = 9s$

Das Ergebnis ist eine dreistellige Zahl, bei der alle Ziffern gleich sind. Diese Ziffer sei n , $n \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$. Somit ist das Ergebnis gleich $100n + 10n + n = 111n$.

Also gilt: $9s = 111n \Leftrightarrow s = \frac{37n}{3}$

Der Bruch $\frac{37}{3}$ läßt sich nicht weiter vereinfachen. Damit $\frac{37n}{3}$ eine ganze Zahl ergibt, muß n deswegen ein Vielfaches von 3 sein. Da außerdem die Einschränkung $n \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ gilt, gibt es nur noch drei Möglichkeiten für n :



$$\begin{array}{l} n = 3 \Rightarrow s = 37, \quad m = 370 \Rightarrow 370 - 37 = 333 \\ n = 6 \Rightarrow s = 74, \quad m = 740 \Rightarrow 740 - 74 = 666 \\ n = 9 \Rightarrow s = 111, \quad m = 1110 \Rightarrow 1110 - 111 = 999 \end{array}$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel, gelöst von Annika Heckel

Lösung 170514:

Benennt man die Teilstrecken ihrer Reihenfolge nach mit a, b, c, d , dann ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$a = 2b \tag{1}$$

$$b = c + d \tag{2}$$

$$5c = 240 \text{ m} \tag{3}$$

$$a + b + c + d = 240 \text{ m} \tag{4}$$

Aus (3) folgt unmittelbar $c = 48 \text{ m}$. (5)

Setzt man (1) und (2) in (4) ein, ergibt sich:

$$\begin{aligned} 240 \text{ m} &= a + b + (c + d) \\ &= 2b + b + (b) \\ &= 4b \end{aligned}$$

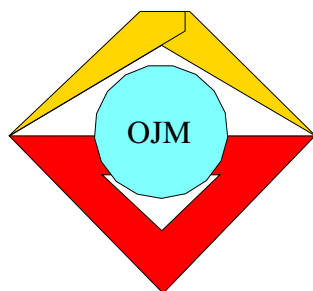
Damit ergibt sich $b = 60 \text{ m}$ (6)

und in (1) eingesetzt $a = 120 \text{ m}$. (7)

Werden nun die Werte von (5), (6) und (7) in (4) eingesetzt, ergibt sich schließlich für d : $d = 240 \text{ m} - a - b - c = 240 \text{ m} - 120 \text{ m} - 60 \text{ m} - 48 \text{ m} = 12 \text{ m}$.

Die Teilstrecken haben Längen von: 120 m, 60 m, 48 m und 12 m.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



17. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 170521:

Es gilt $1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2$. Für diese Fläche sind als Saatgut $2 \text{ dt} = 200 \text{ kg}$ Erbsen üblich. Dieses Verhältnis muß nun auf 8 m^2 bezogen werden:

$$\begin{aligned}\frac{x}{8 \text{ m}^2} &= \frac{200 \text{ kg}}{10\,000 \text{ m}^2} \\ x &= \frac{200 \text{ kg} \cdot 8 \text{ m}^2}{10\,000 \text{ m}^2} \\ x &= 0,16 \text{ kg} = 160 \text{ g}.\end{aligned}$$

Die Schüler mußten 160 g als Saatgut verwenden. Demzufolge ernteten sie $0,16 \text{ kg} \cdot 15 = 2,4 \text{ kg}$ Erbsen.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 170522:

Es seien a, b, c die Anzahl der Vögel auf den drei Bäumen zu Beginn. Dann gilt:

$$a + b + c = 56. \tag{1}$$

Dann flogen 7 Vögel vom ersten auf den zweiten Baum, auf dem ersten saßen dann $a - 7$ Vögel und auf dem zweiten Baum $b + 7$ Vögel. Dann flogen 5 Vögel vom 2. auf den dritten Baum. Entsprechend befanden sich dann auf dem 2. Baum $b + 7 - 5 = b + 2$ und auf dem dritten Baum $c + 5$ Vögel.

Es saßen nun auf dem 1. Baum halb so viele Vögel wie auf dem 2. Baum, d.h. $2 \cdot (a - 7) = b + 2$ bzw. $2a = b + 16$. Auf dem 2. Baum befanden sich halb so viele Vögel wie auf dem dritten Baum, d.h. $2 \cdot (b + 2) = c + 5$ bzw. $c = 2b - 1$.

Setzt man diese beiden Gleichungen in (1) ein, erhält man:

$$\begin{aligned}\frac{b}{2} + 8 + b + 2b - 1 &= 56 \\ 7b &= 112 - 14 \\ b &= 14 \\ a &= 15 \\ c &= 27.\end{aligned}$$

Am Anfang befanden sich 15 Vögel auf dem ersten, 14 auf dem zweiten und 27 auf dem dritten Baum. Die Probe weist nach, daß alle Aussagen mit dieser Lösung wahre Aussagen sind.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 170523:

Man kann den Sachverhalt auch mit Gleichungen ausdrücken, wobei x die Anzahl der Parzellen zu 150 m^2 und y die Anzahl der Parzellen zu 210 m^2 ist:

$$x + y = 9 \tag{1}$$

$$150x + 210y = 1710 \tag{2}$$

Setzt man diese beiden Gleichungen ineinander ein, so ergibt sich:

$$150 \cdot (9 - y) + 210y = 1710$$

$$1350 - 150y + 210y = 1710$$

$$60y = 360$$

$$y = 6$$

$$x = 3$$

Es gibt 3 Parzellen zu 150 m^2 und 6 Parzellen zu 210 m^2 .

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

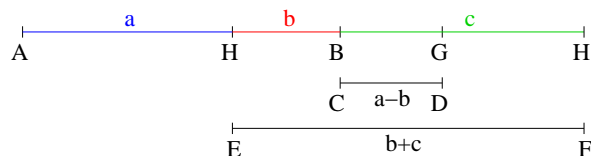
Lösung 170524:

Trägt man auf der Verlängerung von AB über B hinaus eine Strecke BG der Länge $\overline{BG} = \overline{CD}$ ab, so wird $\overline{AG} = \overline{AB} + \overline{BG} = \overline{AB} + \overline{CD} = (a + b) + (a - b) = 2a$.

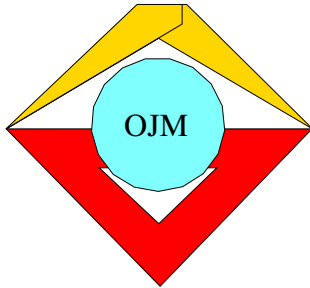
Konstruiert man den Mittelpunkt H der Strecke AG , so wird folglich $\overline{AH} = a$.

Hiernach wird ferner $\overline{HB} = \overline{AB} - \overline{AH} = (a + b) - a = b$.

Konstruiert man daher auf der Verlängerung von HB über B hinaus einen Punkt K so, daß $\overline{HK} = \overline{EF}$ gilt, so ergibt sich $\overline{BK} = \overline{HK} - \overline{HB} = \overline{EF} - \overline{HB} = (b + c) - b = c$.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



18. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 180511:

Gerda hatte wegen $5 \cdot 19 + 5 = 100$ gemeint, es seien mehr als 100 Nüsse auf dem Teller gewesen. Renate hatte wegen $5 \cdot 20 = 100$ gemeint, es seien weniger als 100 Nüsse gewesen. Da Peter sich geirrt hatte, hatte keines der beiden Mädchen recht. Daher lagen genau 100 Nüsse auf dem Teller.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180512:

- a) 27 Würfel,
- b) 8 Würfel,
- c) 12 Würfel,
- d) 6 Würfel,
- e) 1 Würfel

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180513:

Aus $26 - 20 = 6$ folgt, daß die Differenz benachbarter Zahlen in der zweiten Zeile 6 beträgt. Entsprechend folgt wegen $31 - 26 = 5$ für die zweite Spalte 5 als Differenz. Hiermit ergeben sich die eingetragenen Zahlen in der zweiten Zeile und Spalte:

	31		
32	26	20	14
	21		
	16		8

In der vierten Spalte ist $14 - 8 = 6$ das Doppelte der Differenz benachbarter Zahlen. Damit erhält man für diese Spalte die Differenz 3 sowie die in der folgenden Abbildung eingetragenen Zahlen der vierten Spalte. Jetzt erhält man für die erste Zeile $31 - 17 = 14$ als Doppeltes der Differenz dieser Zeile, also die Differenz 7 und damit die eingetragenen Zahlen der Abbildung.

38	31	24	17
32	26	20	14
	21		11
	16		8



Für die erste Spalte folgt dann $38 - 32 = 6$, und für die dritte Spalte ergibt sich $24 - 20 = 4$ als Differenz.

Das vollständig ausgefüllte Rechteck sieht folgendermaßen aus, wobei die Differenzen für die Spalten und Zeilen am unteren bzw. rechten Rand angegeben sind.

38	31	24	17	7
32	26	20	14	6
26	21	16	11	5
20	16	12	8	4
6	5	4	3	

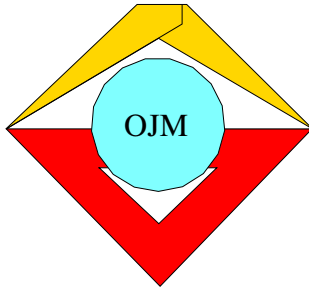
Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180514:

Teilt man die Wagen "Trabant" in zwei Gruppen gleicher Anzahl, so bilden alle übrigen Wagen eine dritte Gruppe derselben Anzahl. Jede Gruppe enthält daher 20 Wagen, also gibt es 40 "Trabant"-Wagen auf dem Parkplatz.

Für die restlichen 20 Wagen gilt: Teilt man die Wagen "Wartburg" in drei Gruppen gleicher Anzahl, so bilden die nun noch verbleibenden eine vierte Gruppe derselben Anzahl. Also enthält jede dieser Gruppen 5 Wagen, folglich sind 15 "Wartburg"-Wagen auf dem Parkplatz. Für die verbleibenden 5 Wagen gilt: Es handelt sich nur um Wagen der Typen "Volga" und "Skoda". Dabei ist laut Aufgabe die Anzahl der "Skoda"-Wagen um drei größer als die der "Volga"-Wagen. Das ist nur möglich, wenn 4 "Skoda"-Wagen und 1 "Volga"-Wagen auf dem Parkplatz stehen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



18. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 180521:

Wegen $3\,200 \cdot 2 = 6\,400$ werden insgesamt 6 400 km Schienen benötigt. Wegen $6\,400 \text{ km} = 6\,400\,000 \text{ m}$ und $6\,400\,000 \cdot 65 = 416\,000\,000$ werden insgesamt 416 000 000 kg = 416 000 t Stahl für diese Schienen benötigt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180522:

Wenn eine Zahl z die genannten Bedingungen erfüllt, so gilt:

Die Einerziffer ist nach (1) nicht 0 und nach (2) so beschaffen, daß aus ihr nach Vergrößerung um 4 ein Ergebnis kleiner oder gleich 9 entsteht.

Daher ist die Einerziffer eine der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, und für z verbleiben höchstens die Möglichkeiten 51, 62, 73, 84, 95.

Durch Vertauschen der Ziffern entsteht jeweils 15, 26, 37, 48, 59, und das Dreifache dieser Zahlen ist jeweils 45, 78, 111, 144, 177.

Daher können wegen (3) nur die Zahlen 51 und 62 alle Bedingungen erfüllen. Die für diese Zahlen bereits durchgeführten Rechnungen zeigen, daß diese Zahlen die Bedingungen (1), (2) und (3) auch tatsächlich erfüllen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180523:

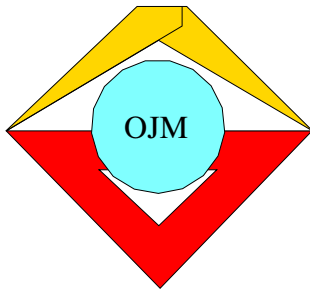
Wegen $92 : 4 = 23$ verfügt nach dem Ausleihen jede der vier KAP über 23 Traktoren. Da C weder einen Traktor erhielt, noch einen Traktor abgab, besaß sie auch ursprünglich genau 23 Traktoren. A besaß 3 Traktoren weniger als 23, also 20 Traktoren. D besaß 4 Traktoren weniger als 23, also 19 Traktoren. B besaß 7 Traktoren mehr als 23, also 30 Traktoren.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 180524:

Wegen $67^2 = 4\,489$ beträgt der Flächeninhalt des abgebildeten Quadrats $4\,489 \text{ mm}^2$. Die beiden Dreiecke lassen sich zu einem Viereck ergänzen, das vier gleichlange Seiten und zwei rechte Winkel enthält, also ein Quadrat ist. Wegen $17^2 = 289$ beträgt der Flächeninhalt dieses Quadrats 289 mm^2 . Wegen $4\,489 - 289 = 4\,200$ und $4\,200 \text{ mm}^2 = 42 \text{ cm}^2$ hat die schraffierte Fläche den Flächeninhalt 42 cm^2 .

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



19. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 190511:

Da wir tierlieb sind, gilt für die Anzahlen der Kaninchen k und Fasanen f einmal $2 \cdot k + 2 \cdot f = 2 \cdot 40$ und $4 \cdot k + 2 \cdot f = 104$ denn sie haben ja jeweils 4 bzw. 2 Beine. Subtrahiert man die erste Gleichung von der zweiten sieht man $k = 12$ und damit $f = 28$.

Aufgeschrieben und gelöst von Rainer Sattler

Lösung 190512:

Man kann jede Gleichung in der nur ein leeres Kästchen steht direkt lösen und erhält:

$$\begin{array}{ccccccc}
\boxed{4} & + & \boxed{7} & - & \boxed{9} & = & \boxed{2} \\
+ & & - & & + & & + \\
\boxed{9} & - & \boxed{2} & + & \boxed{0} & = & \boxed{7} \\
- & & + & & - & & - \\
\boxed{12} & + & \boxed{0} & - & \boxed{6} & = & \boxed{6} \\
= & & = & & = & & = \\
\boxed{1} & + & \boxed{5} & - & \boxed{3} & = & \boxed{3}
\end{array}$$

Aufgeschrieben und gelöst von Rainer Sattler

Lösung 190513:

Aus den beiden ersten Aussagen folgt durch Ausschluß, daß nur Kurt für die AG "Mathematik" infragekommt. Damit wird in der dritten Aussage dann aber klar, daß Peter gern zeichnet und Konrad sich besonders für Biologie interessiert.

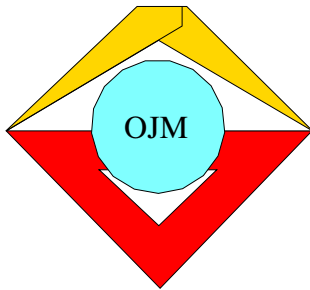
Aufgeschrieben und gelöst von Rainer Sattler

Lösung 190514:

Wenn wir ein Streichholz entlang einer Kante des Würfels mit einem Ende in der Ecke platzieren, so können wir an den langen Seitenflächen des Quaders darauf und daneben jeweils 499 weitere legen, da $500 \cdot 2 \text{ mm} = 1000 \text{ mm} = 1 \text{ m}$ ist. Vor diese Schicht platzieren wir nun 19 weitere da $20 \cdot 50 = 1000$. Damit ist der Würfel lückenlos gefüllt und enthält nun $500 \cdot 500 \cdot 20$ also 5 Millionen Streichhölzer.

Hinweis zur Korrektur: Bei einem Lösungsweg mit Division der Volumina ist zu vermerken, daß der Würfel lückenlos mit derartigen Streichhölzern ausgefüllt werden kann.

Aufgeschrieben und gelöst von Rainer Sattler



19. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 190521:

- a) Für die Sorte *A* beträgt wegen $900 : 3 = 300$ der Lagerbestand 300 Pakete. Für die Sorte *B* beträgt wegen $900 - 300 = 600$ und $600 : 4 = 150$ der Bestand 150 Pakete. Wegen $600 - 150 = 450$ und $450 : 2 = 225$ beträgt für die Sorten *C* und *D* der Bestand je 225 Pakete.
- b) Wegen $250 \cdot 900 = 225\,000$ und $225\,000\text{ g} = 225\text{ kg}$ sind insgesamt 225 kg Waschpulver in den Paketen enthalten.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

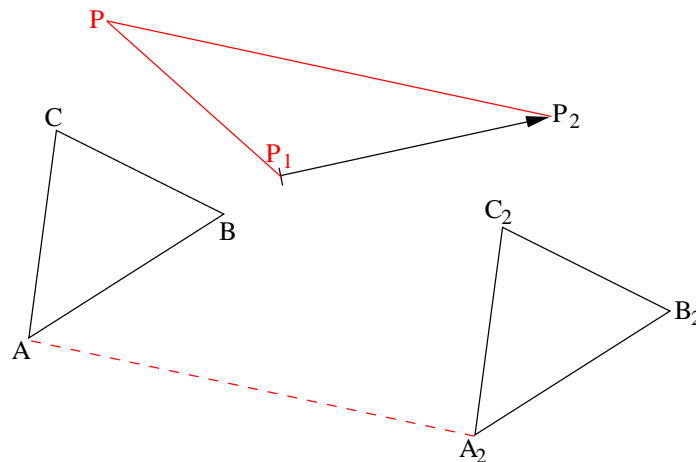
Lösung 190522:

Wären alle Aussagen des Berichtes wahr, so hätte Beate Doris "auf den letzten Metern überholt", und Doris hätte Christine "hinter sich gelassen". Also wäre Beate vor Christine ins Ziel gekommen. Das steht im Widerspruch zu der Aussage, Beate wäre "etwas später ins Ziel gekommen als Christine". Folglich können nicht alle Aussagen des Berichtes gleichzeitig wahr sein.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 190523:

Beispiel einer als Lösung möglichen Konstruktion:



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 190524:

Aus dem ersten Teilprodukt ist ersichtlich, daß $z \cdot 8$ auf 8 endet; daher muß $z = 1$ oder $z = 6$ gelten. Wäre $z = 1$, so könnte das dritte Teilprodukt nicht aus vier Ziffern bestehen, sondern nur aus drei. Folglich verbleibt nur die Möglichkeit $z = 6$.

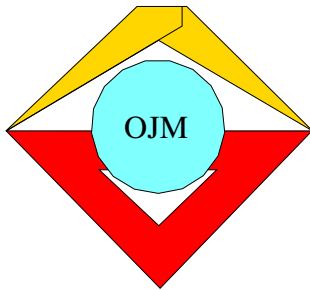
Aus dem zweiten Teilprodukt ist nun ersichtlich, daß $6 \cdot x$ auf x endet. Da x auch als Anfangsziffer vorkommt, also $x \neq 0$ gilt, kann folglich nur $x = 2$ oder $x = 4$ oder $x = 6$ oder $x = 8$ sein. Wäre x eine der Ziffern 4, 6, 8, so würde das zweite Teilprodukt nicht dreistellig, sondern vierstellig. Also verbleibt nur die Möglichkeit $x = 2$.

Hiernach lautet das erste Teilprodukt 2288. Wegen $2288 : 8 = 286$ muß daher der erste Faktor der Multiplikationsaufgabe die Zehnerziffer $y = 8$ enthalten.

Nun kann die vollständige Eintragung durch Fertigstellen des schriftlichen Multiplizierens erfolgen. Man erhält:

$$\begin{array}{r} \boxed{2} \boxed{8} \boxed{6} \cdot \boxed{8} \boxed{2} \boxed{6} \\ \hline \boxed{2} \boxed{2} \boxed{8} \boxed{8} \\ \quad \boxed{5} \boxed{7} \boxed{2} \\ \quad \quad \boxed{1} \boxed{7} \boxed{1} \boxed{6} \\ \hline \boxed{2} \boxed{3} \boxed{6} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{6} \end{array}$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



20. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 200511:

Wenn eine Eintragung von natürlichen Zahlen für a, h, l, p die Bedingungen erfüllt, so folgt $p = 3a$.

In der Diagonalen D_1 steht also die Summe $a + 3a + a = 5a$. Somit ist $5a = 135$, also $a = 135 : 5 = 27$, und, da $p = 3a$ ist, $p = 3 \cdot 27 = 81$.

Ferner folgt $h = 5l$.

Also steht in der Diagonalen D_2 die Summe $l + 81 + 5l = 6l + 81$. Somit ist $6l + 81 = 135$ und daher $6l = 135 - 81 = 54$, mithin $l = 54 : 6 = 9$,

und, da $h = 5l$ ist, $h = 5 \cdot 9 = 45$.

Also kann nur die Eintragung

27		9
	81	
45		27

alle geforderten Bedingungen erfüllen.

Sie erfüllt diese Bedingungen; denn es gilt: $27 + 81 + 27 = 135$, $9 + 81 + 45 = 135$, 81 ist das Dreifache von 27, 45 ist das Fünffache von 9. Also erfüllt genau die angegebene Eintragung die geforderten Bedingungen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 200512:

Wegen $105 \cdot 5 = 525$ waren insgesamt 525 t Schotter zu transportieren.

Wegen $35 \cdot 5 = 175$ hatte der erste LKW davon bis zu seiner Ablösung genau 175 t Schotter transportiert. Mithin waren wegen $525 - 175 = 350$ noch genau 350 t Schotter zu transportieren. Wegen $350 : 7 = 50$ konnte diese Menge von dem zweiten LKW mit genau 50 vollbeladenen Fuhren abtransportiert werden.

Zweite Lösungsmöglichkeit: Wegen $105 - 35 = 70$ hätte der erste LKW nach seiner Ablösung noch genau 70 Fuhren durchführen müssen. Das war eine Schottermenge von $70 \cdot 5$ t. Die Anzahl der Fuhren des zweiten LKW ergibt sich, indem man die Anzahl dieser Tonnen durch 7 dividiert. Man erhält $10 \cdot 5 = 50$. Also hat der zweite LKW noch genau 50 Fuhren durchzuführen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 200513:

Da Katrin älter als alle fünf anderen Mädchen ist, gilt auch:

Katrin ist älter als Annegret.

Lore ist jünger als Annegret, also, gilt:



Annegret ist älter als Lore.

Ruth hat später als Lore Geburtstag, also gilt:

Lore ist älter als Ruth.

Ferner gilt:

Ruth ist älter als Heidi.

Schließlich gilt:

Heidi ist älter als Petra.

Folglich lautet die gesuchte Reihenfolge:

Katrin, Annegret, Lore, Ruth, Heidi, Petra.

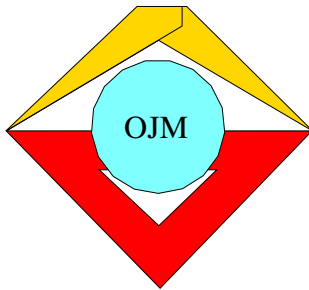
Korrekturhinweis: Da aus dem Aufgabentext die Existenz einer gesuchten Reihenfolge hervorgeht, ist eine Probe, insbesondere eine Bestätigung der im Lösungstext noch nicht erwähnten Bedingungen (Katrin ist älter auch als Lore, ..., Petra; Heidi jünger als Annegret) zu einer vollständigen Lösung nicht erforderlich.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 200514:

- b) Von allen denjenigen unter den sieben Schülern, die in Mathematik die Note 1 hatten, haben sich genau Christine und Frank gemeldet, als gefragt wurde, wer in genau einem der beiden Fächer die Note 1 hat. Also hatten genau diese beiden Schüler in Mathematik, aber nicht in Russisch die Note 1.
- a) Genau die übrigen unter denjenigen Schülern, die in Mathematik die Note 1 hatten, d.s. genau Beate und Dieter, hatten folglich in Mathematik und in Russisch die Note 1.
- c) Genau diejenigen unter den sieben Schülern, die nicht in Mathematik die Note 1 hatten, d.s. genau Annette, Gerd und Hans, hatten in Russisch, aber nicht in Mathematik die Note 1.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



20. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 200521:

Wegen $6 + 13 = 19$ und $19 - 2 = 17$ erhielten die Geschwister im November zusammen 17 Mark, wegen $6 + 13 + 17 = 36$ mithin insgesamt 36 Mark.

Wegen $36 : 3 = 12$ betrug ihre Solidaritätsspende 12 Mark. Den gleichen Betrag legten sie in ihre Ferienkasse. Wegen $36 - 12 - 12 = 12$ verblieben 12 Mark, davon erhielt jeder für sich die Hälfte, also jeder 6 Mark.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 200522:

Die folgende Tabelle enthält alle Zusammenstellungen von 2 Geldscheinen, von denen jeder ein 10-Mark-Schein oder ein 20-Mark-Schein ist. Anschließend wird für jede dieser Zusammenstellungen der Gesamtwert ermittelt:

Anzahl der Scheine zu je		Wert der Scheine zu		Gesamtwert
10 M	20 M	10 M	20 M	
0	12	0 M	240 M	240 M
1	11	10 M	220 M	230 M
2	10	20 M	200 M	220 M
3	9	30 M	180 M	210 M
4	8	40 M	160 M	200 M
5	7	50 M	140 M	190 M
6	6	60 M	120 M	180 M
7	5	70 M	100 M	170 M
8	4	80 M	80 M	160 M
9	3	90 M	60 M	150 M
10	2	100 M	40 M	140 M
11	1	110 M	20 M	130 M
12	0	120 M	0 M	120 M

Daraus ist ersichtlich, daß genau für die Anzahlen 7 und 5 der 10-Mark-Scheine bzw. 20-Mark-Scheine der Gesamtwert 170 Mark entsteht.

Zweiter Lösungsweg: War x die Anzahl der 20-Mark-Scheine, so war $12 - x$ die Anzahl der 10-Mark-Scheine.



Der in Mark ausgedrückte Wert der 20-Mark-Scheine betrug dann $20x$, der der 10-Mark-Scheine $120 - 10x$.

Daher gilt

$$\begin{aligned}20x + 120 - 10x &= 170, \\10x + 120 &= 170, \\10x &= 50, \\x &= 5.\end{aligned}$$

Also war 5 die Anzahl der 20-Mark-Scheine, und wegen $12 - 5 = 7$ war 7 die Anzahl der 10-Mark-Scheine.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 200523:

- (I) Wenn die Bedingungen der Aufgabe erfüllt sind und dabei $\overline{AB} = x$ cm gilt, dann folgt aus (2) $\overline{BC} = (x + 3)$ cm, also

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = x \text{ cm} + (x + 3) \text{ cm} = (2x + 3) \text{ cm}.$$

Wegen (3) gilt dann

$$\overline{CD} = 2\overline{AC} = 2(2x + 3) \text{ cm} = (4x + 6) \text{ cm}$$

und damit

$$\overline{AD} = \overline{AC} + \overline{CD} = (2x + 3) \text{ cm} + (4x + 6) \text{ cm} = (6x + 9) \text{ cm}.$$

Wegen (1) folgt nun

$$\begin{aligned}6x + 9 &= 15, & \text{also} \\6x &= 6 & \text{und mithin} \\x &= 1.\end{aligned}$$

Daher können die gestellten Bedingungen nur dann erfüllt werden, wenn $\overline{AB} = 1$ cm und folglich (wegen (2) und (3)) $\overline{BC} = 4$ cm und $\overline{CD} = 10$ cm gilt.

- (II) Daß durch diese Längenangaben die gestellten Bedingungen tatsächlich erfüllt werden, zeigt folgende Probe:

Wegen $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = 1 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$ ist Bedingung (1) erfüllt.

Die Strecke BC ist um 3 cm länger als die Strecke AB , also ist auch Bedingung (2) erfüllt.

Wegen $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = 5 \text{ cm}$ ist die Strecke CD doppelt so lang wie die Strecke AC , und somit ist auch Bedingung (3) erfüllt.

Hinweis zur Korrektur: Es wird nicht verlangt, daß die Schüler die Probe so ausführlich darstellen, wie dies in (II) geschehen ist, d.h., daß sie die Rechnungen explizit hinschreiben. Die für (II) vorgesehenen Punkte dürfen jedoch nur gegeben werden, wenn erkennbar nachgeprüft wurde, daß die ermittelten Längenangaben die Bedingungen erfüllen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 200524:

Wegen (1) ist Herr Meyer weder der Physiklehrer noch der Mathematiklehrer, also muß er der Deutschlehrer sein.

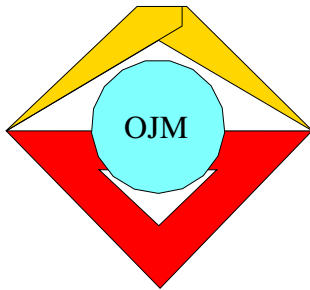
Wegen (2) heißt er Kurt mit Vornamen, und wegen (3) wohnt er in Suhl.

Wegen (1) und (2) ist Herr Peters der Physiklehrer und hat nicht den Vornamen Kurt.

Wegen (3) heißt er auch nicht Karl; also heißt er Otmar mit Vornamen. In Suhl kann er nicht wohnen, denn dies trifft ja für Herrn Meyer zu. In Leipzig kann er auch nicht wohnen, denn dies trifft wegen (1) für den Mathematiklehrer zu. Also wohnt er in Schwerin.

Folglich verbleibt für Herrn Siewert nur die Möglichkeit, daß er der Mathematiklehrer ist, in Leipzig wohnt und mit Vornamen Karl heißt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



21. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 210511:

Wegen $14 : 7 = 2$ hat jedes der Teilquadrate die Seitenlänge 2 cm. Der Umfang des Streifenzuges besteht aus je 3 Seiten seines Anfangs- bzw. Endquadrates sowie je 2 Seiten seiner übrigen 26 Quadrate. Wegen

$$\begin{aligned}2 \cdot 26 &= 52, \\3 + 3 + 52 &= 58\end{aligned}$$

beträgt sein Umfang also das 58fache der Seitenlänge eines Teilquadrates; wegen $58 \cdot 2 = 116$ sind das 116 cm.

Jedes der 28 Quadrate des Streifenzuges hat wegen $2 \cdot 2 = 4$ den Flächeninhalt 4 cm^2 . Folglich beträgt wegen $28 \cdot 4 = 112$ der Flächeninhalt des Streifenzuges 112 cm^2 .

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210512:

1. *Lösungsweg:* Angenommen, die Klasse 5a hätte 6 Hüllen weniger angefertigt. Dann wären insgesamt 60 Buchhüllen hergestellt worden. Außerdem könnte man dann die Menge dieser 60 Buchhüllen so in vier gleichgroße Teilmengen zerlegen, daß die Klassen 5a und 5b je eine dieser Teilmengen angefertigt hätten und die Klasse 5c die übrigen zwei Teilmengen. Wegen $60 : 4 = 15$ und $2 \cdot 15 = 30$ hat die Klasse 5b daher genau 15 Hüllen und die Klasse 5c genau 30 Hüllen angefertigt, während die Klasse 5a wegen $15 + 6 = 21$ genau 21 Buchhüllen hergestellt hat.

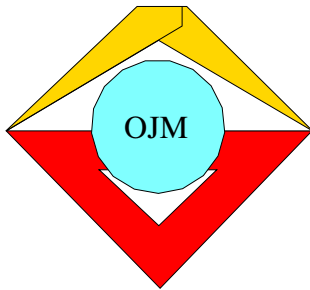
2. *Lösungsweg:* Wenn die Klasse 5b genau x Hüllen angefertigt hat, so hat die Klasse 5a genau $x + 6$ Hüllen und die Klasse 5c genau $2x$ Hüllen angefertigt. Daher gilt

$$\begin{aligned}x + 6 + x + 2x &= 66, \\4x + 6 &= 66.\end{aligned}$$

Hiernach muß $4x = 60$, also $x = 15$ sein. (Man kann auch so schließen: Für $x < 15$ ist $4x + 6 < 66$, für $x > 15$ ist $4x + 6 > 66$; also verbleibt nur die Möglichkeit $x = 15$.) Also hat die Klasse 5b genau 15 Hüllen angefertigt, die Klasse 5a wegen $15 + 6 = 21$ genau 21 Hüllen und die Klasse 5c wegen $2 \cdot 15 = 30$ genau 30 Hüllen.

Hinweis zur Korrektur: Aus der Aufgabenstellung kann die Existenz der gesuchten drei Anzahlen entnommen werden. Daher ist eine Probe nicht erforderlich.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



21. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 210521:

- a) Wegen $17\,500 - 2\,700 = 14\,800$ sind 14 kg 800 g Sonnenblumenöl im Behälter. Aus $14\,800 : 925 = 16$ erhält man, daß sich 16 Liter Sonnenblumenöl im Behälter befinden.
- b) Wegen $14\,800 : 400 = 37$ lassen sich 37 Flaschen mit der im Behälter vorhandenen Ölmenge füllen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210522:

- a) Angenommen, ein Spaziergang der genannten Art wäre möglich. Dann gäbe es unter den vier Springbrunnen A, B, C, D einen, der nicht Ausgangspunkt und nicht Endpunkt des Spaziergangs wäre.

Zu diesem Springbrunnen käme man bei dem Spaziergang auf einem der drei Wege, die von ihm, wie von jedem der vier Brunnen abgehen; auf einem zweiten Weg müßte man ihn wieder verlassen. Es verbleibt ein dritter Weg zu diesem Springbrunnen, und dieser Weg müßte während des Spaziergangs ebenfalls durchlaufen werden und somit entweder zum betrachteten Springbrunnen hin oder von ihm weg führen. Es gäbe dann aber keinen vierten Weg, auf dem man wieder von diesem Springbrunnen weg oder vorher zu ihm hin kommen könnte; d.h., der Springbrunnen wäre doch End- oder Anfangspunkt des Spaziergangs.

Damit ist die Annahme, es gäbe einen derartigen Spaziergang, zu einem Widerspruch geführt. Sie muß also falsch sein, d.h.: Es gibt in diesem Fall keinen Spaziergang der genannten Art.

- b) Ein möglicher Spaziergang nach dem Einrichten der beiden weiteren Verbindungswege ist z.B.

$$B \xrightarrow{1} A \rightarrow D \rightarrow C \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} A \rightarrow C \xrightarrow{2} B \rightarrow D$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210523:

Meyer heißt nach (1) weder Norbert noch Martin. Nach (2) heißt er auch nicht Alfred. Daher gilt:

Meyer heißt Torsten.

König heißt folglich nicht Torsten. Nach (2) heißt er auch weder Alfred noch Martin. Hieraus folgt:

König heißt Norbert.

Erdborn heißt demnach weder Torsten noch Norbert. Nach (1) heißt er auch nicht Martin. Somit ergibt sich:



Erdborn heißt Alfred.

Es verbleibt nun noch:

Freimuth heißt Martin.

Damit sind alle zusammengehörigen Vor- und Familiennamen (eindeutig) ermittelt.

Andere Lösungsdarstellungen bestehen im schrittweisen Erarbeiten einer Tabelle der Art

	Erdborn	Freimuth	König	Meyer
Alfred	+	-	-	-
Martin	-	+	-	-
Norbert	-	-	+	-
Torsten	-	-	-	+

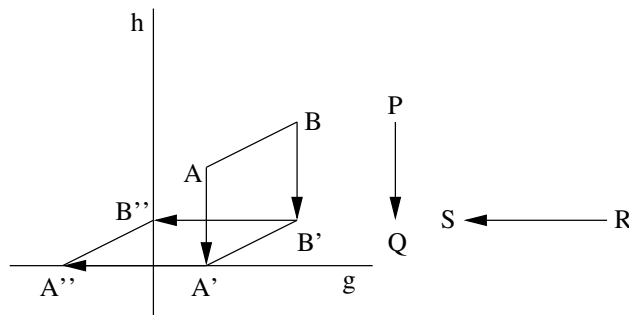
aus den Ausgangsdaten

	Erdborn	Freimuth	König	Meyer
Alfred			-	-
Martin	-		-	-
Norbert	-			-
Torsten				

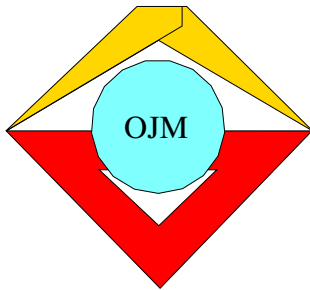
und der Forderung, daß in jeder Zeile und in jeder Spalte genau ein "+" stehen muß.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 210524:



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



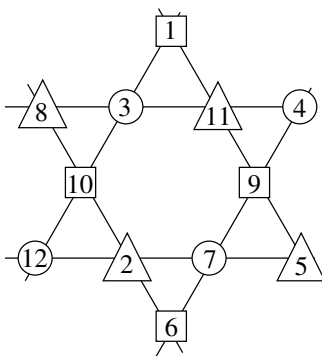
22. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

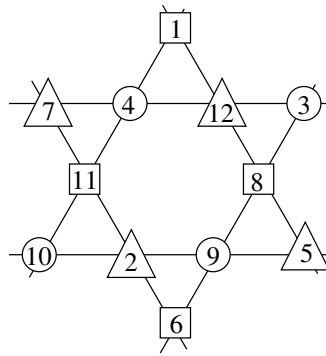
Lösung 220511:

a) Die Eintragung in Abbildung a) erfüllt alle Forderungen; denn es gilt

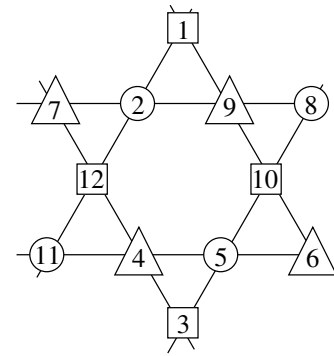
$$\begin{aligned} 8 + 3 + 11 + 4 &= 26, \\ 12 + 2 + 7 + 5 &= 26, \\ 12 + 10 + 3 + 1 &= 26, \\ 6 + 7 + 9 + 4 &= 26, \\ 6 + 2 + 10 + 8 &= 26, \\ 5 + 9 + 11 + 1 &= 26, \\ 1 + 10 + 6 + 9 &= 26, \\ 8 + 2 + 5 + 11 &= 26, \\ 12 + 7 + 4 + 3 &= 26. \end{aligned}$$



a)



b)



c)

b) Die Summe der beiden rechten Dreiecksfelder muß $26 - 1 - 9 = 16$ betragen, für das linke untere Dreiecksfeld ergibt sich also $26 - 8 - 16 = 2$. Es verbleiben die Zahlen 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11. Mit ihnen kann die Summe 16 der beiden rechten Dreiecksfelder nur durch 5, 11 oder 6, 10 erreicht werden. Die Summe des rechten unteren Kreis- bzw. Dreiecksfeldes beträgt $26 - 12 - 2 = 12$; sie kann nur durch 5, 7 erreicht werden. Also muß 5 in das rechte untere Dreiecksfeld, 7 in das rechte untere Kreisfeld, 11 in das rechte obere Dreiecksfeld kommen.

Es verbleiben 3, 4, 6, 10. Die Summe der beiden oberen Kreisfelder beträgt $26 - 8 - 11 = 7$; sie kann nur durch 3, 4 erreicht werden. Die Summe des unteren Quadrates und des rechten oberen Kreisfeldes beträgt $26 - 7 - 9 = 10$; sie kann nur durch 4, 6 erreicht werden. Also muß 4 in das rechte obere, 3 in das linke obere Kreisfeld, 6 in das untere Quadratfeld und hiernach 10 in das linke Quadratfeld kommen.



- c) Zwei weitere Eintragungen liegen z.B. in Abbildung b und c vor.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)

Lösung 220512:

Ein Schal kostet halb so viel wie 18 M, also 9 M. Drei Schals kosten daher $3 \cdot 9 \text{ M} = 27 \text{ M}$.

Ein Paar Handschuhe kostet $9 \text{ M} + 1,50 \text{ M} = 10,50 \text{ M}$.

Somit hat die Mutter $27 \text{ M} + 10,50 \text{ M} = 37,50 \text{ M}$ bezahlt. Danach hat sie noch $50 \text{ M} - 37,50 \text{ M} = 12,50 \text{ M}$ übrig.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)

Lösung 220513:

- a) Die Primfaktorzerlegung von 135 ist $135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. Da bereits $3 \cdot 5$ (und erst recht $3 \cdot 3 \cdot 5$ bzw. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$) größer als jede der Zahlen 1, 2, ..., 9 ist, muß der Primfaktor 5 als eine der Zahlen für B , J , M genommen werden. Aus den verbleibenden drei Faktoren 3 kann man die beiden anderen der Zahlen für B , J , M nur so bilden, daß sie 3 und $3 \cdot 3 = 9$ lauten. Also sind 3, 5 und 9 die drei Zahlen für B , J , M .
- b) Für A , T , H , E kommen dann nur noch vier der Zahlen 1, 2, 4, 6, 7, 8, in Frage. Wäre $M = 3$ oder $M = 5$, so müßten wegen der zweiten Gleichung die Zahlen für A , T , H , E die Summe 29 oder 27 haben. Das ist aber nicht möglich, da selbst die Summe der vier größten unter den Zahlen 1, 2, 4, 6, 7, 8 nur 25 beträgt. Also muß $M = 9$ sein.
- c) Eine Lösung ist z.B.:

$$A = 8, B = 3, E = 2, H = 6, I = 4, J = 5, M = 9, R = 1, T = 7;$$

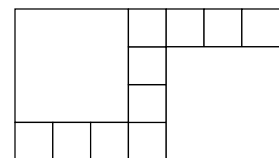
denn die Gleichungen $3 \cdot 5 \cdot 9 = 135$, $9 + 8 + 7 + 6 + 2 = 32$, $(6 + 2 + 4) : (7 - 2 - 1) = 3$ sind wahr.

Es gibt übrigens noch genau eine weitere Lösung. Sie entsteht aus der genannten durch Vertauschen von B und J . Diese Angabe und ihr Beweis werden vom Schüler nicht verlangt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)

Lösung 220514:

- a) Eine Zerlegung liegt z.B. in der Abbildung vor. Außer den beiden Quadraten der Seitenlänge 3 cm kommen 10 Quadrate vor.

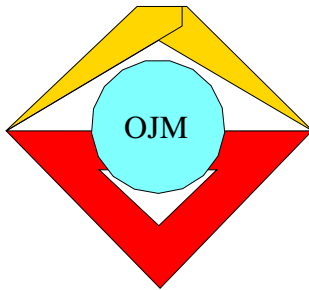


- b) Da $2 \cdot 3 > 4$ ist, können die beiden Quadrate der Seitenlänge 3 cm nicht in Richtung der Rechtecksseiten zu 4 cm nebeneinander liegen, sondern nur in Richtung der Rechtecksseiten zu 7 cm. Wegen $4 - 3 = 1$ und $7 - 2 \cdot 3 = 1$ bleibt dann neben diesen Quadraten in beiden Richtungen genau 1 cm Platz. Also müssen die anderen Quadrate, da sie möglichst groß sein sollen, alle die Seitenlänge 1 cm haben.

Wegen $4 \cdot 7 = 28$ beträgt der Flächeninhalt des Rechtecks 28 cm.

Wegen $3 \cdot 3 = 9$ hat jedes der großen Quadrate den Flächeninhalt 9 cm, beide zusammen haben also den Flächeninhalt 18 cm. Für die Quadrate von je 1 cm Seitenlänge verbleibt somit der Flächeninhalt $28 \text{ cm}^2 - 18 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$. Da jedes dieser Quadrate den Flächeninhalt 1 cm^2 hat, sind es genau 10 solcher Quadrate,

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (31)



22. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 220521:

Es gibt genau die folgenden Verteilungen der geforderten Art:

A	0	0	0	0	1	1	1	2
B	0	1	2	3	1	2	3	2
C	7	6	5	4	5	4	3	3

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 220522:

Wegen $2 \cdot 50 + 4 \cdot 30 + 6 \cdot 20 + 10 = 100 + 120 + 120 + 10 = 350$ wurden 350 cm Schnur verwendet.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 220523:

Wegen $650 - 100 = 550$ sind 550 Schüler Mitglied mindestens je einer Arbeitsgemeinschaft.

Wegen $550 - 400 = 150$ sind von diesen 550 Schülern 150 Mitglied nur in einer Sport-Arbeitsgemeinschaft.

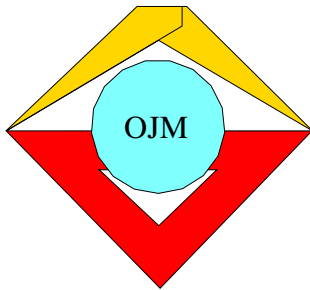
Unter den 500 Mitgliedern von Sport-Arbeitsgemeinschaften sind wegen $500 - 150 = 350$ folglich 350 Schüler auch Mitglied je einer anderen Arbeitsgemeinschaft.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 220524:

Wegen $2 \cdot 7 + 5 = 19$ kosten die 7 Bleistifte und 5 Hefte ebensoviel wie 19 Hefte. Wegen $380 : 19 = 20$ kostet ein Heft folglich 20 Pf. Wegen $2 \cdot 20 = 40$ kostet also ein Bleistift 40 Pf.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



23. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 230511:

Aus (3) und (4) folgt, dass Bernd nicht den 1. Preis errang. Da genau einer der drei Schüler einen 1. Preis erhielt, folgt dann aus (2):

Peter erhielt den 1. Preis. (5)

Wegen (1) erhielt Bernd nicht den 2. Preis; wegen (5) erhielt auch Peter nicht den 2. Preis. Daraus folgt:

Fred erhielt den 2. Preis. (6)

Da jeder der drei Schüler genau eine Auszeichnung bekam, folgt dann aus (5) und (6):

Bernd bekam das Diplom. (7)

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (25)

Lösung 230512:

Die Maßzahl des Dreiecksumfangs ergibt sich durch Addition seiner drei Seitenlängen. Nun ist die Summe dreier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen gleich dem Dreifachen der mittleren dieser drei Zahlen (denn die erste Zahl ist um 1 kleiner und die dritte um 1 größer als die mittlere Zahl).

Wegen $42 : 3 = 14$ beträgt mithin die mittlere Zahl im vorliegenden Fall 14, und die beiden anderen Zahlen betragen 13 und 15.

Die Seiten des Dreiecks, dessen Umfang 42 cm beträgt, sind also 13 cm, 14 cm und 15 cm lang. Diese drei Seitenlängen erfüllen auch die Bedingung, dass die Summe zweier Seitenlängen stets größer als die dritte Seitenlänge ist.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (25)

Lösung 230513:

Aus (5) folgt

$$c = 6.$$

Setzt man das in (2) ein, so ergibt sich $b \cdot 6 = 42$, also $b = 42 : 6$, d.h.

$$b = 7.$$

Damit folgt aus (1), dass $a + 7 + 6 = 21$, also $a = 21 - 13$, d.h.

$$a = 8$$



gilt. Aus (3) erhält man ferner $d + 6 = 70 : 7$, also $d = 10 - 6$, d.h.

$$d = 4.$$

Aus (4) erhält man daher $e : 8 = 4$, also $e = 4 \cdot 8$, d.h.

$$e = 32.$$

Aus (6) ergibt sich schließlich $8 + 7 + 6 + 4 + 32 + f = 60$, also $f = 60 - 57$, d.h.

$$f = 3.$$

Die so gefundenen Zahlen a, b, c, d, e, f sind paarweise verschieden und erfüllen (1) bis (6).

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (25)

Lösung 230514:

- a) Siehe eine der unter b) erhaltenen Einsetzungen.
- b) Wir bezeichnen die leeren Felder und die darin einzusetzenden Zahlen so mit a, b, c, d, e, f, g wie in der Abbildung angegeben.

Für jede der gesuchten Einsetzungen gilt dann:

Zeile 1:	3	+	a	-	b	=7
	·	·	+	·	·	·
Zeile 2:	c	·	d	:	e	=3
	-	·	-	·	+	·
Zeile 3:	f	+	g	-	7	=6
	=2	·	=4	·	=7	·
	1. Spalte		2. Spalte		3. Spalte	

Da in der 2. Zeile durch e dividiert wird, gilt $e \neq 0$. Aus der 3. Spalte folgt $b \cdot e = 0$, wegen $e \neq 0$ also

$$b = 0.$$

Daher ergibt sich aus der 1. Zeile

$$a = 4.$$

Aus der 3. Zeile folgt $f + g = 13$. Da f und g natürliche Zahlen sind, kommen folglich für sie nur die Zahlen $0, 1, 2, \dots, 13$ in Frage.

Nach der 1. Spalte ist $3 \cdot c = 2 + f$, also ist $2 + f$ durch 3 teilbar. Daher verbleiben nur die Möglichkeiten

$$f = 1, \quad c = 1, \quad g = 12; \tag{1}$$

$$f = 4, \quad c = 2, \quad g = 9; \tag{2}$$

$$f = 7, \quad c = 3, \quad g = 6; \tag{3}$$

$$f = 10, \quad c = 4, \quad g = 3; \tag{4}$$

$$f = 13, \quad c = 5, \quad g = 0. \tag{5}$$

Aus der 2. Spalte und $a = 4$ folgt $d - g = 0$, also $d = g$. Daher führen (1) bis (5) in der 2. Zeile auf folgende Gleichungen und Werte für e :



- (1) $1 \cdot 12 : e = 3, \quad e = 4;$
- (2) $2 \cdot 9 : e = 3, \quad e = 6;$
- (3) $3 \cdot 6 : e = 3, \quad e = 6;$
- (4) $4 \cdot 3 : e = 3, \quad e = 4;$
- (5) $5 \cdot 0 : e = 3, \quad \text{kein möglicher Wert für } e.$

Mithin können nur die folgenden Einsetzungen alle genannten Aufgaben lösen:

3	+	4	-	0	=7
·		+		·	
1	·	12	:	4	=3
-		-		+	
1	+	12	-	7	=6
=2		=4		=7	

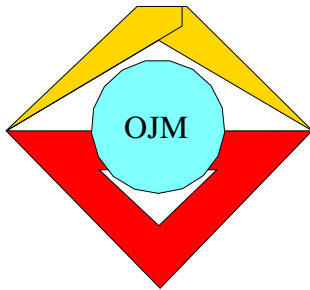
3	+	4	-	0	=7
·		+		·	
2	·	9	:	6	=3
-		-		+	
4	+	9	-	7	=6
=2		=4		=7	

3	+	4	-	0	=7
·		+		·	
2	·	9	:	6	=3
-		-		+	
4	+	9	-	7	=6
=2		=4		=7	

3	+	4	-	0	=7
·		+		·	
4	·	3	:	4	=3
-		-		+	
10	+	3	-	7	=6
=2		=4		=7	

Man bestätigt, dass bei diesen Einsetzungen alle waagerechten und alle senkrechten Aufgaben richtig gelöst sind.

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (25)



23. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 230521:

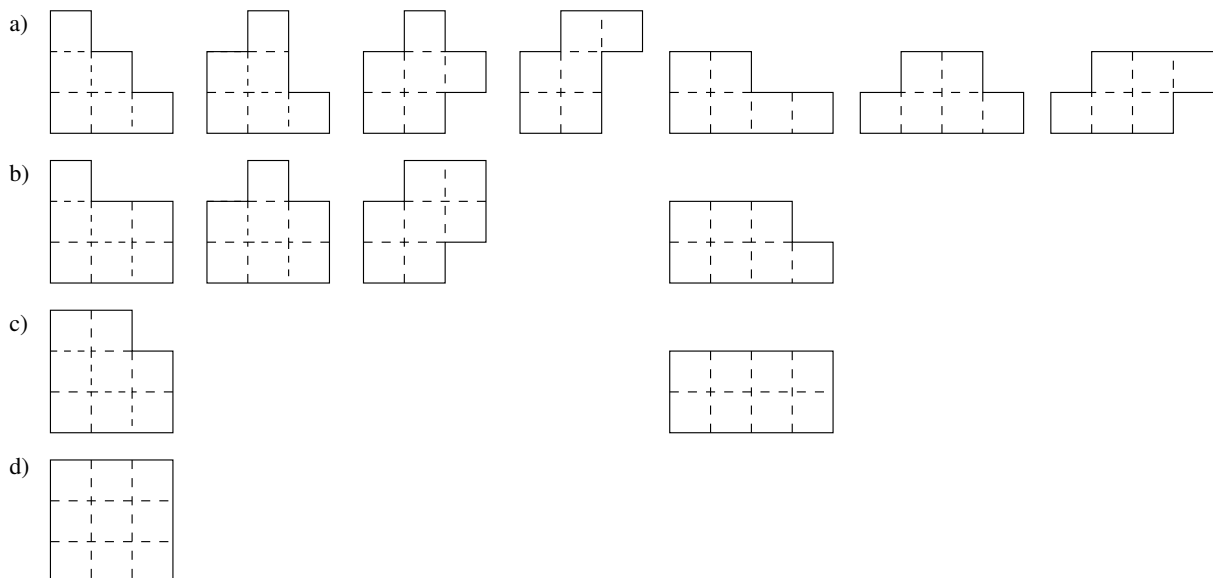
Lösungen sind z.B.:

$$\begin{aligned}
 2 &= 3 - 33 : 33 &= 3 + 3 - 3 - 3 : 3 \\
 3 &= 3 + 3 + 3 - 3 - 3 &= 3 + 33 - 33 \\
 4 &= 3 + 33 : 33 &= 3 + 3 : 3 + 3 - 3 \\
 5 &= 3 + 3 : 3 + 3 : 3 &= 3 \cdot 3 - 3 : 3 - 3 \\
 6 &= (3 \cdot 3 + 3 \cdot 3) : 3 &= 3 \cdot 3 \cdot 3 : 3 - 3 \\
 8 &= 3 + 3 + 3 - 3 : 3 &= (33 - 3 \cdot 3) : 3 \\
 9 &= 3 + 3 + 3 + 3 - 3 &= (33 + 3) : 3 - 3 \\
 10 &= 3 + 3 + 3 + 3 : 3 &= 33 : 3 - 3 : 3
 \end{aligned}$$

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (25)

Lösung 230522:

Einige mögliche Lösungen zeigt nachstehende Abbildung:



Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (25)



Lösung 230523:

Wenn Peter in 10 Minuten 3 km zurücklegt, dann legt er in 100 Minuten zehnmal soviel zurück, also 30 km.

Wenn Hans für 2 km 10 Minuten braucht, dann benötigt er für 30 km fünfzehnmal soviel, also 150 Minuten.

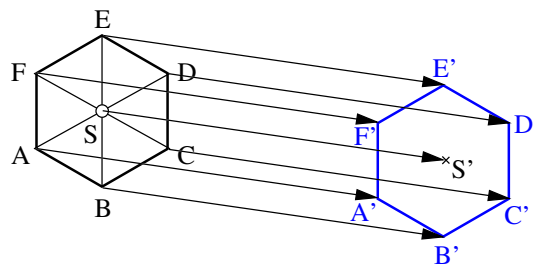
Wenn Karl für 2,5 km 10 Minuten braucht, dann benötigt er für 5 km 20 Minuten, also für 30 km 120 Minuten.

Wegen $150 - 100 = 50$ kam Hans mithin 50 Minuten später als Peter in Halle an.

Wegen $120 - 100 = 20$ kam Karl 20 Minuten später als Peter in Halle an.

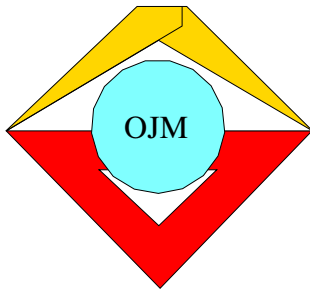
Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (25)

Lösung 230524:



Hinweis zur Korrektur: Außer den zu konstruierenden Punkten S, A', \dots, F' müssen ausreichend Konstruktionsmerkmale zu erkennen sein, die den Konstruktionsweg zeigen, z.B. Kreise zum Abtragen der Strecken AA', BB', \dots oder Parallelen (z.B. $AA' \parallel SS'$ und $S'A' \parallel SA$ zur Konstruktion von A').

Aufgeschrieben von Christiane Reiß – Quelle: (25)



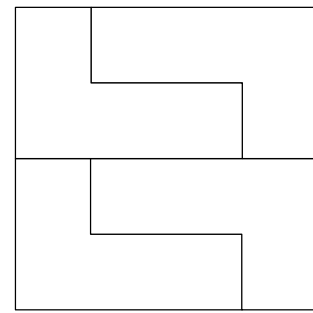
24. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 240511:

Es sind vier Flächenstücke erforderlich.

Eine Zeichnung der geforderten Art zeigt die Abbildung.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240512:

Bei der Probe multiplizierte Roland die falsche Zahl mit 36 und erhielt 756. Wegen $756 : 36 = 21$ war diese falsche Zahl 21. Der Fehler war entstanden, indem er statt einer 7 eine 1 gelesen hatte. Die richtige Zahl hätte also 27 lauten müssen. Mit dieser hätte Roland bei seiner Probe $27 \cdot 36 = 972$ erhalten. Dies war somit der gegebene Dividend.

Die Divisionsaufgabe, die Roland lösen sollte, hieß folglich $972 : 27$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240513:

Wegen $80 \cdot 80 = 6400$ beträgt der Flächeninhalt des Quadrates 6400 mm^2 . Die vier abgeschnittenen (rechtwinkligen und gleichschenkligen [diese Angaben werden vom Schüler nicht verlangt] Dreiecke ergänzen sich paarweise zu insgesamt zwei Quadraten [diese Feststellung kann der Anschauung entnommen werden] mit einer Seitenlänge von je 15 mm . Wegen $15 \cdot 15 = 225$ beträgt der Flächeninhalt eines solchen Quadrates 225 mm^2 .

Wegen $6400 - 225 - 225 = 5950$ beträgt der Flächeninhalt der schraffierten Fläche also 5950 mm^2 , das sind $59,5 \text{ cm}^2$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240514:

- (a) Für $e = 5$ und $k = 2$ gibt es genau eine Eintragung [diese Aussage wird vom Schüler nicht verlangt], die alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt; es ist die Eintragung in Abbildung L 240514 a.

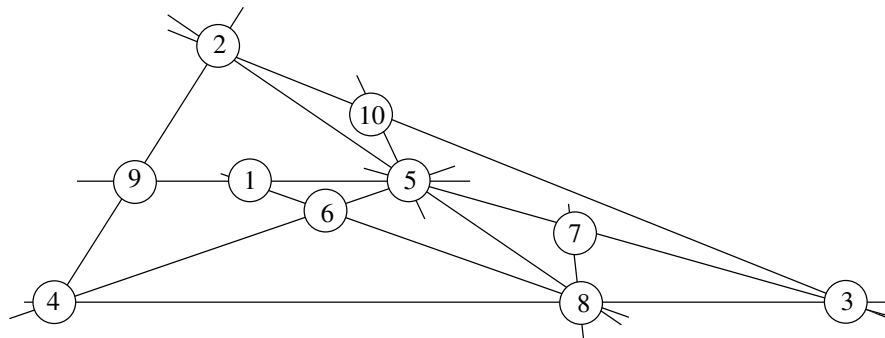


Abbildung L 240514 a

- (b) Eine weitere Eintragung, die alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt, zeigt Abbildung L 240514 b.

Hinweis zur Korrektur: Man kann sogar beweisen, daß es keine weiteren solchen Eintragungen gibt. Wird ein solcher Beweis geführt (z.B. durch vollständiges Diskutieren aller Möglichkeiten für eine oder einige der Variablen und Schlussfolgerungen jeweils auf die anderen Variablen), so ist damit auch der in (c) geforderte Nachweis erbracht.

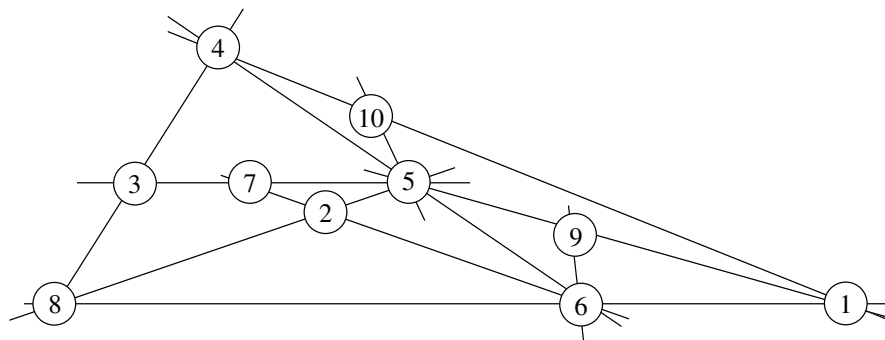
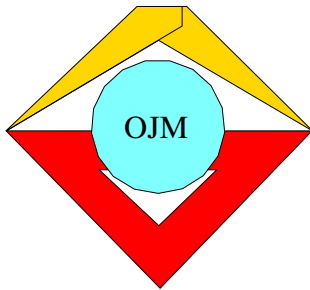


Abbildung L 240514 b

- (c) Wäre eine Eintragung mit $e = 10$ möglich, die alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt, so folgte:

Wegen $a + f + e = b + e + k = c + d + e (= e + h + g) = 15$ müßte $a + f = b + k = c + d (= h + g) = 5$ sein, also wären die Zahlen a, f, b, k, e, d, h, g sämtlich kleiner als 5. Das ist unmöglich, da es unter den Zahlen von 1 bis 10 nur vier gibt, die kleiner als 5 sind. Also kann es keine Eintragung mit $e = 10$ geben, die alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



24. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 240521:

Aus (2) und (3) folgt, daß die Volleyballspielerin weder Marion noch Petra ist. Nach (1) ist also

Ruth die Volleyballspielerin

und somit die Tischtennispielerin nicht Ruth. Nach (4) ist sie auch nicht Marion. Also ist

Petra die Tischtennispielerin.

Nochmals wegen (1) verbleibt daher für

Marion die Sportart Schwimmen.

Damit ist bewiesen, daß die Verteilung der Sportarten durch (1), (2), (3), (4) eindeutig bestimmt ist.

Hinweis zur Korrektur: Auch bei anderer Lösungsdarstellung (z.B. mit einer Tabelle) ist nur dann volle Punktzahl zu erteilen, wenn im Lösungstext ersichtlich wird, wie geschlußfolgert wurde.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240522:

Wegen $4320 : 3 = 1440$ wurden auf der ersten Maschine 1440 Teile hergestellt.

Auf der zweiten Maschine wurden 864 Teile produziert; denn es ist $4320 : 5 = 864$.

Wegen $4320 - 1440 - 864 = 2016$ und $2016 : 2 = 1008$ wurden auf der dritten und auf der vierten Maschine je 1008 Teile angefertigt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 240523:

Wegen $75^2 = 5625$ beträgt der Flächeninhalt des ursprünglichen Quadrates 5625 mm^2 .

Die beiden abgeschnittenen Dreiecke lassen sich zu einem Quadrat zusammensetzen, das die gleiche Seitenlänge wie die beiden abgeschnittenen Quadrate hat. (Diese Feststellung kann der Anschauung entnommen werden; ein Beweis wird vom Schüler nicht verlangt.) Wegen $13^2 = 169$ beträgt der Flächeninhalt eines solchen Quadrates 169 mm^2 .

Wegen $5625 - 3 \cdot 169 = 5625 - 507 = 5118$ beträgt der Flächeninhalt der schraffierten Fläche daher 5118 mm^2 , das sind $51,18 \text{ cm}^2$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 240524:

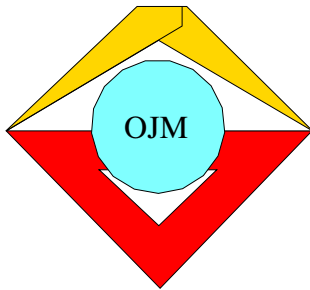
Wenn die gesuchte Zahl x lautet, so ist $10 \cdot x$ die durch Anhängen der Ziffer 0 gebildete Zahl. Die Summe beträgt folglich $11 \cdot x$; nach Peters Angabe gilt also $11 \cdot x = 3058$. Wegen $3058 : 11 = 278$ folgt hieraus $x = 278$.

Damit ist bewiesen, daß man aus Peters Angaben die von ihm als erste aufgeschriebene Zahl eindeutig ermitteln kann. Sie lautet 278.

Hinweis zur Korrektur:

1. Die volle Punktzahl ist nur zu erteilen, wenn mit der Ermittlung der gesuchten Zahl auch der Nachweis geführt wird, daß die angegebene Zahl die einzig mögliche ist.
2. Eine Probe ist für eine vollständige Lösung nicht erforderlich, da die Existenz einer Zahl mit allen geforderten Eigenschaften dem Aufgabentext entnommen werden kann.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

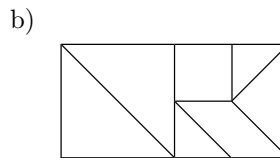
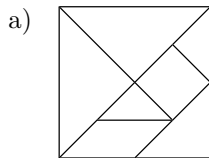


25. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 250511:

Eine mögliche Lösung ist



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 250512:

Bezeichnet man die am Spiel beteiligten Kinder mit den Zahlen 1 bis 17 und beginnt bei 1 mit dem Abzählen, so findet man durch Probieren, daß das Kind mit der Nr. 2 als Verlierer übrigbleibt. Das Probieren kann z.B. in einer Tabelle der folgenden Art geschehen:

Pionier Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
scheidet als ...ter aus	16		5	3	14	7	1	11	10	12	9	4	6	2	15	13	8

Frank Pffiffig kann also sein Ziel erreichen, indem er mit den Abzählen einen Platz vor seinem Freund Herbert Nörgel beginnt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 250513:

Wenn der erste Kunde x Schrauben kaufte, dann kaufte der zweite Kunde $x + 4$ Schrauben und der dritte Kunde $2 \cdot (x + 4)$ Schrauben.

Hierfür gilt $2 \cdot (x + 4) = 2x + 8$.

Addiert man die drei Anzahlen, so ergibt sich

$$x + x + 4 + 2x + 8 = 4x + 12,$$

also kauften die drei Kunden insgesamt $4x + 12$ Schrauben.

Da sie insgesamt 5,32 M bezahlten und jede Schraube 7 Pfennig kostete, kauften sie wegen $532 : 7 = 76$ insgesamt 76 Schrauben. Also gilt

$$\begin{aligned} 4x + 12 &= 76 \\ 4x &= 64 \\ x &= 16. \end{aligned}$$

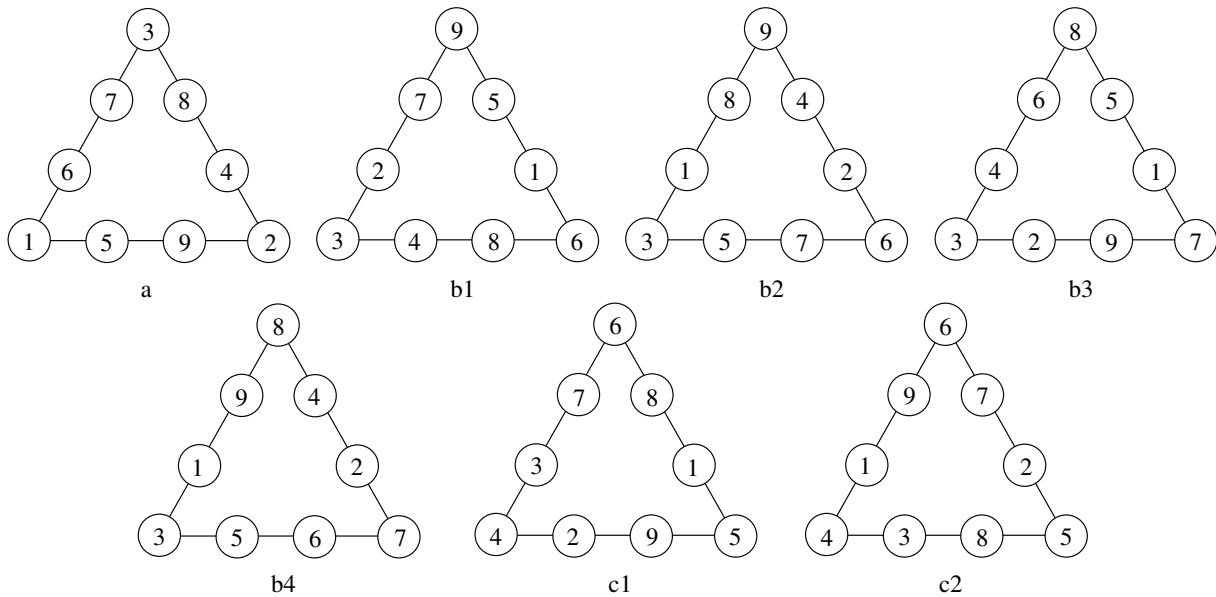


Der erste Kunde kaufte also 16 Schrauben, der zweite kaufte 4 Schrauben mehr, also 20 Schrauben, der dritte kaufte doppelt so viele, also 40 Schrauben. Wegen $40 \cdot 7 = 280$ bezahlte er hierfür 2,80 M.

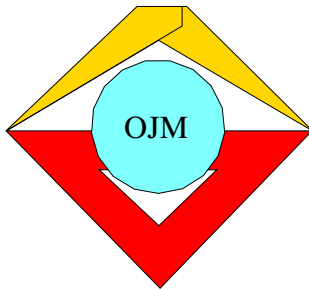
Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 250514:

Abbildung a zeigt eine Lösung der Aufgabe a); die Abbildungen b 1, 2, 3, 4 zeigen vier Lösungen von Aufgabe b); die Abbildungen c 1, 2 zeigen zwei Lösungen der Aufgabe c), für jede Dreiecksseite beträgt die Summe in diesen beiden Lösungen 20.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



25. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 250521:

- a) In einem (4×4) -Felderbrett sind insgesamt $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ Quadrate enthalten.
- b) In einem (5×5) -Felderbrett sind insgesamt $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$ Quadrate enthalten.
- c) In einem (8×8) -Felderbrett sind insgesamt $64 + 49 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 204$ Quadrate enthalten.

Hinweis zur Korrektur: Die angedeuteten Rechenwege werden vom Schüler nicht verlangt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 250522:

Als ersten begrüßt Franz Freundlich denjenigen Kollegen, der als erster nach 8.00 Uhr in Knobelhausen abgefahren ist; als letzten denjenigen, der als letzter vor 12.00 Uhr in Knobelhausen abfährt. Also begrüßt er alle diejenigen Kollegen, die zu einer der folgenden Zeiten in Knobelhausen abfahren:

8.10 Uhr,	8.25 Uhr,	8.40 Uhr,	8.55 Uhr,
9.10 Uhr,	9.25 Uhr,	9.40 Uhr,	9.55 Uhr,
10.10 Uhr,	10.25 Uhr,	10.40 Uhr,	10.55 Uhr,
11.10 Uhr,	11.25 Uhr,	11.40 Uhr,	11.55 Uhr.

Das sind insgesamt 16 Kollegen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 250523:

- a) Die folgenden Verteilungen erfüllen die Bedingungen (1) und (2):

0 3 0	1 2 1	2 1 2	3 0 3
3 3	2 2	1 1	0 0
0 3 0	1 2 1	2 1 2	3 0 3

- b) Für jede Verteilung der geforderten Art gilt: Wenn auf einer Ecke genau x Damesteine liegen, dann nach (1) auf jeder Ecke. Wenn ferner auf einer Seite außer den $2 \cdot x$ Damesteinen, die auf beiden Endpunkten liegen, noch genau y Damesteine vorhanden sind, dann gilt das nach (2) auf jeder Seite mit derselben Anzahl y .



Daher sind insgesamt $4 \cdot x + 4 \cdot y$ Damesteine verteilt, also ist

$$4 \cdot x + 4 \cdot y = 12,$$

$$4 \cdot (x + y) = 12,$$

$$x + y = 3.$$

Dies kann aber mit den Anzahlen x und y nur durch

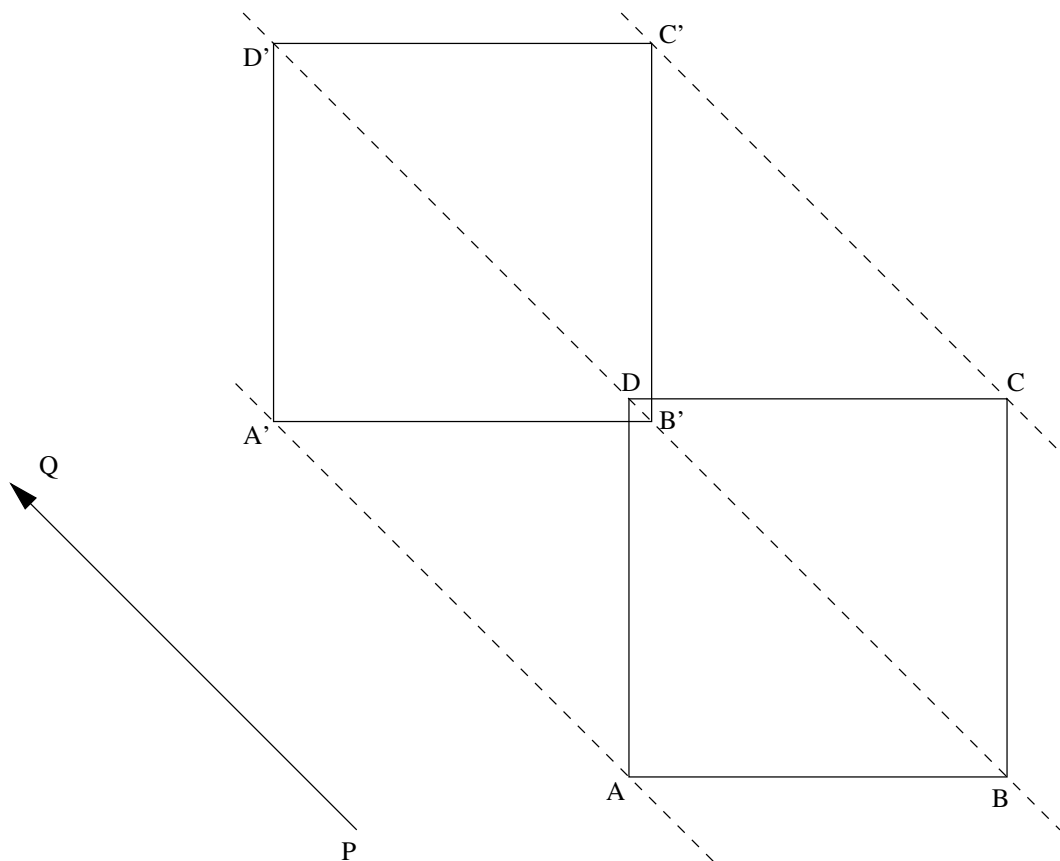
$$0 + 3 = 3, 1 + 2 = 3, 2 + 1 = 3 \text{ oder } 3 + 0 = 3$$

erfüllt werden. Daher kann es nur die vier in a) genannten Verteilungen geben.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

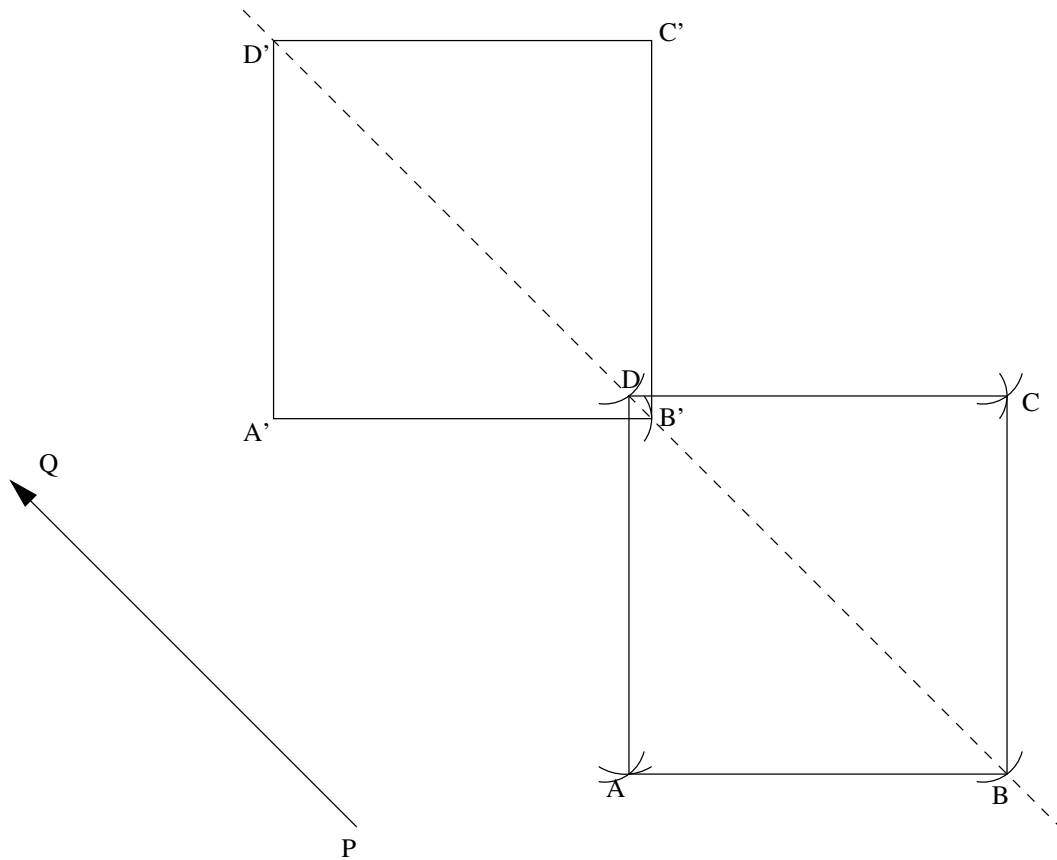
Lösung 250524:

a)

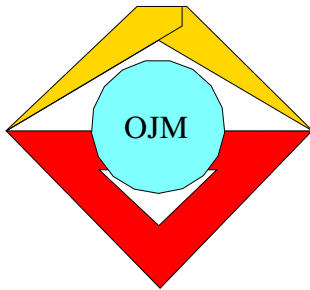




b)



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



26. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 260511:

Aus Grits Feststellung folgt:

- (1) Grits Bluse ist nicht gelb.
- (2) Regina hat nicht die rote Bluse an.
- (3) Beate trägt nicht die blaue Bluse.

Da das Mädchen mit der roten Bluse nicht Grit ist (denn es hatte Grits Feststellung noch nicht bemerkt), folgt:

- (4) Grits Bluse ist nicht rot.

Aus (1) und (4) folgt, daß Grit die blaue Bluse trägt. Dann aber muß wegen (2) Regina die gelbe Bluse anhaben. Daraus folgt weiter, daß Beate die rote Bluse trägt.

Hinweis: Um bei einer derartigen Aufgabe die Lösung zu finden, kann man eine Tabelle verwenden, in der man die geforderten Bedingungen sowie Folgerungen aus diesen Bedingungen übersichtlich festhält. Man kürzt z.B. die Mädchennamen mit G , R , B und die Blusenfarben mit g , r , b ab. Die Folgerung, daß Grit keine gelbe Bluse trägt, kann man dadurch kennzeichnen, daß man in das Feld (G,g) ein "-" einträgt.

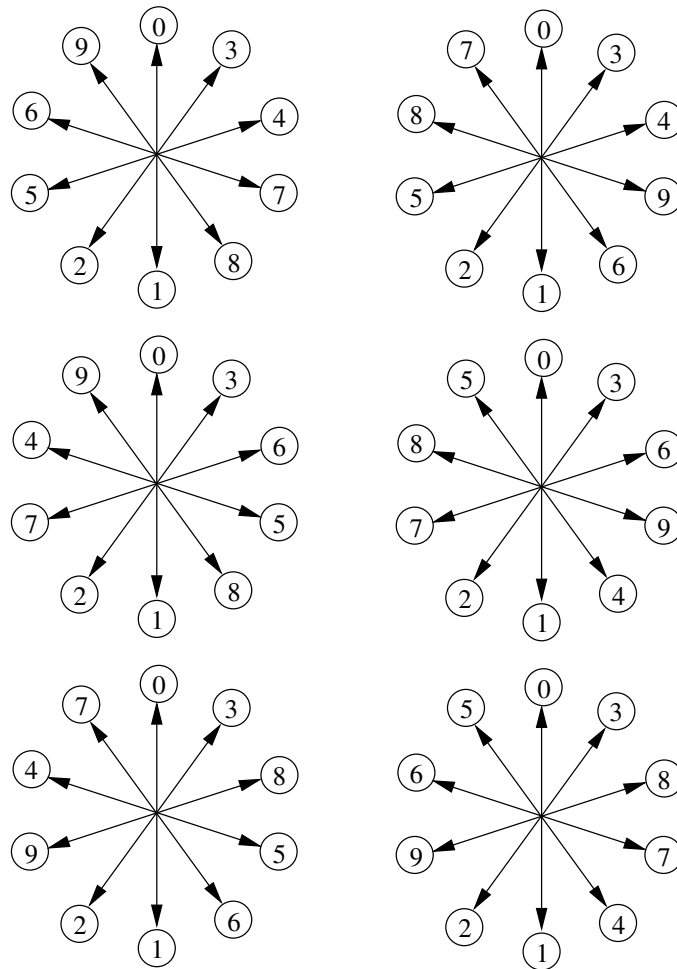
Aus den geforderten Bedingungen folgt weiterhin, daß auch in den Feldern (B,b) , (R,r) und (G,g) ein "-" stehen muß. Die Folgerung, daß ein bestimmtes Mädchen eine bestimmte Bluse tragen muß, kann man durch ein "+" im entsprechenden Feld kennzeichnen. Da jedes der drei Mädchen genau eine der drei Blusen trägt, muß schließlich in jeder Zeile und in jeder Spalte unserer Tabelle genau ein "+" stehen. Dies ermöglicht ein Ausfüllen der noch leeren Felder: im Feld (G,b) und im Feld (B,r) muß ein "+" stehen; folglich muß im Feld (R,b) und im Feld (B,g) ein "-" und danach im Feld (R,g) ein "+" stehen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 260512:

- a) Jede der Eintragungen in der Abbildung ist eine Eintragung der geforderten Art. (Man kann auch zeigen, daß es keine weiteren derartigen Eintragungen gibt.)

Als vollständige Lösung zu a) gilt eine dieser Eintragungen.



- b) Man erhält z.B. aus der Lösung von a) eine Lösung von b), wenn man zu jeder Zahl der Figur 10 addiert.
- c) Indem man in der Lösung von a) zu jeder Zahl der Figur die Zahl n addiert, erhält man eine mögliche Lösung der Aufgabe.
- d) Bei dem in c) beschriebenen Vorgehen vergrößern sich jeweils beide in Aufgabe a) betrachtete Summen um den gleichen Wert, und zwar um das Doppelte von n . Die Gleichheit der beiden Summen bleibt somit bei dieser Veränderung erhalten. Aus einer jeden Lösung von a) ergibt sich so bei der Veränderung eine Lösung von c).

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 260513:

Hätte jedes von Holgers Tieren nur zwei Beine, so wären es wegen $24 \cdot 2 = 48$ zusammen genau 48 Beine. Nach Holgers Angaben und wegen $62 - 48 = 14$ sind es aber 14 Beine mehr als 48.

Da Tauben nur zwei Beine besitzen, können diese 14 Beine nur zu den Kaninchen gehören. Zwei Beine eines jeden Kaninchen wurden schon bei den 48 Beinen mitgezählt. Die zwei restlichen Beine eines jeden Kaninchens müssen zusammengezählt 14 Beine ergeben. Also können Holgers Angaben nur dann zutreffen, wenn er 7 Kaninchen und 17 Tauben besitzt, da $14 : 2 = 7$ und $24 - 7 = 17$ ist.

Zur Probe kann man bestätigen, daß Holgers Angaben mit diesen Zahlen zutreffen (daß sie also erfüllbar



sind, was jedoch dem Aufgabentext entnommen werden konnte): Es sind 7 Kaninchen und 17 Tauben wegen $7 + 17 = 24$ zusammen 24 Tiere; wegen $7 \cdot 4 = 28$, $17 \cdot 2 = 34$ und $28 + 34 = 62$ haben sie zusammen 62 Beine.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 260514:

Klaus Knobler kann folgendermaßen überlegen:

Angenommen, zu Beginn haben in der oberen Reihe außer den a Streichhölzern noch weitere b Hölzer gelegen. Dann lagen also anfangs in der oberen bzw. unteren Reihe

$$\begin{aligned} a + b \\ a + b - 1 \end{aligned}$$

Hölzer. Nach Ausführen von (1) liegen in der oberen bzw. unteren Reihe

$$\begin{aligned} b \\ a + b - 1 \end{aligned}$$

Hölzer. Nach Ausführen von (2) liegen in der oberen bzw. unteren Reihe

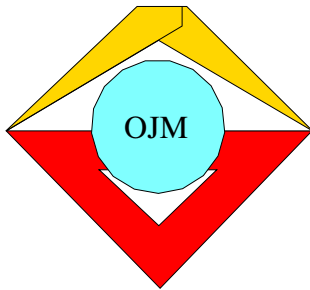
$$\begin{aligned} b \\ a - 1 \end{aligned}$$

Hölzer. Schließlich verbleiben nach Ausführen von (3) noch

$$a - 1$$

Hölzer auf dem Tisch. Klaus Knobler braucht also nur den Vorgänger der von ihm bei (1) genannten Zahl a zu bilden und als Anzahl der auf dem Tisch verbliebenen Streichhölzer anzugeben.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



26. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 260521:

Aus (2) und (4) folgt, daß Kerstin nicht aus Dresden, aber auch nicht aus Schwerin sein kann. Wegen (1) und (2) ist Kerstin auch nicht aus Berlin, also folgt:

(5) Kerstin kommt aus Halle.

Aus (1) und (2) folgt, daß Andreas nicht aus Berlin, aber auch nicht aus Dresden kommt. Daraus und wegen (5) folgt:

(6) Andreas kommt aus Schwerin.

Aus (3), (5) und (6) ergibt sich:

(7) Dirk kommt aus Dresden.

Weiter folgt:

(8) Britta kommt aus Berlin.

Aus (1) und (8) ergibt sich:

Andreas und Britta nahmen schon im Vorjahr an der DDR-Olympiade teil.

Hinweis zur Korrektur: Auch bei anderen Lösungsmöglichkeiten (z.B. mit Hilfe einer Tabelle) ist nur dann die volle Punktzahl zu erteilen, wenn aus der Lösungsdarstellung ersichtlich ist, wie geschlußfolgert wurde. Andernfalls sind anteilige Punkte in angemessenem Umfang zu vergeben.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 260522:

a) Es gibt genau sechs derartige Anordnungen für die drei roten Spielmarken, und zwar:

(1) ○ ○ ○

(4) ○ ○ ○

(2) ○ ○ ○

(5) ○ ○ ○

(3) ○ ○ ○

(6) ○ ○ ○



- b) Ebenso wie für die drei roten Spielmarken gibt es genau sechs Anordnungsmöglichkeiten für die drei blauen Spielmarken. Da die Farben sich abwechseln sollen und sich jede Anordnung der roten Spielmarken mit jeder Anordnung der blauen Spielmarken zu einer neuen Reihe vereinigen läßt, gibt es wegen $6 \cdot 6 = 36$ insgesamt 36 Anordnungen, die mit einer roten Spielmarke beginnen, und ebensoviele Anordnungen, die mit einer blauen Spielmarke beginnen. Folglich gibt es insgesamt 72 unterschiedliche Anordnungen der geforderten Art für die drei roten und die drei blauen Spielmarken.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 260523:

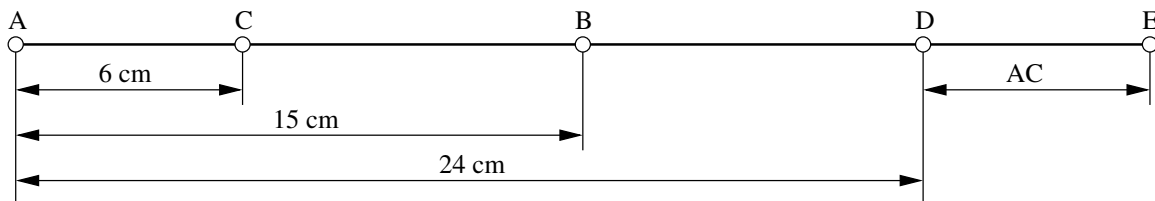
Aus der Forderung $4 \cdot \overline{AC} = \overline{AD}$ folgt, daß C auf dem genannten Strahl näher bei A liegen muß als D . Wegen der Forderung $\overline{CB} = \overline{BD}$ muß B der Mittelpunkt der Strecke CD sein.

Verlängert man AD über D hinaus nochmals um die Länge \overline{AC} bis zu einem Punkt E , so ist folglich B auch der Mittelpunkt der Strecke AE . Wegen $\overline{AB} = 15$ cm ergibt sich somit $\overline{AE} = 30$ cm. Andererseits folgt

$$\begin{aligned} \overline{AE} &= \overline{AD} + \overline{DE} \\ &= 4 \cdot \overline{AC} + \overline{AC} \\ &= 5 \cdot \overline{AC}. \end{aligned}$$

Wegen $30 : 5 = 6$ und $4 \cdot 6 = 24$ muß daher $\overline{AC} = 6$ cm und $\overline{AD} = 24$ cm gewählt werden.

Die Abbildung zeigt die verlangte Zeichnung (aus technischen Gründen in verkleinertem Maßstab; das Einzeichnen von E und von Maßpfeilen wird nicht vom Schüler verlangt).



Anderer Lösungsweg:

Wie oben erhält man, daß C näher bei A liegt als D und daß B der Mittelpunkt der Strecke CD ist. Daher ist \overline{AC} eine Länge, die kleiner als \overline{AB} ist. Durch probeweises Berechnen von \overline{AD} zu verschiedenen Möglichkeiten für \overline{AC} (Erfüllung der Forderung $\overline{CB} = \overline{BD}$) erhält man, daß auch die Forderung $4 \cdot \overline{AC} = \overline{AD}$ erfüllt wird, wenn man $\overline{AC} = 6$ cm wählt (siehe die folgende Tabelle). Zeichnung wie in obiger Abbildung (ohne E).

\overline{AC}	Abstand von C bis B , also auch Verlängerung von AB bis D	\overline{AD}
...
4 cm	11 cm	26 cm
5 cm	10 cm	25 cm
6 cm	9 cm	24 cm
7 cm	8 cm	23 cm
...

Hinweis zur Korrektur: Der 1. Lösungsweg verzichtet auf die Probe (den Schluß, daß mit $\overline{AC} = 6$ cm, $\overline{AD} = 24$ cm die Forderungen der Aufgabe erfüllt werden), der 2. Lösungsweg auf den Nachweis, daß es nur diese Lösung gibt. Beides ist als Lösung ausreichend.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 260524:

- a) Wählt man zum Beispiel die Augenzahlen 3 und 5, dann führt die Ausführung der Schritte (1) bis (4) zu folgenden Ergebnissen:

- (1) $2 \cdot 3 = 6$,
- (2) $6 + 5 = 11$,
- (3) $11 \cdot 5 = 55$,
- (4) $55 + 5 = 60$.

Wenn man von 60 die Zahl 25 subtrahiert, erhält man wie behauptet mit 35 eine Zahl, deren eine Ziffer die Augenzahl des einen und deren andere Ziffer die Augenzahl des anderen Würfels angibt.

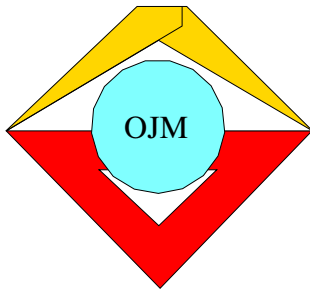
- b) Für jeden möglichen Wurf sind die mit zwei Würfeln geworfenen Augenzahlen zwei natürliche Zahlen a und b , für die $1 \leq a \leq 6$ und $1 \leq b \leq 6$ gilt. Damit führt die Ausführung der Schritte (1) bis (4) zu folgenden Ergebnissen:

- (1) $2 \cdot a$,
- (2) $2 \cdot a + 5$,
- (3) $5 \cdot (2 \cdot a + 5) = 10 \cdot a + 25$,
- (4) $10 \cdot a + 25 + b$.

Wenn man von $10 \cdot a + 25 + b$ die Zahl 25 subtrahiert, so erhält man wie behauptet mit $10 \cdot a + b$ diejenige Zahl, deren eine Ziffer a die Augenzahl des einen und deren andere Ziffer b die Augenzahl des anderen Würfels angibt.

Hinweis: Als möglicher (wenn auch umständlicher) Lösungsweg ist auch das Ausführen der Rechenschritte (1) bis (4) für alle 36 möglichen Würfe zu akzeptieren.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



27. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 270511:

Siehe Abbildungen a bis e

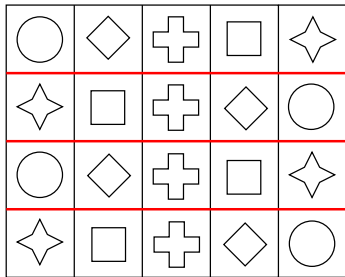


Abbildung a

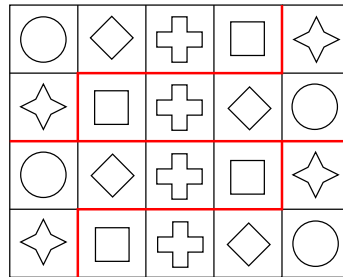


Abbildung b

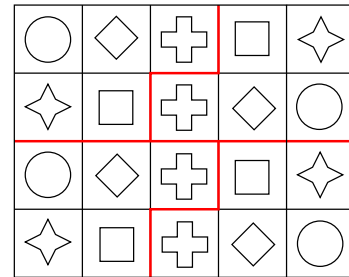


Abbildung c

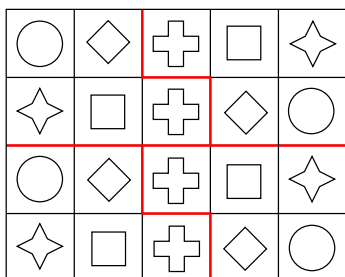


Abbildung d

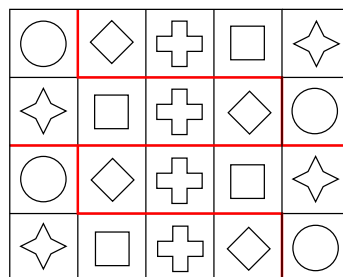


Abbildung e

Hinweis: Durch systematisches Erfassen der Zerlegungen kann man feststellen, daß es keine weiteren gibt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 270512:

Da die größere Teilstrecke genau 47mal so lang sein soll wie die kleinere, müssen genau 48 solcher kleinen Teile zusammengesetzt eine Strecke ergeben, die genau so lang ist wie die ganze Strecke.

Wegen $240 : 48 = 5$ muß also die kleinere Teilstrecke 5 mm lang sein, und wegen $240 - 5 = 235$ muß die größere Teilstrecke 235 mm lang sein.

Hinweis: Eine Überprüfung (im Aufgabentext nicht gefordert) zeigt, daß diese beiden Längen alle Forderungen erfüllen: Es gilt $5 + 235 = 240$ und $5 \cdot 47 = 235$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 270513:

Alle derartigen Rechtecke sind

$$ABHG, ABLK, ACFD, BCJH, BCML, DELK, DFJG, EFML, GJMK.$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 270514:

Es gibt zu a) und b) jeweils mehrere Lösungen, z.B.

- a) $J, M, L, K, J, H, A, B, C, B, L, D, C, D, M, F, D, E, F, G, H, B, K, H, G, F, J,$
- b) $U, V, U, W, V, X, W, Y, X, P, O, V, P, Y, Q, P, Q, R, S, T, R, Z, T, U, T, W, Z, Y, R, Q.$

Für alle Lösungen gelten die Aussagen zu c).

- c) Jeder Zug bei a) endet im gewählten Anfangspunkt. (Man sagt dafür auch: Der Zug ist ein "geschlossener Weg". Dabei kann jeder Punkt Anfangs- und damit auch Endpunkt sein.)

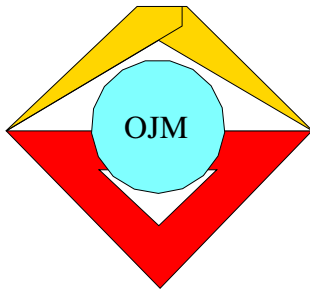
Die Züge bei b) beginnen alle entweder im Punkt U oder im Punkt Q und enden je nachdem im Punkt Q oder im Punkt U . Anfangs- und Endpunkt fallen also bei b) nicht zusammen, es handelt sich um einen "offenen Weg".

Hinweis: Es gibt Merkmale, an denen man von vornherein erkennen kann, ob sich eine Figur in einem Zuge zeichnen läßt und ob dabei der durchlaufene Weg geschlossen oder offen ist. Man betrachtet dazu die Punkte der Figur und unterscheidet bei ihnen *gerade* und *ungerade* Punkte, je nachdem, ob sich in ihnen eine gerade oder eine ungerade Anzahl von Linien trifft.

Die folgenden Aussagen lassen sich beweisen:

- (1) Jede Figur *ohne* ungerade Punkte läßt sich in einem Zug zeichnen. Dabei kann jeder ihrer Punkte als Anfangspunkt gewählt werden und ist dann auch Endpunkt. Eine Figur kann, falls überhaupt, nur eine gerade Anzahl ungerader Punkte haben.
- (2a) Hat sie genau zwei ungerade Punkte, so läßt sie sich in einem Zuge zeichnen, sofern einer der beiden ungeraden Punkte als Anfangspunkt gewählt wird; der andere ungerade Punkt ist dann Endpunkt.
- (2b) Besitzt die Figur mehr als zwei ungerade Punkte, kann sie *nicht* in einem Zug gezeichnet werden.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



27. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 270521:

Die Reihenfolge lautet:

Kerstin, Steffen, Maik, Beate, Anja.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 270522:

(Die geforderte Angabe der Reiserouten kann in zeichnerischer Darstellung oder durch die Angabe der jeweils zu wählenden Reihenfolge der Städte erfolgen. Ein Beispiel für eine vollständige Angabe ist etwa:)

$MBNSM, MBSNM, MNBSM, MNSBM, MSBNM, MSNBM.$

Die Anzahl der Reiserouten beträgt 6.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 270523:

Die Anzahl der Teilnehmer war eine der Zahlen 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29. Genau ein Achtel davon erhielt einen ersten Preis, also war die Anzahl durch 8 teilbar.

Daraus folgt eindeutig: Die Anzahl der Teilnehmer war 24.

Wegen $24 : 2 = 12$ erhielten genau 12 Teilnehmer einen Preis.

Wegen $24 : 8 = 3$ erhielten genau 3 Teilnehmer einen ersten Preis.

Wegen $24 : 6 = 4$ erhielten genau 4 Teilnehmer einen zweiten Preis.

Wegen $12 - 3 - 4 = 5$ erhielten genau 5 Teilnehmer einen dritten Preis.

Hinweis zur Korrektur: Eine Probe ist zu einer vollständigen Lösung nicht erforderlich, da die Existenz der gesuchten Anzahlen dem Aufgabentext entnommen werden kann. Laut Aufgabentext soll jedoch der Schüler angeben, wie er zur Eindeutigkeit dieser Anzahlen kommt. Neben dem obigen "Standard"-Vorgehen (Ausgehen von den Angaben des Aufgabentextes) gibt es auch *andere Möglichkeiten* einer vollständigen Lösung, .z.B. Angabe der Anzahlen (24; 3; 4; 5) und Widerlegen der Fälle "weniger als drei", "mehr als drei" erste Preise. Ein solches Ausscheiden von Fällen darf dann allerdings zu einer vollständigen Lösung nicht fehlen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 270524:

Aus den Angaben ergibt sich durch Vergleich der Reihen I und II:

Ein mittelgroßer Topf faßt genausoviel wie drei kleine Töpfe.

Durch Vergleich der Reihen II und III ergibt sich:

Ein großer Topf faßt genausoviel wie sechs kleine Töpfe.

Wegen $4 \cdot 3 + 2 \cdot 6 = 24$ folgt damit:

Die Reihe III faßt genausoviel wie 24 kleine Töpfe. Da Reihe III genau 24 Liter faßt, ergibt sich:

Jeder kleine Topf faßt genau 1 Liter, jeder mittelgroße Topf faßt genau 3 Liter, jeder große Topf faßt genau 6 Liter.

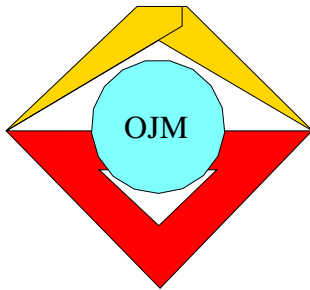
Die Überprüfung der Reihen ergibt mit diesen Fassungsvermögen folgende Literzahlen:

$$\text{Reihe I: } 3 + 5 \cdot 3 + 6 = 24,$$

$$\text{Reihe II: } 6 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 6 = 24,$$

$$\text{Reihe III: } 4 \cdot 3 + 2 \cdot 6 = 24.$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



28. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 280511:

10	14	15
17	9	13
12	16	11

Eine mögliche Eintragung, die die Bedingungen der Aufgabe erfüllt, zeigt die Abbildung. Es gibt noch weitere derartige Eintragungen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 280512:

- a) Die gesuchten Zahlen sind 123, 132, 213, 231, 312 und 321.
- b) Die zusätzlich zu den in a) schon aufgezählten Zahlen noch zu bildenden Zahlen sind:
- 111, 112, 113, 121, 122, 131, 133,
211, 212, 221, 222, 223, 232, 233,
311, 313, 322, 323, 331, 332, 333.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 280513:

Wegen $132 - 12 = 120$ beträgt die Gesamtmasse des Inhalts der vier Kisten 120 kg.

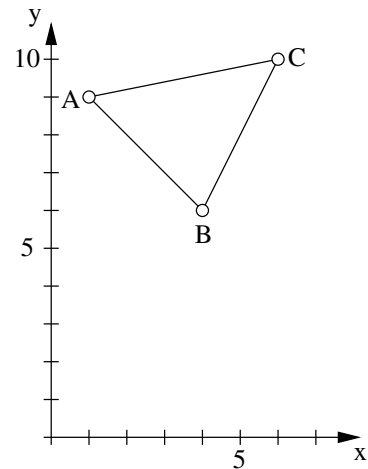
Folglich beträgt wegen $120 : 4 = 30$ die Masse des Inhalts je einer Kiste 30 kg.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

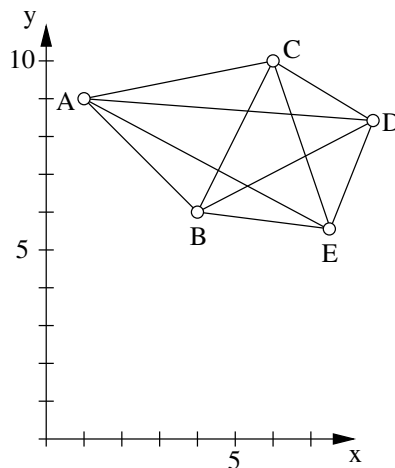


Lösung 280514:

a) Es gibt genau 3 solcher Verbindungsstrecken.



b) Eine mögliche Lage der Punkte D und E , bei der die geforderten Bedingungen erfüllt sind, zeigt die Abbildung. Es gibt genau 10 solcher Verbindungsstrecken.



c) Eine mögliche Überlegung dafür, daß es bei der geforderten Lage der Punkte A, B, C, D, E genau 10 Verbindungsstrecken gibt, wäre: Von A aus lassen sich genau 4 Strecken zu den von A verschiedenen Punkten zeichnen, von B aus dann noch genau 3 Strecken zu den von A und von B verschiedenen Punkten, von C aus noch genau 2 Strecken zu den von A, B und C verschiedenen Punkten und von D aus noch genau eine Strecke zu dem von A, B, C und D verschiedenen Punkt E . Das sind wegen $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ insgesamt genau 10 Strecken.

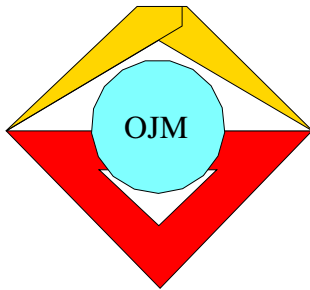
Eine andere Überlegung wäre: Jeder Punkt läßt sich durch Strecken mit genau vier anderen Punkten verbinden. Das ergibt für die fünf Punkte wegen $4 \cdot 5 = 20$ dann 20 Strecken, wenn man jede Strecke doppelt zählt (also nicht berücksichtigt, daß z.B. die Strecke AB gleich der Strecke BA ist). Tatsächlich sind es wegen $20 : 2 = 10$ genau 10 Strecken, die sich auf die geforderte Weise einzeichnen lassen.

d) Durch entsprechende Überlegungen wie in c) erhält man, daß es unter den angeführten Bedingungen wegen

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$$

(bzw. wegen $9 \cdot 10 = 90$ und $90 : 2 = 45$) genau 45 Strecken gibt, die die zehn Punkte auf die geforderte Weise miteinander verbinden.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



28. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 280521:

- a) Wegen $135 : 3 = 45$ und $135 + 45 = 180$ stehen in der Gaststätte insgesamt 180 Plätze zur Verfügung.
- b) Wegen $45 \cdot 2 = 90$ und $180 + 90 = 270$ umfaßt das Platzangebot der Gaststätte im Sommer 270 Plätze.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 280522:

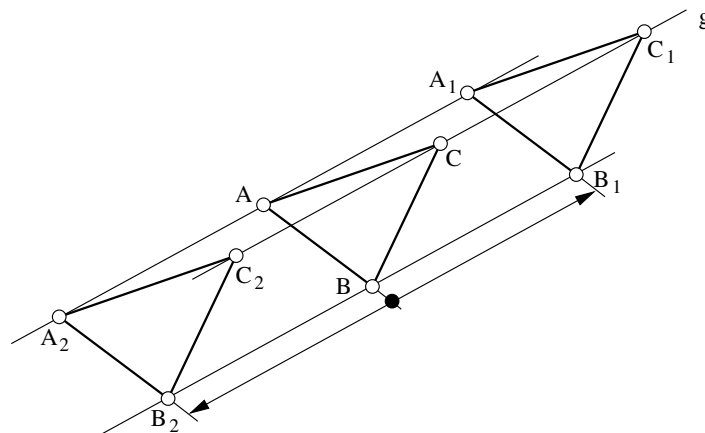
Wegen $2 \cdot 45 = 90$ benötigt man in Längsrichtung 90 cm Klebeband, wegen $4 \cdot 30 = 120$ in Breitenrichtung 120 cm und wegen $6 \cdot 25 = 150$ in Höhenrichtung 150 cm, wenn sich die Klebestreifen nicht überlappen.

Wegen $90 + 120 + 150 = 360$ benötigt man unter Berücksichtigung der für die Überlappung der Klebestreifen benötigten 10 cm Klebeband insgesamt 370 cm Klebeband. Das sind 3,70 m.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 280523:

- a) Die Abbildung zeigt ein Beispiel der geforderten Zeichnung von g und $\triangle ABC$.
- b) Es gibt genau zwei solcher Verschiebungen. Verschiebungspfeile hierzu sind in der Abbildung gezeichnet.
- c) Die Bilder $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ des Dreiecks ABC bei den beiden in b) genannten Verschiebungen sind ebenfalls in der Abbildung konstruiert.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 280524:

- a) Steffen hat nicht recht; denn werden 4 Kugeln herausgeholt, so besteht auch die Möglichkeit, daß dies 4 gelbe Kugeln sind, also keine grüne Kugel dabei ist.

Also muß man mindestens 5 Kugeln herausholen, um das Gewünschte zu sichern. Dies reicht aber auch; denn unter 5 herausgeholt Kugeln können nicht nur gelbe sein (da es nur 4 gelbe gibt), und es können nicht nur grüne sein (da es nur 3 grüne gibt). Kerstin hat also recht.

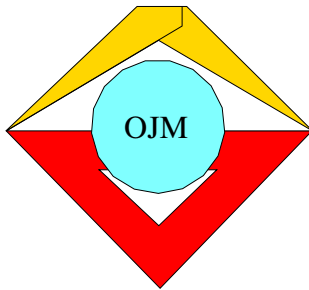
- b) 22 Kugeln reichen nicht aus; denn diese können 5 rote, 5 blaue, 5 schwarze, 5 weiße Kugeln und die beiden grünen sein, und dann haben keine 6 dieser Kugeln einander gleiche Farbe.

Also muß man mindestens 23 Kugeln herausnehmen, um das Gewünschte zu erreichen.

Das reicht aber auch; denn wären unter den herausgeholt Kugeln keine 6 von einander gleicher Farbe, so wären dabei höchstens 5 rote, 5 blaue, 5 schwarze, 5 weiße Kugeln und höchstens 2 grüne (da es nicht mehr grüne gibt). Dann wären aber höchstens 22 Kugeln herausgeholt worden, im Widerspruch zu der Voraussetzung, daß 23 Kugeln herausgeholt wurden.

Bemerkung: Die Überlegungen lassen sich auch vermittels (jeweils) eines Aufsuchen des ungünstigsten Falles formulieren.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



29. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 290511:

Wegen $55 - 35 = 20$ benötigt Kerstin zum Erreichen ihres Zieles noch genau 20 Mark. Da sie in jedem Monat 5 Mark sparen will, braucht sie wegen $20 : 5 = 4$ noch genau 4 Monate dazu. Der vierte Monat nach dem April ist der August. Die gewünschten 55 Mark werden also erstmals am Ende des Monats August in der Sparsbüchse sein.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 290512:

Zwei solche Zahlen sind 14 und 32; denn es gilt $14 + 32 + 1432 = 1478$.

Hinweis: Zum Auffinden solcher Zahlen und zum Einzigkeitsnachweis kann man kommen, indem man die Aufgabe als Kryptogramm

$$\begin{array}{r}
 y \\
 + u v \\
 + x y u v \\
 \hline
 1\ 4\ 7\ 8
 \end{array}$$

schreibt und dann folgendermaßen überlegt: Da in der Einerstelle entweder $y + 2v = 8$ oder $y + 2v = 18$ gelten soll, muß y eine gerade Zahl sein. Also muß die 4 in der Hunderterstelle der Summe ohne Übertrag von der Zehnerstelle aus $y = 4$ entstanden sein.

An der Tausenderstelle erkennt man ferner $x = 1$. Weiter folgt: in der Einerstelle kann nicht $4 + 2v = 18$ gelten; denn dann erhielte man in der Zehnerstelle $1 + 2u + 1$, also eine gerade Zahl. Somit muß $4 + 2v = 8$ und daher $v = 2$ gelten. In der Zehnerstelle folgt somit ohne Übertrag aus der Einerstelle, $1 + 2u = 7$ und daher $u = 3$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 290513:

5		5		4	
4	2		3		1
3		2		1	
2	1		1		0
1		1		0	
	a	b	c	d	e

Die Anzahl aller genannten Wege ist 9. Man kann sie finden, indem man in jedes (weiße) Feld die Anzahl aller derjenigen Wege einträgt, auf denen dieses Feld von b_1 aus erreichbar ist, und dabei der Reihe nach die Felder der Zeilen 1, 2, 3, 4, 5 abarbeitet:

Das Feld b_1 erhält die Anzahl 1, das Feld d_1 die Anzahl 0.

In jedes weitere Feld wird die Summe der (höchstens zwei) Anzahlen eingetragen, die schräg unter diesem Feld liegen, denn genau aus solchen Feldern führen alle Wege auf das betrachtete Feld. So kommt man zu den Eintragungen in



der Abbildung und damit wegen $5 + 4 = 9$ zur gesuchten Anzahl 9 aller genannten Wege.

Hinweis: Man kann auch (obwohl das nicht verlangt ist) die Wege selbst angeben. Sie lauten:

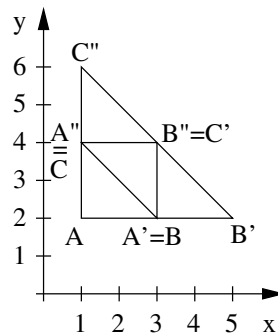
- $b1, a2, b3, a4, b5,$
- $b1, a2, b3, c4, b5,$
- $b1, a2, b3, c4, d5,$
- $b1, c2, b3, a4, b5,$
- $b1, c2, b3, c4, b5,$
- $b1, c2, b3, c4, d5,$
- $b1, c2, d3, c4, b5,$
- $b1, c2, d3, c4, d5,$
- $b1, c2, d3, e4, d5.$

Zur Beschreibung, wie sie zu finden sind, kann man angeben, daß von jedem weißen Feld des linken oder rechten Randes aus genau eine Fortsetzung möglich ist, von den anderen Feldern der Zellen 1 bis 4 aber je genau zwei Fortsetzungen möglich sind (nach links oben und nach rechts oben).

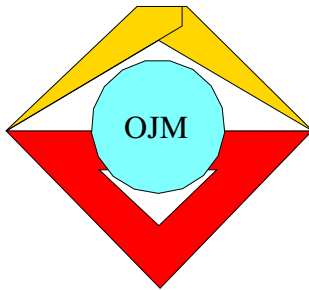
Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 290514:

- a) bis c) siehe Abbildung.
- d) In der Gesamtfigur sind insgesamt die Dreiecke $ABC, AB'C'', A'B'C', A'B''C, A''B''C''$ und die Parallelogramme $ABB''A'', A'B'B''A'', A'C'C''A''$ mit ihren vollständigen Seitenkanten enthalten.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



29. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 290521:

Die Abbildung zeigt alle geforderten Eintragungen.

1	2	4	3
3	4	2	1
4	3	1	2
2	1	3	4

1	4	3	2
4	1	2	3
2	3	4	1
3	2	1	4

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 290522:

Wenn x die Anzahl der roten Würfel ist, dann ist nach Susannes Feststellungen $2x - 1$ die Anzahl der blauen Würfel und $3x + 1$ die Anzahl der gelben Würfel. Die Summe der drei Anzahlen ist 18, also folgt

$$\begin{aligned}x + 2x - 1 + 3x + 1 &= 18, \\6x &= 18, \\x &= 3.\end{aligned}$$

Daraus folgt weiter

$$\begin{aligned}2x - 1 &= 2 \cdot 3 - 1 = 5 \\ \text{und } 3x + 1 &= 3 \cdot 3 + 1 = 10.\end{aligned}$$

Also können Susannes Feststellungen nur wahr sein, wenn die Anzahl der roten Würfel 3, die Anzahl der blauen Würfel 5 und die Anzahl der gelben Würfel 10 beträgt.

Hinweise zu anderen Lösungsmöglichkeiten und zur Korrektur

1. Man kann auch eine andere oder mehr als eine Variable einführen, z.B. außer x auch y , z für die Anzahlen der blauen bzw. gelben Würfel, und dann z.B. $y = 2x - 1$ und $z = 3x + 1$ in die Gleichung $x + y + z = 18$ einsetzen.
2. Statt derartiger als Gleichung geschriebener Aussagen können auch verbale Formulierungen verwendet werden, z.B.: Addiert man zur Anzahl der roten Würfel das Doppelte und das Dreifache dieser Anzahl, so hat man die Summe aus der Anzahl der roten Würfel, der um 1 verringerten Anzahl der blauen Würfel und der um 1 vermehrten Anzahl der gelben Würfel gebildet. Das führt aber zum gleichen Ergebnis, als hätte man die drei Anzahlen selbst addiert, also zum Ergebnis 18. Daher muß die sechsfache Anzahl der roten Würfel 18 betragen u.s.w.



3. Man kann auch Probiervverfahren ansetzen, z.B. in Tabellenform

Anzahl der roten Würfel	1	2	3	> 3
Anzahl der blauen Würfel	1	3	5	> 5
Anzahl der gelben Würfel	4	7	10	> 10
Summe	6	12	18	> 18

Fehlt die letzte Spalte oder eine gleichwertige Aussage, so ist die Aufgabenstellung (Nachweis der Einzigkeit) nicht erfüllt. Dasselbe gilt, wenn überhaupt nur die Anzahlen 3, 5, 10 angegeben werden; auch wenn zusätzlich eine Probe (in Gleichungs- oder Textform) zu diesen Anzahlen erfolgt.

4. Eine Probe, d.h. die Aussage, daß wegen $3+5+10 = 18$, $2 \cdot 3 - 1 = 5$ und $3 \cdot 3 + 1 = 10$ alle Bedingungen des Aufgabentextes von den angegebenen Anzahlen 3, 5, 10 erfüllt werden, ist zu einer vollständigen Lösung der Aufgabe nicht erforderlich, da die Realisierbarkeit dieser Bedingungen nicht erfragt war (und auch dem Aufgabentext entnommen werden kann).

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 290523:

Wenn eine Zahl z die Bedingungen erfüllt, so muß sie vierstellig sein; denn hätte sie mehr Stellen, so erst recht $z+z'$; hätte sie aber 3 oder weniger Stellen, so könnte $z+z'$ höchstens mit der Anfangsziffer 1 vierstellig sein. Sind nun a, b, c, d die Ziffern von z , so folgt aus (1), daß

$$c = 0$$

ist, und wegen (2) wird das Kryptogramm

$$\begin{array}{r} a \ b \ 0 \ d \\ + \ a \ b \ d \\ \hline 5 \ 1 \ 7 \ 4 \end{array}$$

erfüllt.

An der Einerstelle ist ersichtlich, daß $2d = 4$ oder $2d = 14$ gilt.

Im Fall $2d = 4$, also

$$d = 2, ,.$$

folgt für die Zehnerstelle

$$b = 7,$$

und an der Hunderterstelle kann wegen $7 + a = 11$ nur

$$a = 4$$

stehen.

Im Fall $2d = 14$, also $d = 7$, folgte für die Zehnerstelle $b = 6$, für die Hunderterstelle wegen $6 + a = 11$ also $a = 5$, und wegen des Übertrags ergäbe sich in der Tausenderstelle der Summe nicht 5, sondern 6.

Also scheidet der Fall $2d = 14$ aus.

Daher können die Bedingungen nur von der Zahl $z = 4702$ erfüllt werden. Die Überprüfung



$$\begin{array}{r} 4\ 7\ 0\ 2 \\ +\ 4\ 7\ 2 \\ \hline 5\ 1\ 7\ 4 \end{array}$$

zeigt, daß diese Zahl die Bedingungen erfüllt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 290524:

8				20		7		
7			14		6		1	
6		9		5		1		
5	5		4		1		0	
4	2	3		1		0		
3		2	1		0		0	
2	1		1	0		0		
1		1	0		0		0	
	a	b	c	d	e	f	g	h

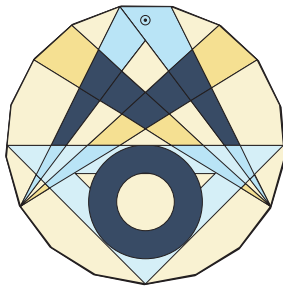
Die gesuchten Anzahlen lassen sich ermitteln, indem man in jedes (weiße) Feld die Anzahl aller derjenigen Wege einträgt, auf denen dieses Feld von $b1$ aus erreichbar ist, und dabei der Reihe nach die Felder der Zeilen 1, 2, ..., 8 abarbeitet. (Wie man feststellen kann, genügt es, nur die in der Abbildung eingetragenen Zahlen zu berücksichtigen.)

Das Feld $b1$ erhält die Anzahl 1, die anderen Felder der Zeile 1 die Anzahl 0. In jedes weitere Feld wird die Summe der (höchsten zwei) Anzahlen eingetragen, die schräg unter diesem Feld liegen; denn genau aus solchen Feldern führen alle Wege auf das betrachtete Feld. So kommt man zu den Eintragungen in der Abbildung und damit zu den Angaben:

- Von $b1$ nach $g8$ führen genau 7 Wege.
- Von $b1$ nach $e8$ führen genau 20 Wege.

Bemerkung: Man kann auch die Wege selbst angeben (um sie anschließend abzuzählen). Es muß dann aus der Darstellung des Lösungstextes hervorgehen, wie sie gefunden wurden (insbesondere, wie die Vollständigkeit und Wiederholungsfreiheit ihrer Aufzählung gesichert wurde); d.h., daß berücksichtigt wurde, welche Fortsetzungen von einem Feld aus jeweils insgesamt möglich sind.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

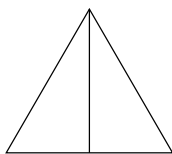


30. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Lösungen

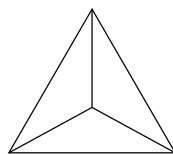
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 300511:

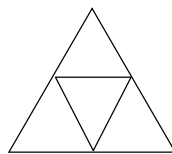
Abbildungen a bis d. Es gibt noch andere Lösungsmöglichkeiten.



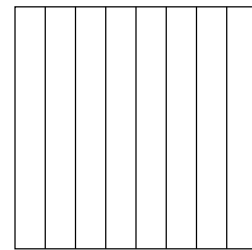
a



b



c



d

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 300512:

Wären alle Aussagen wahr, dann wäre wegen (1) Arnim nicht aus Dresden, wegen (2) Bert ebenfalls nicht.

Wegen (3) wohnte auch Conny nicht in Dresden und wegen (4) schließlich auch Detlef nicht.

Das steht aber im Widerspruch zu den Angaben der Aufgabe. Folglich können nicht alle vier Aussagen Arnims gleichzeitig wahr sein.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 300513:

Hätte Fritz recht gehabt, dann hätten wegen $7 \cdot 12 + 6 = 90$ mindestens 91 Muscheln in dem Beutel sein müssen.

Hätte dagegen Hans recht gehabt, dann hätten es wegen $9 \cdot 10 = 90$ höchstens 89 Muscheln sein können.

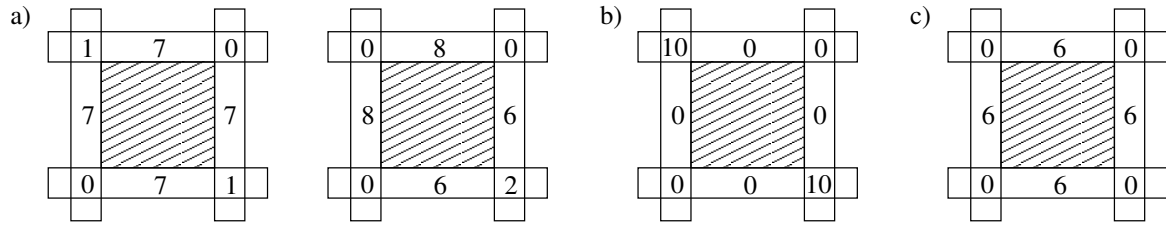
Da keiner von beiden recht hatte, waren mithin genau 90 Muscheln in dem Beutel.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

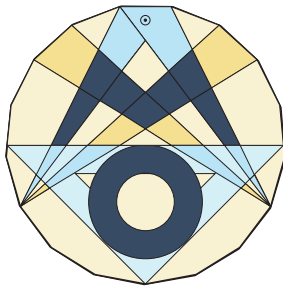


Lösung 300514:

Abbildungen a bis c Es gibt noch andere Lösungsmöglichkeiten.



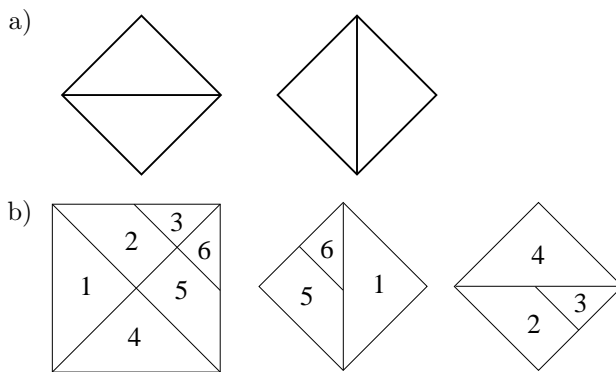
Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



30. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 300521:



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 300522:

- a)
1. aus (1) läßt sich feststellen, daß von der jüngsten zur ältesten Person folgende Reihenfolge auftritt: Manuela - Anje - Susanne ($m < a < s$)
 2. aus (2) folgt, daß Thomas älter als Manuela und Anje ist ($m < t, a < t$).
 3. aus (3) folgt, daß Dirk älter als Anje und Susanne ist ($a < d, s < d$)
 4. aus 1., 2., 3. folgt, daß Dirk älter als Thomas ist, denn Thomas ist so alt wie Manuela+Antje, und Dirk ist älter als Antje und Susanne, also auch älter als Manuela+Antje aus (1) ($t = m + a < s + a < d$)

So ist Manuela die Jüngste und Dirk der Älteste.

- b) Es liegt keine eindeutige Reihenfolge vor. Da es zwischen Susanne und Thomas keinen Vergleich gibt, kann Thomas jünger, älter oder genauso alt wie Susanne sein. Alle bekannten Vergleiche sehen wie folgt aus:

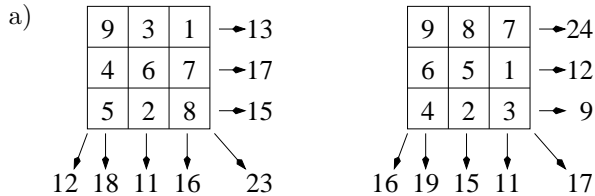
$m < a < s$	aus 1.
$m < t$	aus 2.
$a < t$	aus 2.
$a < d$	aus 3.
$s < d$	aus 3.
$t < d$	aus 4.



Da hierin alle Kenntnisse eingeflossen sind, ist die Reihenfolge von Susanne und Thomas wie oben beschrieben unbestimmt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel, gelöst von Felix Kaschura

Lösung 300523:



- b) Aus den 4 Zahlen lassen sich paarweise genau 6 Summen erzeugen (1 + 2, 1 + 3, 1 + 4, 2 + 3, 2 + 4, 3 + 4), von denen eine gleich ist: 1 + 4 = 2 + 3. Es gibt also weniger als 6 verschiedene solche Summen.

Bei einem 2 x 2 - Quadrat gibt es jedoch genau 6 verschiedene Summen zu berücksichtigen: 2 Zeilen-, 2 Spalten- und 2 Diagonalsummen. Es ist daher nicht möglich, ein solches Quadrat zu erzeugen, das die geforderten Bedingungen erfüllt.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 300524:

- a) Die Anzahl aller Möglichkeiten ergibt sich so: Anzahl der Möglichkeiten ist Farben der Turnhemden mal Farben der Turnhosen, also: Anzahl der Möglichkeiten = $x \cdot x = x^2 \Rightarrow x^2 \geq 10 \Rightarrow x \geq \sqrt{10} \Rightarrow x > 3$. Die letzte Abschätzung gilt, da $x \in \mathbb{N}$ und $3 < \sqrt{10} < 4$. Die kleinste Zahl ist somit die 4, es müssen vier verschiedene Farben mindestens sein!

Probe: Es gibt $4 \cdot 4 = 16$ Möglichkeiten. 10 Kombinationen sind also kein Problem.

- b) Die Anzahl aller Möglichkeiten ergibt sich so: Anzahl der Möglichkeiten ist Farben der Turnhemden mal Farben der Turnhosen außer Turnhemdfarbe, also: Anzahl der Möglichkeiten = $x \cdot (x - 1) = x^2 - x \Rightarrow x^2 - x \geq 10$. Unter Benutzung des Ergebnisses der Teilaufgabe a) wird nun $x = 4$, $x = 3$ u.s.w. eingesetzt, bis die Ungleichung nicht mehr erfüllt ist:

$$x = 4 \Rightarrow 4^2 - 4 = 12 > 10$$

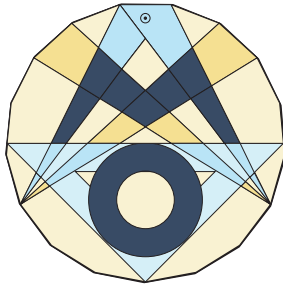
$$x = 3 \Rightarrow 3^2 - 3 = 6 < 10$$

Die kleinste Zahl die diese Bedingungen erfüllt ist 4, also muß es wieder 4 verschiedene Farben geben.

Probe: Es gibt $4 \cdot (4 - 1) = 12$ Möglichkeiten, 10 Kombinationen sind also kein Problem.

Hinweis: Die allgemeine Formel lautet für Teilaufgabe a): Variation mit Wiederholung zur 2. Klasse $\bar{V}_n^2 = n^2$ und für Teilaufgabe b): Variation ohne Wiederholung zur 2. Klasse $V_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel, gelöst von Felix Kaschura



31. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 310511:

Die (bis auf die genannten Vertauschungen einzige) Eintragung zu a) ist:

11	22	33
23	31	12
32	13	21

zwei Eintragungen zu b) sind z.B.

11	22	33	44	11	22	33	44
23	14	41	32	24	13	42	31
34	43	12	21	32	41	14	23
42	31	24	13	43	34	21	12

Bemerkung: Es gibt zu b) außerdem noch genau die Möglichkeiten

11	22	34	43	11	22	34	43	11	23	32	44	11	23	34	42
23	14	42	31	24	13	41	32	24	12	43	31	24	12	41	33
32	41	13	24	33	44	12	21	33	41	14	22	32	44	13	21
44	33	21	12	42	31	23	14	42	34	21	13	43	31	22	14

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 310512:

a) Wenn kein Schüler Steffen Lehmann hieße, so wären die vier Schüler Steffen und die vier Schüler Lehmann acht verschiedene Schüler, was nicht möglich ist. Also heißt mindestens

einer der Schüler Steffen Lehmann.

Wenn von den anderen sechs Schülern ebenfalls keiner Steffen Lehmann hieße, so wären drei Schüler Steffen und drei Schüler Lehmann bereits diese sechs verschiedenen Schüler. Also käme der Familienname Pfitzner nur für Schüler mit dem Vornamen Steffen in Betracht, was ebenfalls den Angaben widerspricht. Somit heißt noch mindestens

ein zweiter Schüler Steffen Lehmann.

b) Für die übrigen fünf Schüler entspricht es aber z.B. sowohl den Angaben zu den Vornamen

Steffen, Steffen, Maik, Heino, Torsten

die Familiennamen

Lehmann, Lehmann, Pfitzner, Pfitzner, Krull

als auch die Familiennamen

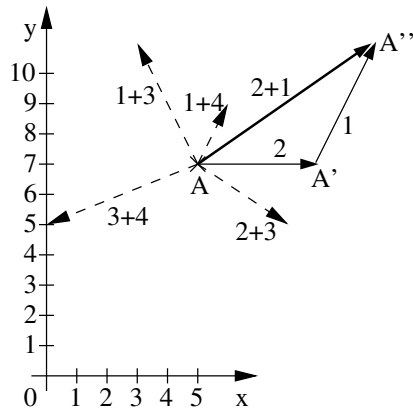


Pfützner, Krull, Lehmann, Lehmann, Pfützner

zusammenzustellen. Daher geht für keinen der übrigen fünf Schüler der Vor- und Familienname eindeutig aus den Angaben hervor.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 310513:



Der Punkt A'' ist dann am weitesten von A entfernt, wenn man auf A die Verschiebungspfeile 2 und 1 (bzw. 1 und 2) anwendet. (Vgl. die - im Aufgabentext nicht verlangte - Abbildung).

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 310514:

- a) Die Angaben können auch durch drei andere Zahlen erfüllt werden. Zur Begründung genügt es, zwei der folgenden Möglichkeiten anzugeben (wobei zu 2, 375, 246895 ein Hinweis genügt):

2, 3, 75246895; 2, 37, 5246895; 2, 375, 246895;
 2, 3752, 46895; 23, 75, 246895; 23, 752, 46895;
 237, 524, 6895.

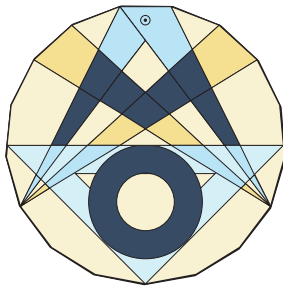
Bemerkung: Dies sind sogar alle Möglichkeiten.

- b) Ändert man z.B. die Ziffer 4 in 6, wählt also 2375266895 als anzuschreibende Zahl, so gibt es nur die Möglichkeit, daß

237, 526, 6895

die drei Zahlen sind.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



31. Mathematik-Olympiade
 2. Stufe (Regionalsrunde)
 Klasse 5
 Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 310521:

Alle Reihen, von denen zu a) eine zu nennen ist, sind:

$$bgbrb, bgbrgrb, bgrbrgb, bgrgbrb.$$

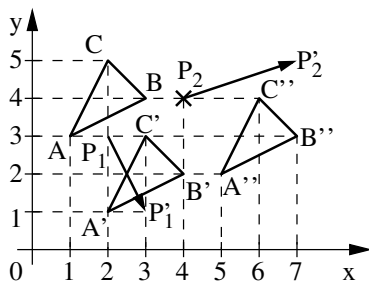
Möglichst große Länge haben, also in b) zu nennen sind die drei letzten.

Bemerkung: Zum Auffinden der Reihen kann man, ausgehend von dem Beginn *bg*, an eine jeweils schon erhaltene Teilreihe alle möglichen Fälle der Fortsetzung aufsuchen. Dabei gibt es stets genau die folgenden Fälle: Kommt in der betreffenden Teilreihe die letzte Farbe genau dieses eine Mal vor, so stehen die beiden anderen Farben für zwei verschiedene Fortsetzungsmöglichkeiten zur Verfügung. Kommt die letzte Farbe schon insgesamt zweimal vor, so gibt es nur noch eine Fortsetzung; kommt die letzte Farbe dreimal vor, so kann die Reihe nicht mehr fortgesetzt werden.

Ausführungen dieser Art werden nicht vom Schüler verlangt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 310522:



Die Abbildung zeigt eine verlangte Konstruktion.

(Die zu konstruierenden Punkte A' , B' , C' , P'_2 sind eindeutig bestimmt, für die Wahl von Hilfslinien gibt es verschiedene Möglichkeiten. Das Konstruieren einer Parallelen braucht nicht mit Zirkel und Lineal ausgeführt zu sein; d.h., es braucht hierzu - bei Konstruktion mit Lineal und Zeichendreieck - keine weitere Hilfslinie aufzutreten.)

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 310523:

Mit A, B, C, E, F seien die Laufzeiten von Achim, Bernd, Christian, Emil bzw. Frank bezeichnet. Die Aussagen (4) und (1) können nur bei der Reihenfolge

$$F < A < C$$

von Achim, Christian und Frank wahr sein. Nach (3) gibt es für die Reihenfolge von Bernd und Frank nur die beiden Möglichkeiten $B < F$ bzw. $B = F$, für Achim, Bernd, Christian und Frank also nur

$$B < F < A < C, \tag{5}$$

$$B = F < A < C. \tag{6}$$

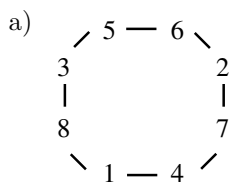


Sowohl zu (5) als auch zu (6) gibt es nur zwei Möglichkeiten, auch (2) zu erfüllen: Entweder ist E an die dritte Stelle zwischen F und A einzufügen oder an die vierte Stelle zwischen A und C . Also gibt es dafür, daß Gerts Aussagen wahr sind, nur die vier Möglichkeiten

$$\begin{aligned} B < F < E < A < C, \\ B < F < A < E < C, \\ B = F < E < A < C, \\ B = F < A < E < C. \end{aligned}$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 310524:



Das Vorhaben ist erfüllbar. Ein mögliches Beispiel zeigt die Abbildung; die acht Summen sind

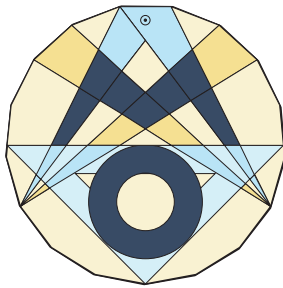
$$\begin{array}{lll} 8 + 1 + 4 = 13, & 1 + 4 + 7 = 12, & 4 + 7 + 2 = 13, \\ 7 + 2 + 6 = 15, & 2 + 6 + 5 = 13, & 6 + 5 + 3 = 14, \\ 5 + 3 + 8 = 16, & 3 + 8 + 1 = 12. & \end{array}$$

- b) 1. *Lösungsweg:* Bei jeder Verteilung der Zahlen 1, 2, ..., 8 auf die Ecken gibt es von den drei Zahlen 1, 2, 3 mindestens zwei, zwischen denen keine oder nur eine Ecke liegt (denn lägen sowohl zwischen 1 und 2 als auch zwischen 1 und 3 als auch zwischen 2 und 3 jeweils mindestens zwei Ecken, so gäbe es insgesamt mindestens $3 + 3 \cdot 2 = 9$ Ecken). Bei jeder Verteilung hat daher eine der acht zu bildenden Summen zwei Summanden aus den drei Zahlen 1, 2, 3, der dritte Summand ist nicht größer als 8; diese Summe ist also nicht größer als $2 + 3 + 8 = 13$.

Damit ist bewiesen: Es ist nicht möglich, die Zahlen so zu verteilen, daß jede der zu bildenden Summen größer als 13 ist.

2. *Lösungsweg:* Für jede Verteilung gilt: Addiert man die acht zu bildenden Summen, so wird dabei jede der Zahlen 1, 2, ..., 8 genau dreimal erfaßt (nämlich einmal als Zahl an einer Ecke selbst, einmal als Zahl an einer linken Nachbarecke und einmal als Zahl an einer rechten Nachbarecke). Dabei entsteht also stets das Ergebnis $3 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = 3 \cdot 36 = 108$. Dagegen müßte dieses Ergebnis bei einer Verteilung, bei der jede der acht Summen größer als 13 wäre, mindestens $8 \cdot 14 = 112$ betragen. Dieser Widerspruch zeigt, daß eine solche Verteilung nicht möglich ist.

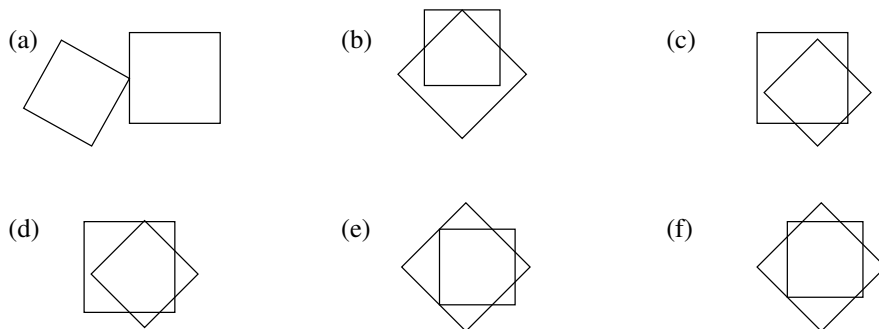
Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



32. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulrunde) Klasse 5 Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 320511:



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 320512:

Nach d) muß die Hunderttausenderziffer gerade sein; damit sie so groß wie möglich wird, versucht man zunächst für die Acht und somit für die Hunderterstelle Vier eine Lösung zu finden.

Nach b) kann die Zehntausenderziffer nicht größer als Drei sein, also versucht man, mit der Zehntausenderziffer Drei und somit mit der Zehnerziffer Neun eine Lösung zu finden.

Da nach a) und c) an der Einer- und an der Tausenderstelle dieselbe gerade Ziffer steht, versucht man - um die größte Zahl zu erhalten - jeweils eine Acht einzusetzen.

Die jetzt erhaltene Zahl 838 498 erfüllt die Bedingungen a), b), c) und d) und ist nach Konstruktion die größtmögliche.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

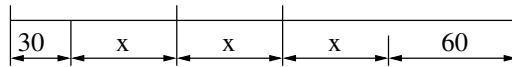
Lösung 320513:

- (a) Steffi, Franziska, Jan, Anna, Ingo, Moritz.
- (b) Die sechste, dritte, neunte, zweite und zehnte Aussage genügen, um in dieser Reihenfolge die gewünschte Ordnung zu erreichen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 320514:



Aus der Abbildung wird ersichtlich: Durch Subtraktion von 90 cm von der Gesamtlänge des Drahtes erhält man eine Länge, die dreimal so groß ist wie die Länge x des zweiten Teilstücks. Wegen

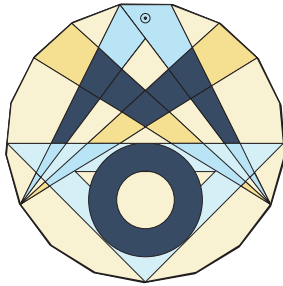
$$630 \text{ cm} - 90 \text{ cm} = 540 \text{ cm} \quad \text{und} \\ 540 \text{ cm} : 3 = 180 \text{ cm}$$

hat das zweite Teilstück eine Länge von 1 m 80 cm. Wegen

$$180 \text{ cm} + 30 \text{ cm} = 210 \text{ cm} \quad \text{und} \\ 180 \text{ cm} + 60 \text{ cm} = 240 \text{ cm}$$

haben das erste Teilstück eine Länge von 2 m 10 cm und das dritte Teilstück eine Länge von 2 m 40 cm.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



32. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 320521:

Es kann unter genau den folgenden Reiserouten gewählt werden:

D-E-M-P-S-D, D-E-M-S-P-D, D-E-P-M-S-D,
D-E-P-S-M-D, D-E-S-M-P-D, D-E-S-P-M-D.

Das sind insgesamt 6 Reiserouten.

Die Angabe der Routen kann in dieser oder ähnlicher Abkürzung oder zeichnerisch erfolgen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 320522:

- a) Nimmt man 24 Blöcke heraus, so können sich darunter höchstens 7 linierte und höchstens 12 unlinierte befinden (da es von diesen Sorten nicht mehr gibt); also muß die Anzahl der herausgenommenen karierten Blöcke mindestens $24 - 7 - 12 = 5$ betragen. Nimmt man dagegen 23 Blöcke oder weniger heraus, so kann es sein, daß dabei nur 4 oder weniger karierte sind; denn die restlichen höchstens 19 Blöcke können liniert bzw. unliniert sein (da es von diesen Sorten zusammen so viele gibt).

Also ist 24 die in a) gesuchte kleinste Anzahl.

- b) Nimmt man 13 Blöcke heraus, so ist es nicht möglich, daß sich darunter von jeder der drei Sorten nur 4 Blöcke befinden (denn $3 \cdot 4$ ist kleiner als 13); d.h., dann müssen sich unter den herausgenommenen Blöcken auch 5 befinden, die von einander gleicher Sorte sind.

Nimmt man dagegen höchstens 12 Blöcke heraus, so kann es sein, daß dies von jeder der drei Sorten höchstens 4 Blöcke sind; denn dazu reichen die von den einzelnen Sorten vorhandenen Anzahlen aus, die alle größer als 4 sind.

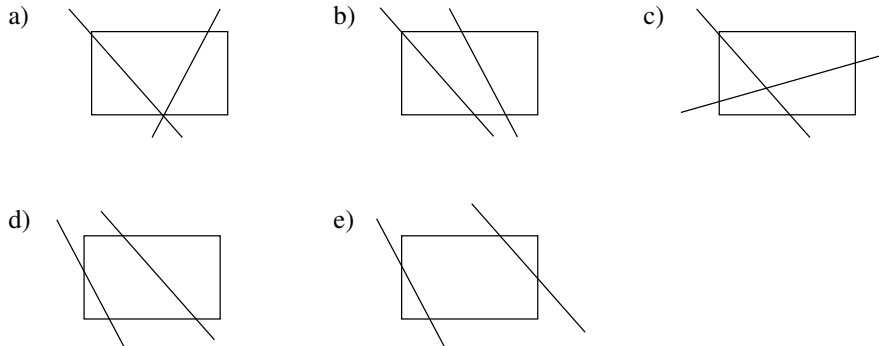
Also ist 13 die in b) gesuchte kleinste Anzahl.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 320523:

Die Abbildung zeigt für a) bis e) je ein Beispiel, wie die Geraden liegen können.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 320524:

Aus den Angaben folgt:

In der ersten Etage wohnen 12 Personen mehr als im Erdgeschoß.

In der zweiten Etage wohnen $12 + 7 = 19$ Personen mehr als im Erdgeschoß.

In der dritten Etage wohnen $12 + 5 = 17$ Personen mehr als im Erdgeschoß.

Würden diese hier genannten $12 + 19 + 17 = 48$ Personen ausziehen, so blieben in jeder Etage ebenso viele Personen wie im Erdgeschoß; d.h., es blieb im ganzen Haus die vierfache Bewohnerzahl des Erdgeschosses. Da dabei im Haus $72 - 48 = 24$ Personen blieben, folgt:

Im Erdgeschoß wohnen $24 : 4 = 6$ Personen.

Hieraus und aus den eingangs genannten Vergleichsangaben folgt:

In der ersten Etage wohnen $6 + 12 = 18$ Personen,

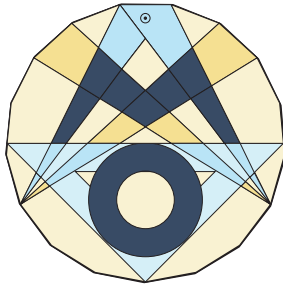
in der zweiten Etage $6 + 19 = 25$ Personen,

in der dritten Etage $6 + 17 = 23$ Personen.

Überprüfung: Bei den so gefundenen Bewohnerzahlen gilt, den Angaben entsprechend:

Im Haus wohnen $6 + 18 + 25 + 23 = 72$ Personen; die 25 Personen in der zweiten Etage sind 7 mehr als die 18 in der ersten; die 23 Personen in der dritten Etage sind 5 mehr als die 18 in der ersten; die 6 Personen im Erdgeschoß sind 12 weniger als die 18 in der ersten Etage.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



33. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 330511:

Die größte einstellige Zahl ist	9,
die größte zweistellige Zahl ist	99,
die größte dreistellige Zahl ist	999.
Durch Addieren dieser drei Zahlen ergibt sich	1107.
Die kleinste vierstellige Zahl ist	1000.
Subtrahiert man sie von der vorigen Zahl, so ergibt sich	107.

Das Foto ist also 107 Jahre alt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 330512:

Wenn jedes Kind noch 3 blaue Spielmarken bekommen würde, so müßten ebenso viele blaue wie rote Spielmarken übrigbleiben, d.h., 15 Stück. Es müßten dabei also $48 - 15 = 33$ Spielmarken verteilt werden. Weil dabei jedes Kind 3 Spielmarken bekäme, nahmen 11 Kinder an dem Spiel teil.

2. *Lösungsweg:* Wenn x Kinder teilnahmen, so erhielten sie insgesamt $12 \cdot x$ blaue und $15 \cdot x$ rote Spielmarken. Zusammen mit den übriggebliebenen waren also $12 \cdot x + 48$ blaue und $15 \cdot x + 15$ rote Spielmarken vorhanden. Da dies ebenso viele blaue wie rote waren, gilt

$$12 \cdot x + 48 = 15 \cdot x + 15.$$

Aus dieser Gleichung kann man x finden:

1. *Möglichkeit:* Man berechnet für $x = 1, 2, 3, 4, \dots$ u.s.w. die beiden Zahlen $12 \cdot x + 48$ und $15 \cdot x + 15$ und probiert aus, für welchen Wert von x diese beiden Zahlen einander gleich sind.

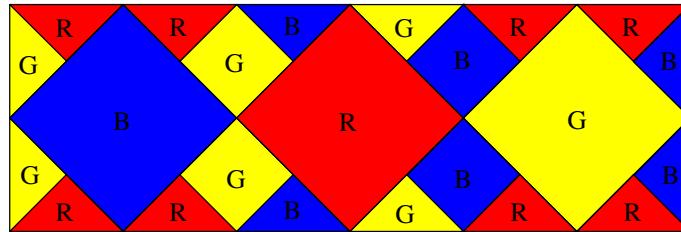
2. *Möglichkeit:* Man subtrahiert auf beiden Seiten der Gleichung erst $12 \cdot x$ und dann 15. Es ergibt sich die Gleichung $33 = 3 \cdot x$. Aus ihr folgt $x = 11$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 330513:

Die Abbildung zeigt eine Färbung der geforderten Art.



Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

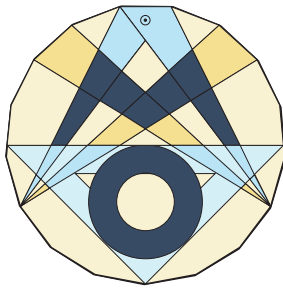
Lösung 330514:

Würde man nicht 100, sondern $100 - 4 = 96$ durch die gesuchte Zahl teilen, so würde die Division ohne Rest aufgehen. Ebenso würde kein Rest bleiben, wenn man nicht 90, sondern $90 - 18 = 72$ durch die gesuchte Zahl teilen würde. Ferner muß die gesuchte Zahl größer als 18 sein, da der Rest stets kleiner ist als die Zahl, durch die man teilt.

Die einzigen Zahlen, durch die sich 72 ohne Rest teilen läßt und die größer als 18 sind, sind die Zahlen 24 und 36. Durch 36 ist aber 96 nicht ohne Rest teilbar. Damit ist gezeigt, daß es nur eine Zahl geben kann, die als die gesuchte Zahl in Frage kommt, nämlich 24.

Bestätigung: $100 : 24 = 4$, Rest 4 $90 : 24 = 3$, Rest 18

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



33. Mathematik-Olympiade 2. Stufe (Regionalsrunde) Klasse 5 Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 330521:

Am linken Straßenrand muß genau eine Laterne mehr als am rechten Straßenrand stehen. Zählt man am linken Straßenrand die Laterne am Ende der Straße nicht mit, so stehen auf beiden Seiten der Straße gleich viele Laternen, also $46 : 2 = 23$ Stück.

Also ist die Straße $23 \cdot 35 \text{ m} = 805 \text{ m}$ lang.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 330522:

Die Tausenderziffer einer gesuchten Zahl kann nicht 0 sein, da die Zahl sonst nicht vierstellig wäre. Ist die Tausenderziffer 1, 2 oder 3, so kann die Hunderterziffer nicht um 4 kleiner sein, sie muß also um 4 größer sein, d.h. 5, 6 bzw. 7 lauten. Bei der Tausenderziffer 6, 7, 8 bzw. 9 kann die Hunderterziffer nicht um 4 größer sein. Nur wenn die Tausenderziffer 4 oder 5 lautet, ist jeweils sowohl die um 4 kleinere als auch die um 4 größere Hunderterziffer möglich.

Ähnlich gibt es zu den Hunderterziffern 0, 1, 2 nur die um 3 größere und zu 7, 8, 9 nur die um 3 kleinere Zehnerziffer, während für die Hunderterziffern 3, 4, 5, 6 beide Möglichkeiten bestehen.

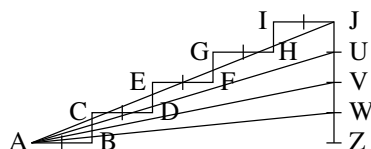
Daher gibt es genau die folgenden Möglichkeiten, die ersten drei Ziffern gesuchter Zahlen zusammenzustellen:

158, 152, 269, 263, 374, 403, 485, 514, 596, 625, 730, 736, 841, 847, 958, 952.

Da in jeder dieser 16 Zusammenstellungen genau drei verschiedene Ziffern auftreten, gibt es jedesmal für die noch fehlende Einerziffer genau 7 Möglichkeiten. Die Anzahl aller Zahlen der gesuchten Art beträgt daher $7 \cdot 16 = 112$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 330523:



a) Die Abbildung zeigt die zu konstruierende Figur; zusätzlich wurden die Strecken AJ , AU , AV , AW konstruiert.

Als gesuchte Anzahlen von Schnittpunkten sind daran ersichtlich:

- b) 7, c) 3, d) 1, e) 1.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 330524:

Die auszurechnende Zahl kann nur dann größer als 30 sein, wenn mindestens in einem der beiden Kästchen zwischen 9 und 9 bzw. zwischen 9 und 3 das Zeichen \cdot steht.

Steht es zwischen 9 und 3, so kann davor nicht $-$ stehen (es würde eine zu große Zahl subtrahiert), aber auch nicht \cdot (denn 1 durch eine Rechenoperation $+$, $-$ oder \cdot mit $9 \cdot 9 \cdot 3 = 243$ verbunden, gibt kein Ergebnis zwischen 30 und 100). Also muß davor dann $+$ stehen. Ferner kann dann zwischen 1 und 9 nicht $-$ stehen (wieder würde eine zu große Zahl subtrahiert).

Steht das Zeichen zwischen 9 und 9, so kann danach nur $+$ oder $-$ stehen (weil \cdot eben schon widerlegt wurde) und davor nicht $-$ (es würde eine zu große Zahl subtrahiert).

Also entstehen genau bei den Ersetzungen

$$1 + 9 + 9 \cdot 3 = 37,$$

$$1 \cdot 9 + 9 \cdot 3 = 36,$$

$$1 + 9 \cdot 9 + 3 = 85,$$

$$1 \cdot 9 \cdot 9 + 3 = 84,$$

$$1 + 9 \cdot 9 - 3 = 79,$$

$$1 \cdot 9 \cdot 9 - 3 = 78$$

auszurechnende Zahlen zwischen 30 und 100.

Mit der Summe s dieser Zahlen ergeben die weiteren geforderten Additionen

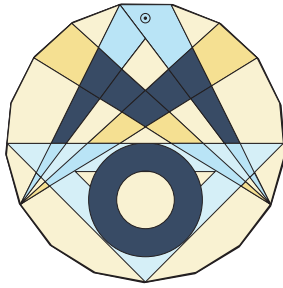
$$s = 37 + 36 + 85 + 84 + 79 + 78 = 399$$

$$36 - 37 = 1332$$

$$a + b + c = 4 + 15 + 243 = 262$$

$$= \underline{1993}$$

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



34. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulrunde) Klasse 5 Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 340511:

Die folgende Tabelle zeigt alle Möglichkeiten.

violett	rot	gelb	blau
1	2	2	15
1	3	3	13
1	4	4	11
1	5	5	9
1	6	6	7
2	3	3	12
2	4	4	10
2	5	5	8
3	4	4	9
3	5	5	7
4	5	5	6

Bemerkung: Man kann diese Möglichkeiten für die Anzahlen b, g, r, v der blauen, gelben, roten bzw. violetten Stifte durch folgendes Probiervorgehen finden: Man beginnt mit den kleinsten Möglichkeiten $v = 1, r = 2$, womit auch $g = 2$ und $b = 15$ festgelegt sind. Dann vergrößert man r so lange um 1, wie sich für den (jedesmal um 2 verkleinerten) Wert b noch $b > g$ ergibt.

Ebenso erhält man weitere Möglichkeiten, wenn man mit $v = 2, r = 3$, mit $v = 3, r = 4$ und mit $v = 4, r = 5$ beginnt.

Noch weitere Möglichkeiten kann es nicht geben, da $v \geq 5, r \geq 6$ auf $g \geq 6, b \leq 3$ führen würde, also die Bedingung $b > g$ nicht mehr erfüllt wäre.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340512:

Alle Möglichkeiten, 36 als Produkt zweier natürlicher Zahlen zu schreiben, sind

$$36 = 1 \cdot 36, 36 = 2 \cdot 18, 36 = 3 \cdot 12, 36 = 4 \cdot 9, 36 = 6 \cdot 6.$$

Die Summe aus den Nachfolgern zweier Zahlen ist genau dann ungerade, wenn eine dieser Zahlen gerade, die andere ungerade ist. Hiernach verbleiben genau die Möglichkeiten

$$36 = 1 \cdot 36, 36 = 3 \cdot 12, 36 = 4 \cdot 9.$$

Die hier genannten Zahlen haben die Nachfolger 2, 37 bzw. 4, 13 bzw. 5, 10. Genau im letzten Fall ist einer dieser beiden Nachfolger durch den anderen teilbar.



Also treffen die Aussagen genau dann zu, wenn Xavers Zahl 4 und Yvettes Zahl 9 lautet.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340513:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{A}\boxed{B}8 \cdot 4\boxed{C}\boxed{D} \\
 \hline
 143\boxed{E} \\
 21\boxed{F}\boxed{G} \\
 \boxed{H}\boxed{J}\boxed{K}6 \\
 \hline
 \boxed{L}\boxed{M}\boxed{N}\boxed{P}\boxed{Q}\boxed{R}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \boxed{3}\boxed{5}8 \cdot 4\boxed{6}\boxed{7} \\
 \hline
 143\boxed{2} \\
 21\boxed{4}\boxed{8} \\
 \boxed{2}\boxed{5}\boxed{0}6 \\
 \hline
 \boxed{1}\boxed{6}\boxed{7}\boxed{1}\boxed{8}\boxed{6}
 \end{array}$$

Bezeichnet man die fehlenden Ziffern wie in der linken Abbildung, so folgt:

Wegen $8 \cdot 4 = 32$ muß $E = 2$ sein.

Daher muß das Vierfache des ersten Faktors 1432 betragen, also ist der erste Faktor $1432 : 4 = 358$.

Weiter muß die Zahl $358 \cdot C$ mit den Ziffern 21.. beginnen. Probiert man die Werte $C \leq 5$, $C = 6$, $C \geq 7$, so findet man wegen

$$358 \cdot 5 = 1790, \qquad 358 \cdot 6 = 2148, \qquad 358 \cdot 7 = 2506,$$

daß nur $C = 6$ in Frage kommt. Die Zahl $358 \cdot D$ muß auf die Ziffer 6 enden; das ist nur mit $D = 2$ oder $D = 7$ möglich. Da aber $358 \cdot 2 = 716$ nicht vier Ziffern $H, J, K, 6$ mit von 0 verschiedener Anfangsziffer H ergibt, verbleibt nur $D = 7$ und damit insgesamt nur die Multiplikation $358 \cdot 467$.

Wie die rechte Abbildung zeigt, führt diese Multiplikation auf eine Eintragung der gesuchten Art.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340514:

Zur Beschreibung des Weges einer Kugel werde die Ablenkung nach links bzw. rechts durch l bzw. r angegeben.

- a) Auf jedem Weg von A nach B kommt man dreimal an eine Weggabelung. Um B zu erreichen, muß man an genau zwei Gabelungen nach links, an genau einer Gabelung nach rechts gehen. Daher gibt es genau die 3 Wege

$$llr, \qquad lrl, \qquad rll.$$

- b) Um von B nach C zu gelangen, muß man genau einmal nach links und genau zweimal nach rechts gehen. (Dabei handelt es sich in jedem dieser drei Fälle entweder um die Entscheidung an einer Weggabelung oder um die Fortsetzung, die durch den Rand des Gefäßes eindeutig erzwungen ist.) Hiernach gibt es genau die 3 Wege

$$lrr, \qquad rlr, \qquad rrl.$$

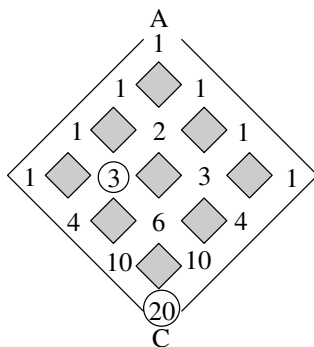
- c) Um von A über B nach C zu gelangen, hat man nach jedem der drei Wege aus a) die Möglichkeit, jeden der drei Wege aus b) anzuschließen. Also gibt es insgesamt $3 \cdot 3 = 9$ derartige Wege.
- d) Um von A nach C zu gelangen, muß man genau dreimal nach links und genau dreimal nach rechts gehen (jeweils entweder bei einer Weggabelung oder durch den Rand des Gefäßes erzwungen). Damit gibt es genau die Wege



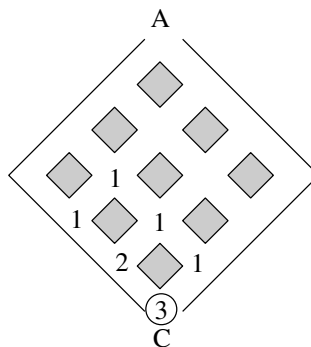
beginnend mit lll : $llrrr$,
 beginnend mit llr : $llrlrr$, $llrrlr$, $llrrrl$,
 beginnend mit lrr : $lrrllr$, $lrlrlr$, $lrlrrl$,
 beginnend mit lrr : $lrrllr$, $lrrlrl$, $lrrrll$,
 beginnend mit rll : $rlllrr$, $rllrlr$, $rllrrl$,
 beginnend mit rlr : $rlrlrr$, $rlrlrl$, $rlrrll$,
 beginnend mit rll : $rlllrr$, $rlllrl$, $rllrll$,
 beginnend mit rrr : $rrrlll$,

das sind insgesamt 20 Wege.

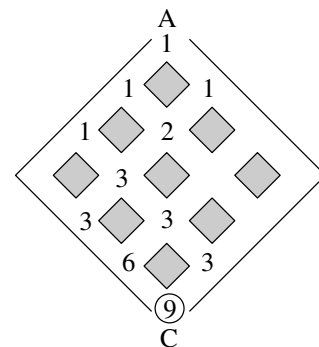
Eine 2. Lösungsmöglichkeit wird in den folgenden Skizzen angedeutet. Die Zahlen geben an, auf wieviel Wegen man bis zu dem betreffenden Punkt kommen kann. Die Anfangszahl ist 1, jede weitere Zahl ist die Summe der links oben und rechts oben benachbarten Zahlen (soweit vorhanden).



Lösung zu a), d)

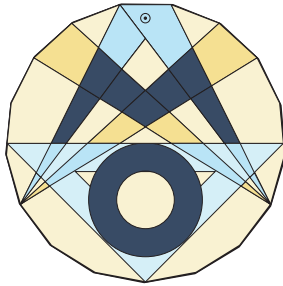


Lösung zu b)



Lösung zu c)

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



34. Mathematik-Olympiade 2. Stufe (Regionalsrunde) Klasse 5 Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 340521:

Nach (1) heißt Pfeifer weder Fritz noch Erich, nach (2) heißt er auch nicht Dieter. Daher gilt:

$$\text{Pfeifer heißt Gert.} \tag{3}$$

Nach (1) heißt Meier weder Fritz noch Erich, nach (3) heißt er auch nicht Gert. Daher gilt:

$$\text{Meier heißt Dieter.} \tag{4}$$

Nach (2) heißt Neumann nicht Erich, nach (3) und (4) heißt er weder Gert noch Dieter. Daher gilt:

$$\text{Neumann heißt Fritz.} \tag{5}$$

Wegen (3), (4), (5) verbleibt schließlich nur:

$$\text{Opitz heißt Erich.} \tag{6}$$

Damit ist gezeigt, daß die Vornamen zu den Familiennamen eindeutig bestimmt sind, und diese zusammengehörenden Namen sind angegeben.

Bemerkungen: Zur Lösungsfindung kann man Tabellen verwenden, die alle Möglichkeiten zusammengehörender Namen zeigen. Darin kann man z. B. mit einem "+" oder "-" kennzeichnen, daß eine Möglichkeit ausscheidet bzw. stattfindet. Man kann auch *über* einem solchen Zeichen angeben, *woraus es folgt*, und *darunter*, was *damit bewiesen* ist. Eine solche Lösungsdarstellung bieten etwa die Tabellen:

	M	N	O	P
D		(2) -		(2) -
E	(1) -	(1) -		(1), (2) -
F	(1) -			(1) -
G				(3) +

	M	N	O	P
D	(4) +	-		-
E	-	-		-
F	-	(5) +		-
G	(3) -	(3) -	(3) -	+

	M	N	O	P
D	+	-	(4) -	-
E	-	-	(6) +	-
F	-	+	(5) -	-
G	-	-	-	+

Bei der Einschätzung tabellarischer Schülerlösungen sollte berücksichtigt werden, ob bzw. wie weit aus der Darstellung die Stichhaltigkeit der Herleitung ersichtlich ist.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Lösung 340522:

Die Abbildung zeigt Zeichnungen der geforderten Art.

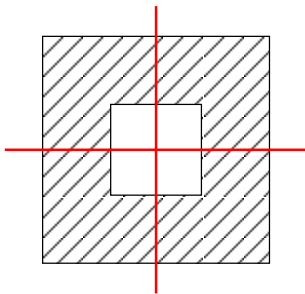


Abbildung a₁

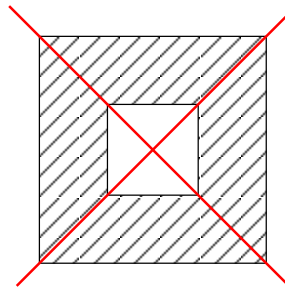


Abbildung a₂

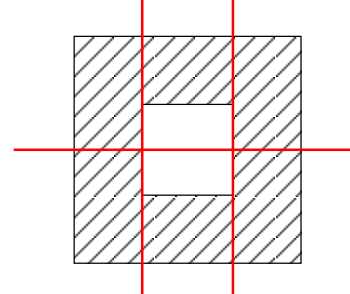


Abbildung b

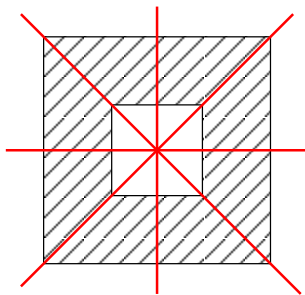


Abbildung c

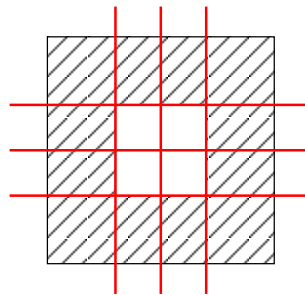


Abbildung d₁

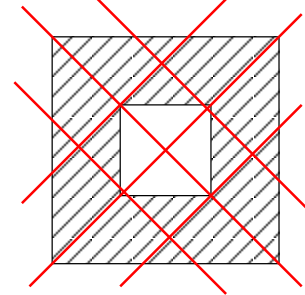


Abbildung d₂

Bemerkungen: Die Hervorhebung (Schraffur) von Flächen wird natürlich nicht vom Schüler verlangt. Gefordert wird die mit Zeichengenauigkeit vorliegende Kongruenz der Teilflächen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340523:

(a) Die gesuchten Darstellungen sind:

$$\begin{aligned}
 4 &= 1 + 1 + 1 + 1 \\
 &= 1 + 1 + 2 \\
 &= 1 + 2 + 1 \\
 &= 2 + 1 + 1 \\
 &= 2 + 2,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\
 &= 1 + 1 + 1 + 2 \\
 &= 1 + 1 + 2 + 1 \\
 &= 1 + 2 + 1 + 1 \\
 &= 2 + 1 + 1 + 1 \\
 &= 1 + 2 + 2 \\
 &= 2 + 1 + 2 \\
 &= 2 + 2 + 1,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\
 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 2 \\
 &= 1 + 1 + 1 + 2 + 1 \\
 &= 1 + 1 + 2 + 1 + 1 \\
 &= 1 + 2 + 1 + 1 + 1 \\
 &= 2 + 1 + 1 + 1 + 1 \\
 &= 1 + 1 + 2 + 2 \\
 &= 1 + 2 + 1 + 2 \\
 &= 1 + 2 + 2 + 1 \\
 &= 2 + 1 + 1 + 2 \\
 &= 2 + 1 + 2 + 1 \\
 &= 2 + 2 + 1 + 1 \\
 &= 2 + 2 + 2.
 \end{aligned}$$



(b) Als Anzahlen erhält man:

Darzustellende Zahl	1	2	3	4	5	6
Anzahl der Darstellungen	1	2	3	5	8	13

Für sie gilt folgende Gesetzmäßigkeit: Die Summe zweier benachbarter Anzahlen ist gleich der darauffolgenden Anzahl.

Wenn diese Gesetzmäßigkeit allgemein gilt, so erhält man als Fortsetzung:

Darzustellende Zahl	7	8	9	10
Anzahl der Darstellungen	$8+13=21$	$13+21=34$	$21+34=55$	$34+55=89$

Für die Zahl 10 muß es dann also genau 89 Darstellungen geben.

Hinweis zur Korrektur: Falls in einer Schülerlösung eine Gesetzmäßigkeit genannt wird, die zwar für die richtigen Darstellungsanzahlen der Zahlen 1, 2, ..., 6 gilt, aber nicht allgemein, und falls dann durch korrekte Schlüsse aus dieser Gesetzmäßigkeit eine (möglicherweise als Darstellungsanzahl falsche) Angabe für die Zahl 10 hergeleitet wird, so ist die betreffende Anforderung des Aufgabentextes (Teilaufgabe (b), letzter Satz) als erfüllt einzuschätzen. Freilich empfiehlt es sich dann, den Schüler - falls eine solche Rückkopplung möglich ist - auf den Sachverhalt aufmerksam zu machen.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340524:

- (a) Werden rechts noch drei leere Flaschen dazugestellt, so stehen sowohl links als auch rechts je zwei volle und drei leere Flaschen; also tritt Gleichgewicht ein. Die gesuchte Anzahl ist somit 3.
- (b) Denkt man sich in der Abbildung des Aufgabentextes auf beiden Waagschalen das Gewicht von zwei leeren Flaschen entfernt, so folgt: Drei leere Flaschen haben dasselbe Gewicht wie das Mineralwasser, das zwei Flaschen füllt. Daraus ergibt sich die Aussage: *Eine leere Flasche hat ein kleineres Gewicht als das Wasser für eine Flasche.* Da Jan links die Flasche und rechts das Wasser wegnimmt und vorher Gleichgewicht herrschte, neigt sich nun die linke Waagschale nach unten.
- (c) Die Aufstellung, die Pia vornimmt, kann stattdessen auch aus der nach (b) erreichten Aufstellung erhalten werden, indem man dort links und rechts je eine leere Flasche wegnimmt. Daher neigt sich auch bei Pias Aufstellung die linke Waagschale nach unten.

Andere Lösungsmöglichkeiten entstehen, wenn man die Angaben des Aufgabentextes in Gleichungen überführt und diese auflöst. Dabei gibt es verschiedene Möglichkeiten dafür, welche Größen als Unbekannte eingeführt werden, z.B. das Gewicht f einer leeren Flasche und das Gewicht w des Wassers für eine Flasche. Eine andere Möglichkeit ist:

Für das Gewicht f einer leeren Flasche und das Gewicht g einer gefüllten Flasche gilt

$$5 = 2g.$$

In (a) entsteht links $3f + 2g$, also muß dies auch rechts erreicht werden, d.h., das Gewicht rechts ist um $3f$ zu erhöhen.

Zu (b) und (c) löst man (1) etwa nach g auf: $g = \frac{5}{2}f$

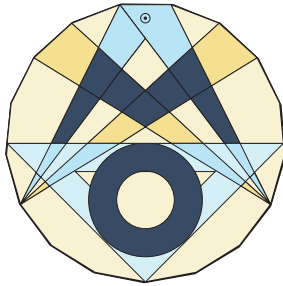
In (b) entsteht links $(2f + 2g) = 7f$, rechts $(4f + g) = 6\frac{1}{2} \cdot f$;



in (c) entsteht links $(f + 2g)6f$, rechts $(3f + g)5\frac{1}{2} \cdot f$;

in beiden Fällen links mehr als rechts.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



34. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 340531:

- (a) Da ein Paket 50 Tüten enthält und der Inhalt jeder Tüte 1,60 DM kostet, kosten die Gummibärchen in einem Paket zusammengenommen $50 \cdot 1,60 \text{ DM} = 80 \text{ DM}$.
- (b) Da 1000 Gramm Gummibärchen 2000 Pfennig kosten, kostet 1 Gramm 2 Pfennig. Also kosten 80 Gramm 1,60 DM. Das ist der Preis für den Inhalt einer Tüte; dieser Inhalt wiegt also 80 Gramm.
- (c) Da die 50 Tüten in einem Paket 1000 Gummibärchen enthalten, enthält wegen $1000 : 50 = 20$ eine Tüte 20 Gummibärchen. Da diese, wie in (b) gefunden, 80 Gramm wiegen, wiegt ein Gummibärchen $80 \text{ g} : 20 = 4 \text{ g}$.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340532:

- (a) Man benötigt
- (1) genau $(3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 =)$ 24 Stäbchen,
(2) genau $(4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 =)$ 40 Stäbchen.
- (b) Für dieses Quadratgitter aus $100 \cdot 100$ kleinen Quadraten benötigt man (in jeder waagerechten Reihe 101 senkrechte Stäbchen, in allen waagerechten Reihen zusammen also $100 \cdot 101$ senkrechte Stäbchen; ebenso viele waagerechte Stäbchen in allen senkrechten Reihen; insgesamt also ¹⁾ genau $(100 \cdot 101 + 100 \cdot 101 =)$ 20200 Stäbchen.

¹⁾ Die Angaben in Klammern () deuten Überlegungen an, deren Wiedergabe laut Aufgabentext nicht vom Schüler verlangt war. Man kann durch solche Überlegungen auch zu der allgemeinen Aussage kommen, daß man für ein Quadrat aus $n \times n$ kleinen Quadraten genau $2 \cdot n \cdot (n + 1)$ Stäbchen benötigt.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340533:

- I. Da Bernds zweite und dritte Aussage einander gleichwertig sind, sind sie entweder beide wahr oder beide falsch. Nach den Regeln können sie nicht beide falsch sein, also sind sie beide wahr. Also hat Bernd den Brief nicht.

Wenn auch Bernds erste Aussage wahr ist, so folgt daher weiter: Dieter hat den Brief. Wenn aber Bernds erste Aussage falsch ist, so folgt: Christianes zweite Aussage ist falsch. Nach den Regeln müssen also Christianes erste und dritte Aussage wahr sein. Aus der ersten Aussage und daraus, daß Bernd



den Brief nicht hat, folgt damit wieder: Dieter hat den Brief. (*Variante:* Man kann die Annahme, daß Bernds erste Aussage falsch wäre, wegen der eben erhaltenen Folgerung zu dem Widerspruch führen, daß Bernds erste Aussage sich dann doch als wahr erweise. Diese Annahme scheidet damit aus.) Damit hat sich insgesamt ergeben: Wenn alle Aussagen den Regeln entsprechen, so kann eindeutig nur Dieter den Brief haben.

- II. Wenn Dieter den Brief hat, so haben Bernd, Christiane und Dieter je drei wahre Aussagen gemacht, und mindestens die ersten beiden Aussagen von Annette sind wahr. Also entsprechen dann alle Aussagen den Regeln.

2. Lösungsweg, 1. Variante: Die folgende Tabelle zeigt für alle vier Versteckmöglichkeiten, welche Aussagen wahr und welche falsch sind:

Versteck	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3	D1	D2	D3
A	F	W	?	F	W	W	F	F	F	F	F	F
B	W	W	?	W	F	F	W	F	W	F	F	F
C	W	W	?	F	W	W	F	F	W	W	F	F
D	W	W	?	W	W	W	W	W	W	W	W	W

Daraus ist ersichtlich: Es gibt ein Versteck, so daß alle Aussagen den Regeln entsprechen, und dieses Versteck ist auch eindeutig bestimmt; denn in der Zeile D und nur in dieser enthält jede der vier Dreiergruppen mindestens zwei W.

Bemerkung: Die Tabelle enthält Feststellungen, die für die geforderten Untersuchungen nicht herangezogen werden müssen. So genügt z.B. die folgende (nur einige Feststellungen der Tabelle benutzende)

2. Variante:

- I. Hätte Annette oder Bernd oder Christiane den Brief, so hätte Dieter (mindestens) zwei falsche Aussagen gemacht (siehe in den Zeilen A, B, C die Dreiergruppe D1, D2, D3). Also kann nur Dieter den Brief haben.

- II. Wie im 1. Lösungsweg (siehe alle Dreiergruppen in der Zeile D).

Hinweis: Man beachte, daß jede "Wenn-dann"-Aussage mit falschem "Wenn"-Teil wahr ist (Aussage B1 in Zeile B und Aussage D1 in Zeile D).

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)

Lösung 340534:

Multipliziert man die Anzahl der Anfänger mit der um 1 kleineren Zahl, so erhält man die Anzahl aller von diesen Spielern gespielten Partien. Entsprechendes gilt für die von den Fortgeschrittenen gespielten Partien.

Zum Beweis¹⁾ kann man z.B. annehmen, daß für je zwei der betreffenden Spieler die beiden Partien so festgelegt werden, daß jeder der beiden einmal die weißen Steine bekommt. Dann kann man für jeden Spieler alle diejenigen Partien abzählen, die er insgesamt mit den weißen Steinen spielt. Einerseits hat man damit für jeden Spieler als Beitrag zu der so errechneten Zahl gerade die um 1 verringerte Anzahl der Spieler genommen; andererseits hat man insgesamt jede Partie genau einmal erfaßt.

Die folgende Tabelle zeigt, welche Anzahlen von Partien so zustandekommen können:

Anzahl der Spieler (Anfänger oder Fortgeschr.)	2	3	4	5	6	7	8	9	> 10
Anzahl der Partien	2 · 1 = 2	3 · 2 = 6	4 · 3 = 12	5 · 4 = 20	6 · 5 = 30	7 · 6 = 42	8 · 7 = 56	9 · 8 = 72	> 10 · 9 = 90



Da genau $28 \cdot 3 = 84$ Partien gespielt wurden, muß 84 als Summe von zwei der hier aufgezählten Anzahlen darstellbar sein; dabei müssen diese beiden Summanden (wegen der unterschiedlichen Spielerzahlen) voneinander verschieden sein. Die einzige Möglichkeit hierfür ist, 84 als Summe von 12 und 72 darzustellen, das sind die Anzahlen der Partien für 4 bzw. 9 Spieler. Da mehr Anfänger als Fortgeschrittene teilnahmen, ist folglich eindeutig bestimmt: Es nahmen genau 9 Anfänger und genau 4 Fortgeschrittene teil.

¹⁾ Eine so ausgearbeitete Beweisführung soll nicht vom Schüler verlangt werden; vielmehr ist als ausreichend zu akzeptieren, wenn aus der Darstellung ersichtlich hervorgeht, wie die Partienzahlen gefunden werden können. Möglich ist es z.B. auch, die Partienzahlen mit der in der folgenden Tabelle gezeigten Vorgehensweise zu finden:

$0 + 2 \cdot 1$ = 2	$2 + 2 \cdot 2$ = 6	$6 + 2 \cdot 3$ = 12	$12 + 2 \cdot 4$ = 20	$20 + 2 \cdot 5$ = 30	$30 + 2 \cdot 6$ = 42	$42 + 2 \cdot 7$ = 56	$56 + 2 \cdot 8$ = 72	$72 + 2 \cdot 9$ = 90
------------------------	------------------------	-------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Sie begründet sich in der Tatsache, daß jeweils ein neu hinzukommender Spieler die Partienzahl um das Doppelte der bisherigen Spielerzahl vergrößert.

Aufgeschrieben von Manuela Kugel – Quelle: (25)



Quellenverzeichnis

- (13) "a+b = b+a" - Heft 52, Olympiade Junger Mathematiker der DDR, Klassenstufe 5/6 - Dokumentation I.-XII. Olympiade (1961-1972), Mathematischer Lesebogen vom Rat des Stadtbezirks Leipzig Südost, Abteilung Volksbildung, J. Lehmann und W. Unze, 1973.
- (25) Offizielle Lösung der Aufgabenkommission
- (31) Broschüre vom Volk und Wissen Verlag (VWV)